鑄鉄のポアソン比について⁽¹⁾

中 川 有 三⁽²⁾ 奥 田 聰⁽³⁾

On Poisson's Ratio of Cast Iron

by Yūzō NAKAGAWA and Satoshi OKUDA

In this paper, the authors describe the results of study on Poisson's ratio of cast iron. For cast iron, it is not ordinarily easy to make a perfect flat surface so sufficient as to be adaptable to the interference measurement. Therefore, the authors intend to improve this method to be applicable to the case where a slight convexity in the polished surface is permitted. They were able to improve the results of ordinary method by measuring the translation of fringes due to variation of load and by calculating convexity and obtained the more correct value of Poisson's constant by this method.

They confirmed experimentally that this material constant varied according to internal stress and discussed this problem comparing with the results of NAKAGAWA's theory for non-linear elasticity.

1. 緒 言

フックの法則に従う材料では、もちろん、ポアソン比の値は応力に無関係に定数である。鑄鉄はこの法則に従わないが、たとえば覚前氏の理論のように重ね合せの法則を用いたものでは、やはりポアソン比を定数と考えている。すなわち平面応力に対する式

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{a-b\sigma_x} - \frac{1}{m} \frac{\sigma_y}{a-b\sigma_y} \\ \epsilon_y &= \frac{\sigma_y}{a-b\sigma_y} - \frac{1}{m} \frac{\sigma_x}{a-b\sigma_x}\end{aligned}$$

を単純引張りに適用すると、 $\sigma_y=0$ であるから、ポアソン比は $(-\epsilon_y)/\epsilon_x=1/m$ 定数となる。しかるに、鑄鉄に対する著者の実験結果によれば、いわゆるポアソン比といわれるものは定数ではなく、一般に応力のかん数となる。後にのべるように、J. Woolmannの実験においても同様の結果をえている。これは先に発表した非線型弾性に対する中川理論⁽⁴⁾と一致することが知られる。ゆえに、著者は次に著者の行った鑄鉄の曲げ試験の結果をのべ、理論式と比較検討してみる。実験は、はりの長さの方向の ひずみ と幅の方向の ひずみ との比をニュートン環の方法で測定し、これが曲げモーメントと共にいかに変化するかを調べてみたの

である。

2. ニュートン環によるポアソン数 m' の測定

第 1 図

光の干渉によるポアソン比の測定法は、普通均一曲げモーメントの作用した はり の表面に光学平面板を置き、これに単色光を当てて第 1 図のような光の干渉しまをつくりポアソン定数 m' (ポアソン比の逆数) を

$$\begin{aligned}m' &= \epsilon_x / (-\epsilon_y) \\ &= (y/x)^2 = \tan^2 \theta\end{aligned}\quad \dots\dots\dots (1)$$

から求めるのである。鑄鉄の引張りと圧縮に対し応力ひずみ曲線が同形でないと、曲げにおいて中立軸が中心線より移動する。その値を η_0 で表わすと、

$$m' = \tan^2 \theta \cdot \frac{h + 2\eta_0(1 + \epsilon_x)}{h + 2\eta_0(1 - \epsilon_x/m)} \cong \tan^2 \theta \dots\dots (2)$$

となり、鋼の場合と同様の方法で m' を求めてさしつかえないと考えられる。ここに h は はり の厚さで

$\eta_0 \epsilon_x$ の項は微小であるから省略したのである。次に鋳鉄の表面をこの測定に適用できるように正確な平面に磨くことがはなはだ困難である。これがために試験片の表面に大きい径の鋼球を押し、最初から球形のくぼみをつくっておき、干渉しま(円環)を測定し、曲げモーメントを加えた後再び干渉しま(だ円環)を測定することによって m' を求めることもできる。この方法には最初の球形くぼみの曲率半径が相当に大きいことが必要であるので、実際上不便であり、精度が悪く、実験を中止した。したがって著者は鋳鉄表面の工作上、完全な平面でなく周囲に少しだれのある場合にその面の曲率を測定することにより m' の値を補正する方法を採用して、所期の目的を達することができた。

3. 実験装置

著者の用いた実験装置は第2図に示され、負荷方法としては、二点支持、両端突出はりの両端に等荷重を加え、その中央の曲げモーメント一様の部分において、ニュートン環の方法で、縦横のひずみ比を測定した。

