なおこのとき

$$(\alpha)_{n=1} = 29^\circ 13' 4, \quad (\bar{\alpha})_{n=1} = 37^\circ 29' 55.$$

8. 結 論

以上本研究により得られた結果を要約すれば次のとおりである.

1. 内接かみ合の場合のインボリュート平歯車的一般式を必要にして、かつ十分な形で与えた.
2. かみ合率 n , 歯数比 ε , かみ合圧力角 α の間に成立すべき関係式を与え、更に、これら要素を与えるとき、すべての可能な可逆歯車を決定する方法を与えた.
3. n, ε, α を与えるときの最大最小歯数問題を論じた.

4. トロコイド干渉を生ぜぬための必要かつ十分な条件式の一つの形を与え、更にそれを用い、トロコイド干渉が理論的に処理しうることを示した.

5. 更に以上の結果に基づいて両歯車の歯数 z_1, z_2 を与えるとき、すべての可能な可逆歯車を決定する方法を与えることができた.

終りに御指導を賜った東北大学成瀬政男教授、松山多賀一教授の御厚情に対し、深堪なる謝意を表します.

注:—

- (1) 昭和 29 年 4 月 6 日 第 31 期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和 29 年 9 月 27 日.
- (2) 正員、青森県立三本木高等学校.
- (3) 筆者: 第 31 期定時総会講演前刷参照.
- (4) p. 35, Fig. 50.

621.833.3

は す ば 歯 車 の 研 究 (その 2)

シェービング加工の解析と計画法⁽¹⁾

漆 原 信 之⁽²⁾

Analysis and Planning for Gear Shaving

by Nobuyuki URUSHIBARA

The pan-angular intermeshing with unintersecting contact lines at both sides of tooth is the most general case in gearing of a pair of cylindrical toothed gears, but the ortho-angular intermeshing with intersecting contact lines is only a special case.

Unadaptability of usual theory or equations based on ortho-angular intermeshing condition to gear shaving which is an application of direct contacting pan-angular intermeshing made the author solve involute helicoid to clear up the pan-angular intermeshing theory including fundamental equations that an arbitrary pair of cylindrical gears can intermesh perfectly and correctly with free axle cross angle in a certain range with straight contact lines of equal pressure angles and equal distances from common perpendicular of gear axes and that a relation such as equality of helical angles, intersection of contact lines or an evaluation of any one of axle cross angle, center distance and contact line distance between gears determines their intermeshing condition uniquely, making accurate numerical calculations possible.

The problem of eccentric error in gear shaving is analyzed by this theory, for example. Applications of the fundamental and derived equations to shaving and to hobbing are discussed. Result of numerical analysis of the actual shaving data is shown.

1. 緒 言

片方を鏡映対称の向にして、斜角を異にする平歯車をかみ合位置に重ねると、軸がある交叉角をなして落付く。しかしその交叉角は直歯車や平行軸はすば歯車のようにきちんと決って少しも動かないと言うような

ことはない。もちろん点接触であるからであろうが、あの丈夫な歯が指先の軽い力によって、そんな大きな応力ひずみを起すとは考えられない。指を離すと元のある交叉角にもどる。そしてこの間に中心距離はほとんど変わらない。これをいかに解釈したらよいのか。

シェービング加工は異斜角平歯車の密着かみ合を利

用したものである。仕上しと称する削りとりべき歯厚の一部を、密着中心距離を縮めて行くことによって取り去り、所定の歯厚に仕上げる。そうすると加工の前後で圧力角が変るはずであるから、交叉角も変るはずであるのに、これを一定の量で終始する。しかし実際上これでよい歯形が得られている。その理由はどうなのか。

前述のある落付いた交叉角の場合を正かみ合、それからずらした交叉角の場合をずれかみ合と名づけることとすると、ずれかみ合は理論的に完全なかみ合なのか、または近似的なのか。ずれの量あるいは歯厚の増分が中心距離あるいは接触線位置に及ぼす影響はどうか。接触線はどんな線なのか。そのほかの諸元間の関係はどうか。

