621.664.01

転位歯車ポンプの特性⁽¹⁾

(閉じ込みおよび吐出し量について)

広 野 雅 道⁽²⁾

Characteristics of Involute Profile Shifted Gear Pump (On the Closed and Derived Quantity)

by Masamichi HIRONO

The purpose of this research is to solve how the closed quantity which is formed between the contact points of gear teeth and the derived quantity of a gear pump are influenced by the amount of profile shift and the system of profile shifting applied to the gear designing.

By the analytical study, the following results were obtained. Namely, applying T. NAKADA's Shifting Method, the closed quantity can be decreased distinctly by increasing the amount of profile shift, but this method has a tendency to decrease the derived quantity. While, the shifting method provided in German Industry Norm (DIN) is hardly useful for decreasing the closed quantity, but this increases the derived quantity.

Besides, some data of the special involute profile shifted gear which may avoid the evile influence of closing could be obtained.

1. 緒 言

歯車ポンプ用インボリュート歯車は一般に歯数の少ないものが有利であるので、歯車は切下げをふせぐために圧力角の大きな(25~30°)工具を用いるか、あるいは転位して製作されている。前者は言うまでもなく特殊な圧力角の工具を必要とするが、後者は標準工具でまに合うのでこのいわゆる転位歯車が歯車ポンプ用として広く使用される傾向にあることは周知のとおりである。しかし歯車を転位切削すれば、歯形のプロファイルは当然変化して歯車ポンプとしての性能にもいろいろと変化をもたらすことは容易に想像されるところであるが、これについての系統的な研究はいまだ発表されていないようである。したがって筆者はまず、歯車ポンプの閉じ込みおよび吐出し量の二点についてそれらが歯車の転位方式および転位量によっていかに変化されるか、あるいはまた標準歯車に比していかなる得失がえられるか計算を行ってみた。

2. 閉じ込みについて

2.1 閉じ込みとかみあい率 R_g =基円半径, R =ピッチ円半径, R_1 =歯先円半径, R_2 =歯底円半径, t_n =法線ピッチ, A =中心距離, α =かみあい圧力角, α_h =工具圧力角, z =歯数, M =モジュール, ε =かみあい率, x =転位係数

第1図の閉じ込み面積を F とし、会田、岡本両氏

の計算⁽³⁾によれば次式が得られる。

$$F = \frac{t_n}{2} R_g (\tan^2 \eta + \tan^2 \eta') + \frac{t_n^2}{2} (\tan \eta + \tan \eta') + R_g \cdot t_n + \frac{t_n^3}{3 R_g} - W \dots \dots \dots (1)$$

ここに W は歯形のプロファイルによってきまる値で、第2図および第3図において歯車の歯元すみ肉曲線がラック工具の直線部と頂隙(kM)の丸みとの境い目によって生ずるトロコイドであると仮定しかつ、それとインボリュートとの境い目の点と歯車の中心とを結ぶ直線を R_f とすれば

第 1 図

$$W = 4s + \frac{2}{3} R_g^2 \left\{ \left(\frac{\sqrt{R_1^2 - R_g^2}}{R_g} \right)^3 - \left(\frac{\sqrt{R_f^2 - R_g^2}}{R_g} \right)^3 \right\} + R_2^2 \zeta + R_1^2 \zeta$$

ここに

第 2 図

第 3 図

$$s = \frac{R_2^2}{2} \tan \theta_f - \frac{R_2^3}{2R} (\tan \theta_f + \frac{1}{3} \tan^3 \theta_f)$$

$$\theta_f = \cos^{-1} \frac{R_2 + kM}{R_f}$$

$$\xi = \frac{t_1}{R} - 2 \left\{ \phi + \operatorname{inv} \alpha_h - \operatorname{inv} \left(\cos^{-1} \frac{R_g}{R_f} \right) \right\}$$

$$\phi = \theta_f - \frac{R_2}{R} \tan \theta_f$$

$$\zeta = \frac{t_2}{R} - 2 \left\{ \operatorname{inv} \left(\cos^{-1} \frac{R_g}{R_1} \right) - \operatorname{inv} \alpha_h \right\}$$