第 2 図

試験片は試験用として特別に鋳造した 10cm×10cm×50 cm 角棒の中心部より幅 3 cm, 厚さ 0.4 cm, 長さ 12 cm の大きさに削り出したもので、その表面を干渉しまの生じる程度に研磨し、(耐水 #400 ペーパー仕上で十分干渉しまを現わした。) その上に光学平板を置き、ナトリウム光源により干渉しまをつくり顕微鏡にて拡大(倍率 3 倍)してカメラに撮影した。光学平板の安定を考えると、試験片の圧縮側表面上で測定の方が実験が容易であった。次に、ささえ刃に沿うての圧力分布が負荷と共に変化し、これが試験片中央の測定部に影響を及ぼすことが懸念される。支点間の距離の接近は幅方向の曲げを減少し、したがって ϵ_y を小さく、(1) で m' を大きくする傾向がある。本実験でこの距離を 6 cm にとった。これは試験片の幅に比べ幾分か小さ過ぎるきらいはあるが、この影響を研究した外国文献⁽⁵⁾をみても、この寸法比でさしつかえないようである。また軟鋼に対する著者の実験結果があまりこの影響をうけていないのでこの寸法を採用した。

4. 研磨面にだれのある場合の測定法

一般に光波干渉によるポアソン比の測定には、干渉

面が完全平面であることが必要で、完全平面に研磨し、また実験開始まで完全平面に保持して干渉しまを出させることは技術的に容易な技ではなく、この方法はよく知られているがきわめて困難な実験であり、ことに鋳鉄に対しては事実上至難である。著者はあらかじめ面にだれのあることを許し、まず、最初の面のだれを干渉しまで測定し、次に負荷による干渉しまの移動を測定して、求めた値についてだれの影響を計算によって修正し、 m' の正確な値を求めることにした。

まず、表面が完全平面である場合、(1) より

$$m' = \epsilon_x / (-\epsilon_y) = \rho_2 / \rho_1 \dots \dots \dots (3)$$

で示される。ここに ρ_1, ρ_2 は曲げを起した後の長さおよび幅方向の曲線の曲率半径である。

一般に、研磨作業を行った場合、 x, y 方面共に周辺部にだれを生じ、凸面となる可能性が多い。測定の結果、たいてい、だれは二次曲面で近似できるので、第3図および第4図に示されるごとく、OA を最初の表面とし、だれをそれぞれ Ax^2 および By^2 で表わすと、最初の表面の曲率は

第 3 図

第 4 図

$$\rho_x = 1/2A, \quad \rho_y = 1/2B$$

である。これらの曲線上の点が曲げによって上下方向に偏移 z_1, z_2 を生じたとすると、変形後の面 OB の曲率半径の測定値は ρ_1, ρ_2 であり、だれのない場合には変形後 OC となるべきであるから、その曲率 ρ_1', ρ_2' は求める値である。これらの間に

$$\left. \begin{aligned} \rho_1' &= \frac{x}{\sin 2\theta}, \\ z_1 - Ax^2 &= \frac{1}{2}x \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_x} \right) = x \tan \theta \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

および

$$\left. \begin{aligned} \rho_2' &= \frac{y}{\sin 2\theta}, \\ z_2 + By^2 &= \frac{1}{2}y \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_y} \right) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

の関係がある。(4) より

$$\rho_1' = \frac{\rho_1 \rho_x}{\rho_x - \rho_1} \dots \dots \dots (6)$$

$$(5) \text{ より } \rho_2' = \frac{\rho_2 \rho_y}{\rho_y + \rho_2} \dots\dots\dots (7)$$

をうる。したがって、ポアソン数 m' は

$$m' = \frac{\rho_2'}{\rho_1'} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_y}{\rho_x} \cdot \frac{\rho_x - \rho_1}{\rho_y + \rho_2} \dots\dots\dots (8)$$

で表わされる。ここに ρ_2/ρ_1 は測定された見掛けの値で ρ_2'/ρ_1' は修正値である。

曲率半径の測定に当っては、 n 番目のしまと $n+s$ 番目のしまとを通る円弧の半径をもって、その附近の曲率半径と近似し、中心より順次 n 番目および $n+s$ 番目のしまの測定をして、曲率半径を

$$\rho = \frac{1}{4s\lambda} (D_{n+s}^2 - D_n^2) \dots\dots\dots (9)$$

より求めた。ここに D_n, D_{n+s} は第 5 図に示される径の値で、 λ は光 (D 線) の波長で 5893 Å である。測定誤差を少なくするには s の値は大きい方がよく、本実験ではたいてい $s=4$ にとった。

第 5 図

第 6 図は軟鋼の双曲線干渉しまの一例を示す。第 1 表は測定の結果で $m'=3.3$ をえた。

第 7 図は鋳鉄の双曲線干渉しまの一例である。鋳鉄の m' については後にのべる。

第 6 図

第 1 表

荷 重 W kg	曲げモーメント M kg-cm	ρ_y mm	ρ_x mm	ρ_2 mm	ρ_1 mm	m'
0	0	557/4λ	826/4λ			
7.98	47.88	"	"			
9.85	59.10	"	"			
11.88	71.28	"	"	433/4λ	68/4λ	3.30
13.47	80.82	"	"	352/4λ	60/4λ	3.34
14.78	88.68	"	"	296/4λ	55/4λ	3.26
15.90	95.40	"	"	274/4λ	50/4λ	3.38
17.47	104.82	"	"			
20.53	123.18	"	"	186/4λ	40/4λ	3.32
21.95	131.70	塑性曲げに移行		168/4λ	38/4λ	3.30