シェービングをやるにはこれらのことを知りたいのであるが、正かみ合を目標にした計算法や、近似計算法では、ずれかみ合に対しては全然間に合わない。そこで筆者は基筒ピッチを共通とする一對の一般ねじ歯車におけるずれかみ合の根本理論を明らかにするため、インボリュートねじ曲面を用いてこれの解析を試みた。ここに基筒ピッチと言うのは同じ巻方向の隣接歯曲面の法間隔であって、基筒についてのモジュールの π 倍であり、これがすべて等しいと言うことは基筒モジュールを1にとることによって表わされることにしたから、これは π である。

2. 一般かみ合基本式導出のあらまし

歯車軸の法平面と歯曲面のかみ合点における切平面との交線と、両歯車軸の共通垂線であるところのかみ合中心線となす角すなわち軸法圧力角は β 、この切平面が創成ラックの面である場合の β すなわち軸法刃物角は θ 、この切平面とかみ合中心線となす角すなわち法圧力角は τ 、基筒並びにかみ合点をとる同心円筒と歯曲面との交りであるねじ線の切線と歯車軸となす角すなわち基筒斜角並びにかみ合斜角は λ 並びに φ 、歯車軸交叉角は ω 、歯山または歯みぞの中心の位相角は M 、歯数は N 、基筒半径は R 、一つの歯の平行切平面間の距離すなわち法歯厚は J 、密着状態における中心距離は L 、接触線とかみ合中心線との垂直距離すなわちずれ幅の半分は U 、 $U \neq 0$ のときのかみ合は“ずれかみ合”、 $U=0$ のときは“正かみ合” (この特別な場合の値であることをサフィックス0を附加して表わす)、 $(\omega - \omega_0)$ はずれ角、すべてのサフィックスの附いた同種の量の総和は Σ でおのおの表わされることとする。

まず一對のはすば歯車のうちの片方を鏡映対称の向きにして、直角座標 $(O-x, y, z)$ の z 軸を歯車軸に、 y 軸をかみ合中心線にとり、角は座標軸の正方向を原線にとり、その角の面と垂直な座標軸の正方向から見て右回りを正とし、方向性のない角やそれを考えない角はすべて正とし、歯数、距離、半径もすべて正とす

る。 y 軸を原線とする位相角、圧力角、刃物角などはかみ合問題処理に関しては常に鋭角であり、 z 軸を原線とする斜角は常に正負鋭角であり、交叉角は常に正数とする。

諸定数、変数をこのように決め、求めるインボリュートねじ曲面と z 軸中心の円筒との交わりはねじ線であり、 z 軸の法平面との交わりはインボリュート曲線であるということから次に示すような曲面方程式が得られる

$$\frac{x - R \sin \beta'}{\cos \beta'} = \frac{y - R \cos \beta'}{-\sin \beta'} = \frac{z - R \cot \lambda (\beta' - K)}{\cot \lambda} \quad \dots\dots\dots (1)$$

式中の β' は、この式が β' を母数とすれば曲面上の母線を表わすような媒介変数であり、 K は曲面位相角で歯車が停止しておれば定数である。式中の諸数値には歯車番号1または2がサフィックスとして付けられる。同巻方向隣接曲面においては K の値の差が $\pm 2\pi/N$ であるから切平面の方程式から $R = N \sec \lambda / 2$ なる関係式が得られる。

一對の歯車が任意の交叉角 ω でかみ合う場合の曲面切点における共通切平面とかみ合中心線となす角を τ とし、これらの曲面に半頂角 τ なる媒介ラックをかみ合接触させると次の関係式が得られる。

$$\sin \beta = \sin \tau \cdot \sec \lambda \quad \dots\dots\dots (2)$$

ラックの理論頂線は(1)の切平面たるラック面の交線として求められ、これが z 軸と φ_1, φ_2 なる角をなすすると次の関係式が得られる。

$$\sin \varphi = \sin \lambda \cdot \sec \tau \quad \dots\dots\dots (3)$$

この頂線の $z=0$ 平面上の通過点の x 座標 $MR \sec \beta$ は $R \sec \beta$ を半径とする円周上の歯中心の原線よりの弧長に等しいからこの円が創成円である。今 θ なる半頂角のラックにより無転位に創成された場合の法歯厚を J' とすれば、頂線方程式から $J' = \pi/2 + N \operatorname{inv} \theta$ が得られ、所定の法歯厚 J にするために転位により $4J'$ が加えられるとすると