さて、第1図より $\tan \gamma' = (A \sin \alpha - t_n) / (R_g - \tan \gamma)$ なる関係があるから、これを(1)式に代入して F を最小にする γ の値を求めれば

$$\tan \gamma = \frac{A \sin \alpha - t_n}{2R_g} = \tan \gamma'$$

すなわち、かみあい中央位置で F は最小となり、その値を F_m とすれば、 $R_g = t_n \cdot z / 2\pi$ において

$$F_m = \frac{\pi}{2z} (A \sin \alpha)^2 + t_n^2 \left(\frac{z}{2\pi} + \frac{\pi}{6z} \right) - W \dots (2)$$

F はかみあい始め(または終り)の位置で最大となり、その位置における γ , γ' を γ_i , γ_i' とし、かみあいの干渉がないものとして、

$$\tan \gamma_i = \left(\frac{A \sin \alpha}{t_n} - \varepsilon \right) \frac{\pi}{z}, \quad \tan \gamma_i' = \left(\varepsilon - \frac{2t_n - A \sin \alpha}{t_n} \right) \frac{\pi}{z}$$

$$\text{ただし } \varepsilon = \frac{2\sqrt{R_1^2 - R_g^2} - A \sin \alpha}{t_n}$$

(1) 式に代入して、その値を F_i とすれば

$$\begin{aligned} F_i &= \frac{\pi}{2z} t_n^2 (\varepsilon^2 - 2\varepsilon) + \frac{\pi}{2z} (A \sin \alpha)^2 + t_n^2 \left(\frac{z}{2\pi} + \frac{2\pi}{3z} \right) \\ &\quad - W \\ &= \frac{\pi}{2z} t_n^2 (\varepsilon - 1)^2 + F_m \dots (3) \end{aligned}$$

F_i と F_m との差を λ とおけば

$$\lambda = F_i - F_m = \frac{\pi}{2z} t_n^2 (\varepsilon - 1)^2 \dots (4)$$

また λ と F_i との比を τ として

$$\tau = \lambda / F_i \dots (5)$$

λ は歯車の回転によるかみあい位置の変化により生ずる閉じ込み圧縮される量であって、歯車ポンプの駆動動力の損失、トルクの変動、あるいはがたつきなどの弊害の原因をなすものである。これを少なくするためには(4)式より明らかなごとく t_n , すなわち $\cos \alpha_h$ あるいは ε を小さくすればよい。(z を大きくすれば一般に ε は大きくなるから結果として λ は大きくなる) ε は歯車を転位切削すれば小さくすることができるので歯車ポンプに転位歯車を使用する利点が理論的に説明された。しかし閉じ込み圧力に直接関係し歯車ポンプの閉じ込みに関する性能を決定づけるものは τ の値であるから、転位歯車の閉じ込みについて論ずるには ε の変化のみならず W の変化をも考慮しなければならないことはもちろんである。

2.2 転位歯車の閉じ込みの計算例 次の二つの転位方式により設計製作された転位歯車の場合についてそれぞれ計算を行う。ただし歯切りにはラック工具を使用したものとする。

(a) 歯先のすきまを標準歯車のそれと等しくする転位方式によるもの⁽⁴⁾——以下これを T.N 式と略記する。

(b) DIN の転位方式によるもの。

$$R_2 = \frac{Mz}{2} - (1+k-x)M, \quad k: \text{工具の頂隙係数}$$

$$R_f = \sqrt{\{(1-x)M \cot \alpha_h\}^2 + \left\{ \frac{Mz}{2} - (1-x)M \right\}^2}$$

$$\frac{t_1}{R} = \frac{\pi}{z} - \frac{4x}{z} \tan \alpha_h, \quad \frac{t_2}{R} = \frac{\pi}{z} + \frac{4x}{z} \tan \alpha_h$$

$$R_1(\text{T.N}) = \frac{(z+2)M}{2} + (y-x)M,$$

y : 中心距離増加係数

$$R_1(\text{DIN}) = \frac{(z+2)M}{2} + xM$$

$\alpha_h = 20^\circ$, $z = 10, 15, 20$ とした計算結果を第4図第5図に示す。第4図は λ と x の関係で、 x を与えて ε を計算し λ を求めたものである。TN 式によれば λ は x の増加とともに減少し 0 にまで達するが DIN 式の場合は減少の仕方が少くある程度以上は減少しない。この理由は x を増しても ε の減少程度がわずかで、更に x を増せば歯先のすきまが 0 となり実際にそぐわなくなるためである。図中の曲線の末端が