第 7 図

5. 鋳鉄のポアソン数 m'

応力ひずみ関係が鋼におけるごとく直線の場合には、弾性係数 E およびせん断弾性係数 G は、弾性限内でおのおの一定であるから、ポアソン数 m' も一定となり、荷重を変えても変化しないが、鋳鉄のごとき非線型弾性材料では E, G は負荷と共に変化するゆえ、 m' は一定とならず荷重と共に変化するものと考えられる。

非線型弾性に対する中川理論によれば、一般に、ひずみは

$$\epsilon_i = f(\sigma_{ei}), \quad \sigma_{ei} = \sigma_i - \frac{1}{m} (\sigma_j + \sigma_k),$$

$$(i, j, k) = (x, y, z)$$

$$m = \text{const.}$$

で示される。これを鋳鉄の引張りに適用すると、この場合、 $\sigma_y = \sigma_z = 0$ であるから

$$\sigma_{ex} = \sigma_x, \quad \sigma_{ey} = -\frac{1}{m} \sigma_x,$$

(i) 今、応力ひずみの関係式として $\epsilon_x = \sigma_{ex}/(a - b\sigma_{ex})$ を使うと、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{a - b\sigma_x} \\ \epsilon_y &= -\frac{1}{m} \cdot \frac{\sigma_x}{a + b\sigma_x/m} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

これよりポアソン数 m' は

$$m' = \frac{\epsilon_x}{-\epsilon_y} = m + (m+1) \frac{b\sigma_x}{a - b\sigma_x} \dots\dots\dots (11)$$

あるいは、 $m' = m + (m+1) \cdot b\epsilon_x$ すなわち、 m' は ϵ_x の値によって直線状に変化する。 σ_x によっては少しく向上に凹形に上昇する。

(ii) 次に応力ひずみ曲線として、引張りと圧縮の両側を通じて表わしうる式

$$\sigma_{ei} = \frac{a\epsilon_i}{1 + b^2\epsilon_i^2} \quad \text{あるいは} \quad \epsilon_i = \frac{a\sigma_{ei}}{a^2 - b^2\sigma_{ei}^2}$$

を採用すると、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{a\sigma_x}{a^2 - b^2\sigma_x^2} \\ \epsilon_y &= -\frac{1}{m} \cdot \frac{a\sigma_x}{a^2 - b^2\sigma_x^2/m^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

となり、これより

$$\left. \begin{aligned} m' &= \frac{\varepsilon_x}{-\varepsilon_y} = m + \frac{m^2-1}{m} \cdot \frac{b\sigma_x^2}{a^2-b^2\sigma_x^2} \\ \text{あるいは} \\ m' &= m + \frac{m^2-1}{m} \cdot \frac{b^2\varepsilon_x^2}{1+b^2\varepsilon_x^2} \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

をえる。上記では $b^4\varepsilon_x^4$ の項を省略している。この場合は ε_x に対しても m' は直線とはならない。

6. ポアソン数と曲げモーメント

次に m' と曲げモーメントとの関係式を求めてみる。はりの断面の幅を B , 高さを H で表わし, 中立軸から断面上の任意の点に至る距離を η とし, ε_x は η に比例すると仮定する。力, モーメントの平衡式

$$P = \int_F \sigma_x dF = 0, \quad M = \int_F \sigma_x \eta dF$$

に (10) または (12) の応力ひずみの関係式を代入して m' と M の関係式がえられる。たとえば (12) を用いた場合には

$$M = \frac{aB}{b^3c} \left[H - \frac{1}{bc} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{1}{2} bcH \right) - \tan^{-1} \left(-\frac{1}{2} bcH \right) \right\} \right]$$

ここに $c = \varepsilon_x / \eta$ である。いま $\frac{1}{2} cH = \varepsilon_1$ とおくと

$$M = \frac{1}{2} BH^2 \cdot a\varepsilon_1 \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{5} b^2\varepsilon_1^2 + \frac{1}{7} b^4\varepsilon_1^4 - \dots \right\} \dots (14)$$

この第3項以下の省略して

$$M = \frac{1}{2} BH^2 \cdot a\varepsilon_1 \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{5} b^2\varepsilon_1^2 \right\} \dots (15)$$

この関係を (13) に代入して m' と M の関係式がえられる。この場合求むる式は複雑な式になるから, 更に近似化して $a\varepsilon_1 = 6M/BH^2$ とおけば

$$m' = m + \frac{m^2-1}{m} \cdot \frac{M^2}{M^2 + \left(\frac{1}{6} BH^2 \cdot a/b \right)^2} \dots (16)$$