$$J = \pi/2 + N \operatorname{inv} \theta + 4J' \quad \dots\dots\dots (4)$$

(2) および (3) 式は法圧力角と基筒斜角の絶対値との間には“互いに余角よりも小である”と言う重要な関係のあることをも示している。

さて次に片方の歯車の鏡映対称の向をかみ合の向きへ直し、媒介ラックの歯の方向を z 軸とするように y 軸の回りに x, z 軸を回し、両歯車軸を L だけ離すように新座標へ変換する。しかし諸定数の決め方は元のままとしておく。新座標における曲面の切平面がかみ合媒介ラックを表わすすると次の二つの関係式が得られる。

$$N_1 M_1 = N_2 M_2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$L = (\Sigma N \beta + \Sigma J - \pi) / 2 \sin \tau \quad \dots\dots\dots (6)$$

(5) は歯車軸回転角比は、歯数に逆比例することを示し、(6) は中心距離の一般基本式である。また歯車軸

は z 軸と φ_1, φ_2 なる角をなしているのであるから、次の交叉角一般基本式が得られる。

$$\omega = |\varphi_1 - \varphi_2| \dots\dots\dots (7)$$

次に曲面の切点は曲面と切平面との交線たる母線の交点でなければならぬし、この母線は法平面内に横たわるのであるから法平面の交線が曲面切点の軌跡たる接触線であり、歯の両側の接触線として二つの直線が得られ、この直線は z 軸に垂直で x 軸と $\pm\tau$ の角をなし、基筒に接し切平面に垂直で母線の交点をとおり、 y 軸との距離は $\mp U$ であり、 τ が法圧力角であるという結果が得られ、そしてこの U の値は次式に示すとおりである。

$$U = (\sum N \operatorname{inv} \beta - \sum J + \pi) / 2 \sin \tau \tan \tau \cdot \Phi \dots\dots (8)$$

ここに $\Phi = \tan \varphi_1 - \tan \varphi_2$ であって、ずれ幅と法圧力角との関係式が得られたわけであるから、次のように言い表わすことができる。

基筒ピッチを共通とする一組のねじ歯車においては、おのおのの個々の歯車諸元がすべて与えられても、ある範囲の任意の交叉角と、それに相当する法圧力角と中心距離とをもって、かみ合は理論的に完全に行われ、また続けられる。そしてそのときの接触線は、一般的には、かみ合中心線から、等距離で等法圧力角をもって交叉する二つの直線であり、一般かみ合基本式は (2) から (8) までの諸式である。

すなわちかみ合状態は個々の歯車諸元のほかに相対関係が一つだけ追加されればただ一つに決る。たとえば平行軸平歯車ならば等斜角 ($\lambda_1 = \lambda_2$) が、正かみ合ねじ歯車ならば接触線が交わること ($U_0 = 0$) が、また、ずれかみ合ねじ歯車ならば U, L, ω, τ などのうちの一つの値が与えられることが、かみ合状態がただ一つに決るために追加されるべき一つの相対関係である。

これら基本式は、諸定数を変数とした場合に連続であって、数多くの誘導式が得られ、それらによって後に述べるような有用な近似式が得られる。普通の場合にはこれら近似式で十分に用は足りるが絶対正確な値を必要とする場合には基本式そのものによるべきはもちろんである。