第 4 図

第 5 図

らその場合の x を知ることが出来る。第5図は $k=0.2$ とした上記の場合の τ と x の関係で、TN 式では τ は λ とよく似た傾向をたどって減少する。 $\epsilon=1$ になるように x をえらべば τ (または λ) は 0 になることは (4) 式および (5) 式より明らかである。

しかしそれでは実用上具合が悪いので $\epsilon \neq 1$ ($\epsilon > 1$) となるように ϵ を選べば τ はほとんど 0 に近くなる。一方 DIN 式によるものでは、 τ は x とともにやや減少し $x \approx 0.3$ 以上となると増加し始める。

以上の計算においてはすべてバックラッシュはなしとしなくても P は第1図のごとき形態をとるものと仮定した。

3. 吐出し量について

Q を 1 回転単位幅あたりの理論吐出し量とすれば

$$Q = 2\pi \left\{ R_1^2 - R_0^2 \left(\tan^2 \alpha + 1 + \frac{\pi^2}{3z^2} \right) \right\} \dots \dots \dots (6)$$

標準歯車の Q を Q_0 とし次式を考える。

$$\delta Q = Q - Q_0$$

(i) TN 式による場合 δQ を δQ_{TN} であらわせば

$$\delta Q_{TN} = 2\pi M^2 \left[(z+2)(y-x) + (y-x)^2 - \frac{z^2}{4} \times \left\{ \left(\frac{\cos \alpha_h}{\cos \alpha} \right)^2 - 1 \right\} \right] \dots \dots \dots (7)$$

また (6) 式において $R_1 = \frac{(z+2)M}{2} + Mx$

$$\tan \alpha = \tan \alpha_h + \frac{4}{\sin 2\alpha_h} \cdot \frac{x}{z}$$

とおくことにより

$$\delta Q_{TN} \approx 2\pi M^2 (2x - \cot^2 \alpha_h \cdot x^2) \dots \dots \dots (8)$$

すなわち、 δQ_{TN} は近似的に、 z には無関係に

第 6 図

第 7 図

$x = \tan^2 \alpha_h$ のとき最大となり, $\delta Q_{TN \max} = 2\pi M^2 \tan^2 \alpha_h$ となり, また, $x = 2 \tan^2 \alpha_h$ のとき, $\delta Q_{TN} = 0$ となって標準歯車の場合と等しくなる. 第6図は $\alpha_h = 20^\circ$, $z = 10, 15, 20$ の場合の δQ_{TN} と x の関係および近似値 (点線) との関係を示す. 近似式の誤差は歯数の多いときおよび x の小さい範囲において少い. 第7図は $\delta Q_{TN}/Q_0$ と x の関係である.

第 8 図

第 9 図

(ii) DIN 式による場合 δQ を δQ_{DIN} で表わせば

$$\delta Q_{DIN} = 2\pi M^2 \left[(z+2)x + x^2 - \frac{z^2}{4} \left\{ \left(\frac{\cos \alpha_h}{\cos \alpha} \right)^2 - 1 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

第8図は δQ_{DIN} の値で ($\alpha_h = 20^\circ$, $z = 10, 15, 20$), この計算値より実験式を求めれば ($\alpha_h = 20^\circ$)

$$\delta Q_{DIN} = ax^b \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに $z = 10$, $a = 5.12$, $b = 1.31$

$z = 15$, $a = 5.66$, $b = 1.35$

$z = 20$, $a = 6.05$, $b = 1.38$

第9図は $\delta Q_{DIN}/Q_0$ を示す.

4. 歯車ポンプ用特殊転位歯車について

前述のごとく F はかみあいの中央において最小になるから, この位置からかみあいが始まるように歯車を転位すれば圧縮される容積は全くなくなるわけである. すなわち第10図において

$$R_0(\tan \alpha + \xi) - \sqrt{(R_1')^2 - (R_0')^2} = 0 \quad \dots\dots (11)$$

を満足する転位係数を選べばよい.

簡単のために $z = z'$ として, 次の場合について考える.

(i) 中心距離を標準歯車と等しくして O' 歯車のみを負に転位する場合

$$\alpha = \alpha_h, \xi = \frac{\pi}{z}, R_1' = \frac{z+2}{2} - x,$$

(11) 式に代入すれば容易に x は求まる (第1表).