同様に (10) を用いた場合には

$$m' = m + (m+1) \frac{b}{a} \cdot \frac{6M}{BH^2} \dots (17)$$

これらの近似式 (16), (17) でも次に示すごとく実験値とかなりよく一致する。

7. 実験結果

本実験に用いた鉄の顕微鏡組織は, 第8図に示される。またその引張試験よりえられた定数の値は $a = 1100 \text{ t/cm}^2$, $b = 315$ となった。この値を (17) に代入して, 実験値の上に直線をひくと, $m = 2.5$ となり, 実験値とはかなりへだたる。したがって, 実験値を通る直線より定数を求めると, $a = 1100 \text{ t/cm}^2$, $b = 169$ となる。この場合 $m = 3$ となる。第9図は実験とこれらの直線を示す。

なお, 試験片 No. 2 について $m = 3.44$ として (16) を表わすと第10図のごとく実験値とかなり一致して

第 8 図 (×90)

第 9 図

第 10 図

いることがわかる。

(16) と (17) のいずれが実際によく一致するかは, なお今後研究を要するところであるが, 引張試験よりえられる応力ひずみ曲線の形にも関係し, ε_y を直接測定して, これと σ_x との関係を求めることにより, 上記の諸式の検討をすることができる。

第 11 図

第 11 図は J. Woolmann⁽⁶⁾ の実験結果より採ったもので、氏は鋼塊鑄型用鑄鉄材につき、縦ひずみと横ひずみを直接して、これよりポアソン比を求めている。この実験では m' の値が一般的に少し大き過ぎるよう現われているが、その変化の傾向は著者の実験結果と一致している。 b/a の比が小さいほど直線のこう配が緩やかになっていることも著者の理論と一致する。

8. 結 言

以上、鑄鉄のごとくフックの法則に従わない材料について、光の干渉の方法で、ポアソン数 m' が荷重に

よっていかに変化するかを調べ、曲げモーメントの関係を理論的ならびに実験的に比較検討した。なお、光干渉に適用する試験片の表面にあらかじめだれのあつことを許し、これに対する補正をすることによってポアソン数を正確に求めることができた。

注：—

(1) 昭和 28 年 9 月 9 日 第 3 回応用力学連合講演会において講演、原稿受付 昭和 28 年 10 月 13 日。

(2), (3) 正員, 京都大学工学部。

(4) 中川, 機械学会論文集, 14 卷 49 号, 69 ページ (昭 23)。

(5) H. T. Jessop, Phil. Mag. A 2, 42, p. 551 (1921)。

(6) J. Woolmann, Iron and Steel Inst, Vol. 168, part 3, p. 273 (1951)。

539.537

衝撃かたさについて⁽¹⁾

中川有三⁽²⁾ 奥田 聡⁽³⁾ 松居国夫⁽⁴⁾

On the Impact Hardness

by Yūzō NAKAGAWA, Satoshi OKUDA and Kunio MATSUI

The object of this study is to find the distinct knowledge of the physical meaning of impact hardness. The experiment was made using the tester of pendulum type.

From the results of our experiments, we have confirmed that the similar expression to the equation $P=ah_0+bh_0^2$ for the static indentation was applicable to the dynamic indentation and the ratio of elastic recoil (h_0-h) to the instantaneous maximum depth of indentation h_0 was almost equal to the ratio of rebounding height H_2 to falling height of hammer H_1 . (h is the permanent set of indentation.) Therefore, it is appropriate to consider that one may use the ratio H_2/H_1 as the measure of hardness.

1. 緒 言

材料の表面上に球やハンマを落下せしめて、これに変形を起し、そのくぼみの形状やハンマの跳上りの高さを測定することにより、材料の かのさを 知る方法は、ショアかたさを始め相当多く行われているが、衝撃かたさの意味は未だ理解されておらないといつてよい。

著者の一人が前報⁽⁵⁾に述べたように、ブリネル等の押込かたさに関しては荷重 P とくぼみ深さ h との関係を $P=ah+bh^n$ で表わせば、実験結果とよく一致することがわかったので、本報では衝撃押込荷重の場合にもこの式が適合するかを調べ、これに基づいてくぼみの弾性変形と塑性変形との関係を検討して、衝撃かたさの意味を明確ならしめようと企図した。

2. 試 験 装 置

著者の用いた試験装置は第 1 図の島津製作所製シャルピ型 30 kg-cm 衝撃試験機を改造したもので、ハン

第 1 図

マはまずそのささえ腕 C と等重量のつり合おもり B を腕の延長上に取り付けて平衡をとり、径 1/2 in の鋼球を振半径 300 mm の打撃点に位置せしめハンマ H の重量が P 点に加わるようにした。ハンマの重量および落角を変えて実験し、その時に試験片に生じた鋼球