3. 正 か み 合

接触線がかみ合中心線上で交っている特別な場合が正かみ合である。この場合の関係式はうまい作図などででも得られるが一般かみ合基本式から $U_0 = 0$ として簡単に得られ、 $\sum N \operatorname{inv} \beta - \sum J + \pi = 0$ が必要にして十分な条件である。等斜角すなわち平行軸の場合にもこの式が得られるから、この接触平面がかみ合中心線と交っている場合も正かみ合に含まれることとすると正かみ合の基本式は

$$\begin{aligned} \sum N \operatorname{inv} \beta_0 - \sum J + \pi &= 0, \quad L_0 = \sum R \sec \beta_0, \\ \omega_0 &= |\varphi_{10} - \varphi_{20}|, \quad \sin \beta_0 = \sin \tau_0 \sec \lambda, \\ \sin \varphi_0 &= \sin \lambda \sec \tau_0 \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

さて L_0 も ω_0 も τ_0 の関数であり、今仮りにモジュールしたがって法刃物角 θ_n なる共通のラックで創成されたとすると次のような τ_0 の近似式が得られ、基本式により限りなく真値に近い τ_0 の値が得られ、したがって $\beta_0, \varphi_0, L_0, \omega_0$ の真値が得られる。

$$\tau_0 \doteq \theta_n + \sum \Delta J' / \tan^2 \theta_n \cdot \sum n \dots\dots\dots (10)$$

ここに n は仮想直歯車近似計算法における仮想直歯車の歯数であって、 δ を創成円筒上斜角とすれば、 $n = N \sec^3 \delta$ である。

正かみ合をしているねじ歯車において $\sum J$ が $\Delta \sum J$ だけ変化した場合に、依然として正かみ合たるために ω_0 を $\Delta \omega_0$ だけ変えてやらなければならぬとすると

$$\Delta \omega_0 \doteq |\Phi_0| \cdot \Delta \sum J / \tan \tau_0 \cdot \sum n' \dots\dots\dots (11)$$

ここに $n' = N \sec^3 \varphi_0$, $\Phi_0 = \tan \varphi_{10} - \tan \varphi_{20}$ である。絶対正確な値は基本式によるべきはもちろんであるが変化の傾向や概略値を知るには便利な式である。

正かみ合の問題として近似計算法がある。新座標において $z=0$ 平面と曲面との交線はインボリュートに似て非なる曲線であり、創成円半径並びにかみ合点半径におけるこの曲線の曲率を、 n 並びに n' の歯数の直歯車の真正インボリュート曲線の同等位置における曲率に等しいとくと、 $n = N \sec^3 \delta$ ならびに $n' = N \sec^3 \varphi_0$ という結果が得られる。

そこでねじ歯車の計算に当ってこの歯数の仮想直歯車をもって異斜角はすば歯車に置き変えて計算すると言う仮想直歯車近似計算法は、 $(dL/d\omega)_{\omega=\omega_0}=0$, $(d^2L/d\omega^2)_{\omega=\omega_0}>0$ であるから正かみ合においては多少の交叉角の誤差は、あまり中心距離に影響を与えないし、交叉角に誤差があっても、ずれかみ合で正密にかみ合っていてくれるし、また中心距離の誤差はそれ限りでほかから誤差が重畳して来ないから、正かみ合を対称とする限り、この方法は実用上さしつかえない程度に誤差の少ないものである。上述のこの理由はまた緒言で述べた、手を離れた落付いた状態が正かみ合であることをも示している。

4. ず れ か み 合

異斜角で接触線距離が 0 でない一般の場合がずれかみ合である。一般かみ合基本式において、かみ合状態がただ一つに決るのに必要な相対関係のうちで、最もまれな場合であろうが τ の値が与えられた場合は、 τ が各式の共通変数の形になっているから、最も簡単であって説明を要しない。次に U, L, ω のうちの一つの値が与えられた場合には、まず正かみ合の場合の値が求められ、次に挙げるような、基本式から展開によって得られた最も簡単な近似式によってほかの値が得られ、更に近似値では間に合わない場合には、それと基本式とによって接近して行けば限りなく真値に近い値が得られる。

$$\Delta L_0 \doteq (\Delta \omega_0)^2 \cdot \sum n' / 4 \sin \tau_0 \tan \tau_0 \cdot \Phi_0^2 \dots\dots (12)$$

$$\Delta U_0 = U \doteq \pm \Delta \omega_0 \cdot \sum n' / 2 \sin \tau_0 \cdot \Phi_0^2 \dots\dots (13)$$