第1表

第2表

z	x		z	$x \ (x' = -x)$		
	$\alpha_h = 20^\circ$	$\alpha_h = 27^\circ$		$\alpha_h = 14.5^\circ$	$\alpha_h = 20^\circ$	$\alpha_h = 27^\circ$
10	0.323	0.228	8	0.296	0.215	0.124
11	0.337	0.239	9	0.318	0.232	0.134
12	0.349	0.248	10	0.336	0.246	0.144
13	0.359	0.256	11	0.352	0.258	0.152
14	0.368	0.263	12	0.365	0.269	0.159
15	0.376	0.270	13	0.377	0.278	0.165
16	0.383	0.275	14	0.387	0.287	0.171
17	0.389	0.280	15	0.397	0.294	0.176
18	0.394	0.284	16	0.405	0.301	0.180
19	0.399	0.288	17	0.412	0.307	0.184
20	0.404	0.292	18	0.419	0.312	0.187
21	0.408	0.295	19	0.425	0.317	0.190
22	0.412	0.298	20	0.431	0.321	0.193
23	0.415	0.301	21	0.436	0.325	0.196
24	0.418	0.303	22	0.440	0.329	0.199
25	0.421	0.306	23	0.445	0.333	0.201
			24	0.449	0.336	0.203
			25	0.452	0.339	0.205

(ii) 中心距離を標準歯車と等しくし O , O' 歯車とも転位する場合 ($x + x' = 0$)

$$\alpha = \alpha_h, \xi = \frac{\pi}{z} + \frac{4x}{z} \tan \alpha_h, R_1' = \frac{z+2}{2} - x$$

(11) 式より第2表が得られる. 第11図(A)は $\alpha_h = 20^\circ$, $z = 23$, D.P. = 18 のこの種の一組の転位歯車で, 11図(B)および11図(C)はこの歯車のかみあい始めおよび終りの位置における閉込容積を拡大撮

第 10 図

第 11 図(A)

第 11 図(B)

第 11 図(C)

影したものである。

しかし (i), (ii) の転位歯車は従動車側を負に転

位するために歯数の少ない歯車では切下げをまぬがれない。

(iii) O' 歯車を標準歯車として O 歯車を正に転位する場合

$$\xi = \frac{\pi}{z} + \frac{4x}{z} \tan \alpha_h - 2(\text{inv } \alpha - \text{inv } \alpha_h)$$

$$\text{inv } \alpha = \frac{x}{z} \tan \alpha_h + \text{inv } \alpha_h$$

$$R_1' = (z+2)/2$$

これらを (11) 式に代入して、 x と α ラジアンとの関係式を導き、 α を適当に与えて x を求める。しかるのちに中心距離を計算すればよい。

(i), (ii), (iii) の歯車の理論吐出量、標準歯車との差をそれぞれ $\delta Q_{(i)}$, $\delta Q_{(ii)}$, $\delta Q_{(iii)}$ とすれば

$$\delta Q_{(i)} = -\pi M^2 \{ (z+2)x - x^2 \}$$

$$\delta Q_{(ii)} = 2\pi M^2 x^2$$

$$\delta Q_{(iii)} = \pi M^2 \left[(z+2)x + x^2 - \frac{z^2}{2} \left\{ \left(\frac{\cos \alpha_h}{\cos \alpha} \right)^2 - 1 \right\} \right]$$

5. 結 言

以上を要約すれば

(1) 閉じ込み容積とかみあい率との関係を明らかにした。

(2) 中田氏の転位方式により歯車を適当に転位すれば閉じ込みの害をほとんどなくすることができる。この場合、吐出量は数パーセント減少する。

(3) DIN 方式による転位歯車は閉じ込みの害を減少させるには余り役立たない。しかし吐出量は増加する。

(4) 閉じ込みの害を消滅させる特殊な転位歯車の一設計資料を提供した。

終りにいろいろ御教示をいただいた静岡大学市川常男助教授に感謝する。

注：一

(1) 昭和 29 年 6 月 4 日 浜松地方講演会において講演，原稿受付 昭和 29 年 6 月 30 日。

(2) 正員，静岡大学工学部。

(3) 会田，岡本，エンヂニヤリング，40 巻 8 号，373 ページ (昭 28-8)。

(4) 中田，転位歯車。