ここに複号は $\Phi_0 \geq 0$ によって選ばれるものとする。これらの式により次の事柄が示されている。 L_0 は極小値であるため ずれ角 $\Delta\omega_0$ が正でも負でも中心距離は常に増大する。中心距離の増分すなわち中心距離のずれは ずれ角 がある程度から大きくなると急に増大する。斜角差が小さいと中心距離の ずれ や ずれ幅 に対する ずれ角 の影響ははなはだ大である。

次に ω が与えられている場合において、 ΣJ の変化に対する L , U の変化は次の式で与えられる。

$$\Delta L = \Delta \Sigma J / 2 \sin \tau \cdots \cdots \cdots (14)$$

$$\Delta U = -\Delta \Sigma J / 2 \sin \tau \tan \tau \cdot \Phi \cdots \cdots \cdots (15)$$

また (11) 式を ずれかみ合 での式とすれば、この式は正かみ合をしている場合からの法歯厚和の変化に対し、交叉角がそのままならば、 $\Delta\omega_0$ が ずれ角 としに残ると言うことを示している。

さてシェービングとは、どういうことをやるかを考えて見ると、仕上しろと称するところの法歯厚の増分が、まだあるときも仕上って無くなったときも同交叉角でかみ合っていないければならないのであるから、ずれかみ合が計画的に存在すること明らかである。ゆえにシェービングは、ずれかみ合に属し、カッタの設計、選定、使用法、すなわち工具費、加工単価などに密接に関係のあることからくわしい解答を与えてもらうためには、この ずれかみ合理論 によるのがよい。たとえばシェービング機械の交叉角を調整する際に、中心距離をそのままにしておいて ずれ角 をあまり大きくすると、ときには次に述べることと相まってとんでもない歯形になってしまい、つまらぬことになる。そこで正かみ合の位置から、あまり逸脱しないためには、なんらかの方法で正かみ合交叉角を知るならば、この関係の諸条件による傾向や程度を、更には数値的に、示してくれるのが (12) 式である。シェービングカッタを計画する際に案内作用をよくするためなどで斜角差をあまり小さくするとわずかの ずれ角 でもずれ幅が大となり、カッタの切削幅からはみ出しがちで使いにくいし、経済的にも得策でない。この関係の傾向程度を、必要ならばそれを数値的に示してくれるのが (13) 式である。シェービング機械を調整して歯厚を与えられた値にしようとする場合に、この割合で中心距離の調整をすればよいという見当を与えてくれるのが (14) 式である。仕上しろがあったり無くなったりにする場合に ずれ幅 はこの割合で変化するから注意して ずれ幅 を切削幅からはみ出させないようにということを示してくれるのが (15) 式である。仕上しろが無くなる場合に $\lambda_1 \geq \lambda_2$ によって ずれ幅 が増したり減ったり、あるいは減り過ぎて反対方向に増したりするからシェービングカッタの計画や加工の際には注意が必要である。また (13) 式は与えられた条件のもとで、カッタの切削幅が与えられていれば ずれ角 の限度を示すものででもある。(11) 式は仕上しろの変化に対する ずれ角 の関係を表わしている。これらは

二三の例であるが、このように ずれかみ合 の応用であるシェービングに対し、ずれかみ合諸式の寄与するところは少くない。しかし、どんなふうによっても、ずれ幅をカッタ切削面内に収め、規定同時かみ合歯数を保有せしめ、歯面に十分な案内作用があり、中心距離の ずれ があまり大きくない程度ならば、経済上の能率は別として、製品の出来ばえには理論上は変りないと言えるかも知れぬ。

5. シェービング加工における偏心

ずれかみ合理論の応用の一例として偏心誤差の問題を取扱って見よう。シェービング前の歯切の際に偏心があったか、あるいはシェービングの際の心棒に振れがあるか、などで若干の偏心が予想され、その歯車の用途に対し微量の歯車比の変化は許されるものとする。

ホッピングなどのように、製品歯車とカッタとが歯車装置などにより強制的に等角速度比に結合されている場合には問題は無いが、シェービングのように曲面法ピッチですなわち基円上円弧ピッチで案内されている場合には趣きを異にする。被加工歯車の実際上の回転中心がどこであろうともその歯車中に等ピッチの歯が等角速度で回る中心を求めれば、それは基円の中心であることになる。そして実際上の中心は基円の中心ではないのであるから、歯車の周の部位により角ピッチが変動することになる。このことは歯数の異なった歯車が次々とかみ合っていくことになり、したがって小歯数の歯車に相当した部分では法歯厚が大に、大歯数の歯車に相当した部分では法歯厚が小に加工されて、カッタに対し背隙一定であるように仕上げられることになる。叙上の事柄をまえおきとして、これをずれかみ合理論で解いて見よう。

カッタの歯数を N_0 、製品のを N 、そのほかこれに準ずることとする。ここでは N, J が変数である。基円の中心線と偏心をしている実際に回る中心線とが平行であると仮定すると、交叉角 ω は一定であるから $d\omega/dN$ は 0 である。シェービングにおいては異斜角であるから基本式により $d\omega/d\tau \neq 0$ であるから $d\tau/dN = 0$ でなければならない。 τ が一定であるから λ_0, λ_1 したがって $\varphi_0, \varphi, \beta_0, \beta$ も一定である。そうして ずれかみ合の中心距離の式 (6) から $(N_0\beta_0 + J_0) + (N\beta + J) = 2L \sin \tau - \pi = \text{一定値}$ であるから $(N\beta + J)$ が一定値であることになる。今シェービングの際の一定値 β と、偏心により部分的に変る N に対応して変る法歯厚 J が $(N\beta + J) = \text{一定値}$ なる関係を保ちつつ変るような歯車に、カッタ以外の歯車をかみ合わせた場合に、そのときの法圧力角が τ ならば軸法圧力角が β であるから $(N\beta + J)$ は一定値となり、したがって中心距離一定の密着かみ合をするから法歯厚和から差引かれた背隙分をもって等背隙のかみ合をないうるわけである。しかし、部分的に歯数変るのであるから (5) 式により歯車比は厳密に一定ではない。次に別の

歯車にかみ合わせたときに法圧力角が τ でなくて τ_0 であったとすると軸法圧力角は一定値 β_0 となり、 $\beta_0 = \beta + e$ とすれば e も一定値である。しかるに $(N\beta_0 + J)$ は $(N \cdot e + N\beta + J)$ であるから一定値とならず、1 回転中に $N \cdot e$ の変動するだけ変動するから、この場合には一定密着中心距離でかみ合わないから一定背隙でかみ合わないことになる。

そこで、シェーピング加工上多少の偏心が予想されても出来るだけ一様な背隙でかみ合うような歯形をうるには、製品歯車が使用される場合の法圧力角に出来るだけ近い値の法圧力角をもってシェーピング加工が行われなければならない、と言うことになる。カッタの設計、加工の計画の際に注意すべきである。

6. ホビングとずれかみ合理論

ねじ歯車の密着かみ合を利用した歯車加工法にシェーピングとホビングとがあり、前者は交叉角を十数度にとり横のすべり方向においての比較的高位の接触による良好な案内作用を利用して製品歯車を自己案内としたもので、後者は交叉角をずっと大きくしてその代り製品とカッタとを歯車装置で結んで強制的に案内させ二番をつけたカッタを用いてブランクから削ろうというものであることはいまさら説明の要はないことであるが、ここで述べたいことは、インボリュートはすば歯車としてのホブが使用されるならば、あるいはホブをインボリュートはすば歯車と見なすならばこのずれかみ合理論がシェーピングに同じようにホビングにも適用されてよいのではないかと言うことである。

インボリュートはすば歯車としてのホブとは、刃先を連ねるねじ曲面がインボリュートねじ曲面であるようなホブを指すことは言うまでもない。たとえば斜角が非常に大きい場合には軸に沿うた面とねじ曲面との交わりを求めることによって歯形の修正量が得られるし、小径多数歯で斜角が割合に小さい場合にはうまくふうして刃先を連ねるねじ曲面と軸法面との交わりの曲線をインボリュートテスターのようにして調べるとかして正しいインボリュートねじ曲面に相当する刃形をもつホブが得られたとすると、このねじ歯車のかみ合理論によれば、実際上の誤差問題を別とすれば、正しいインボリュート歯形が得られるわけである。ホブをなるべくラックと同値になるように計画することも一つの方法であろうが、そうはできないような場合もありうる。

ホビングにおいては製品は確実に案内され、カッタは良好な切削性をもっているのであるから、仕上りで正かみ合となるような交叉角とするのが原則であると言えよう。製品の歯がホブから離れて行くときが基本式の適用範囲内で、ホブによって削られているところは範囲外であることももちろんである。

ホブの場合の交叉角は大きいのであるから、 $4J'$ が大きくて、 $\Sigma 4J'$ が大きい場合に、ピッチ筒斜角差で

交叉角に代用したような場合を考えると、(11) 式により、ホブが小径であるとする割合に大きなずれ角となるわけであるが、ずれ幅は (13) によりあまり大きくならない。これがホビングの特徴であるが、ある程度を越すと (12) 式に示されているように 2 乗で急に中心距離のずれが大となり、しかも歯高の関係から中心距離は一定の値におさえられるから、この中心距離のずれは中心距離の負の変化となり (14) 式により法歯厚の減少を来し、目的の歯形が得られないことになる。そればかりでなく、時には、切下げが起らないように設計された歯車に切下げが生じたりする。このように ずれかみ合理論 はホビングにおいても、ホブの設計、加工上の計画などに対しても有用な指針であると言えよう。

7. ずれかみ合理論の実用計算例

ここに挙げる実例は少し古いものであるが、非常に変化に富み例として挙げるのに適していると思われるから借用することとし、筆者の推定に誤りがあることがらに対しては、例として挙げるための仮定と見なされたい。これはある自動車の変速機の歯車で、シェーピング諸元は実験的に決められたと思われるから、これを本理論にかけて解析して見よう。ここに掲げる数字は精密な計算による結果の、けたの頭の部分だけを採ったものであり、あまり説明に必要な数値は割愛させてもらうこととする。

この変速機には今仮りに No.1~10 の番号をつけた 10 個のはすば歯車があり、基筒モジュールは $0.136''$ 、基筒斜角は No.1~4 が $26^\circ 08'$ 、No.5~6 が $24^\circ 44'$ 、No.7~10 が $28^\circ 10'$ で、これらの歯車に対し別々の軸方向送り用のシェーピングカッタが使用され、それらの基筒斜角は No.6 用以外が $13^\circ 20'$ 、No.6 用が $19^\circ 59'$ で、新品カッタとによる法歯厚増分の和 $4\Sigma J'$ が番号順で $0.008, 0.011, 0.009, 0.010, 0.099, 0.180, 0.067, 0.222, 0.096, 0.080$ である。歯車とカッタとの間の正かみ合交叉角 ω_0 は (3), (7), (9), (10) の諸式によって計算され、No.1~4 が $13^\circ 29'$ 、No.5 が $12^\circ 04'$ 、No.6 が $5^\circ 03'$ 、No.7~10 が $15^\circ 43' \sim 45'$ となる。そこでこの 4 種類に分けて考察することとする。No.6 の ω_0 が過小なのは、この歯車に近接して No.8 が一体となっており、しかも No.8 の方がずっと大きく、十分な交叉角をとれないためと思われる。 $4\Sigma J'$ が No.5~10 の程度になるとピッチ筒斜角差は交叉角の代用にはならないことももちろんである。現在は不合理であるからやらないようであるが、古いカッタにはそれぞれ製造者の実験値と思われる指定交叉角の刻字が見られたからそれを新品カッタに対するものと見なして、それから得られたずれ角 $4\omega_0$ の値から (13) 式により求められたずれ幅は No.1~4 が $2.0'' \sim 1.8''$ 、No.5 が $-0.4''$ (負のずれ)、No.6 が $8.0''$ (かけはなれて大きい)、No.7~10 が $1.0'' \sim 0.8''$

である。またこれらの ずれ角 は(11)式で計算された 0.6, 0.1, 1.0, 0.4 mm の片側仕上しろがついておるときに正かみ合になるようなずれである。No.5 と No.6 とはしばらくおき、No.1~4 および No.7~10 に見られるような、ちょっと大きな ずれ は仕上しろのためばかりではなくて切削性などのためもあるのではないかと思われる。そしてこれらのカッタの歯形修正も零あるいは僅少で簡単である。No.5 は何のためかはっきりわからないが負にずれさせ、しかも複雑な歯形修正がカッタに加えられている。No.6 であるが、斜角差が小さいと (13) 式に明らかのように、ずれ幅の変化の割合はうんと大きくなり、No.6 においては当然カッタ幅からはみ出してカッタの端面でも切削が行われていることになりシェーピングとしては好ましくないのではないかと思われる。そしてカッタの歯形修正も複雑で大量である。なお、当然のことかも知れないが、転位の有無大小、歯数などはあまり影響があるようには見受けられない。

次にシェーピング作業のための計画をして見よう。シェーピング前歯切の精度が非常にわるいとして片側 0.0068" も仕上しろをとらなければならないと仮定する。前述の仕上りで正かみ合の交叉角にしておいて、この仕上しろをつけたとすると (15) 式によりずれ幅が 0.5", 0.6", 1.3", 0.4" の負のずれとなる。負のずれでは切削に具合が悪いとして正のずれとすることとする。すなわち切削の初めて正かみ合とするためには交叉角は (11) 式により 13°31', 12°06', 5°03', 15°47' となり、仕上りでずれ幅がだいたい正の前記の値になる。より正確な値は、このようにしないで仕上しろの加わった $\Delta \sum J'$ と (3), (7), (9), (10) 式の諸式とからの ω_0 と仕上しろの減少 $-\Delta \sum J$ と (15) 式とから得られる。切削中中心距離短縮の送りがかかっている間は かみ合中心線 の両側では ずれ幅 は等しくないわけであり、歯面が悪ければ接触線は散乱するわけであるが、仕上しろが最大の出張りで規定されるならば、この計算値以内にあるわけである。さて No.6 以外の場合のように約 15 度程度の交叉角で前述のような非常に大きな仕上しろでも、ずれ幅はだいたい 0.5" 程度以内であることが明らかとなった。そこでカッタ切削幅はもっと大きいのであるから、カッタ幅、製品歯車の幅などの関係を勘案して、軸方向送りとすることにしたとすると、計画的にカッタの切削場所を変えていって、なるべく回数多く使うようにすれば、再研摩費、工具新調費など大いに節減されることになる。製品の寸法によっては横送り、斜送り用のカッタも計画しうる。この場合には自らカッタ幅全体を一様に使うことになり、具合のよい点もあるが、研摩機的能力とか、カッタ製作の難易などから制限を受けがちである。次にカッタ設計上のことがらであるが、No.6 のように交叉角を 5° 程度にとると、ずれ幅がうんと増しがちで、案内作用はよいかも知れないが、仕上しろ

があまり大きいと、ずれ幅がカッタからはみ出して、よい案内作用もなにもなくなる。切削性もよくなりであろうから、このような交叉角はなるべく避けるべきである。さて、上述の説明で了解できたとおり、シェーピング前の歯切精度を上げるとは、いやが上にも経済的能率を向上させることになる。

8. 結 言

叙上のごとく、ねじ歯車のかみ合をインボリュートねじ曲面を用いて解析し、次の事柄を明らかにすることを得た。

(1) 基筒ピッチを共通とする一対のインボリュート平歯車において、おのおのの個々の歯車諸元がすべて与えられても、ある範囲内の任意の軸交叉角とそれに相当する法圧力角と中心距離とをもって、かみ合は理論的に完全に行われ、また続けられる。そしてそのときの接触線は、一般的には、かみ合中心線から等距離、等法圧力角をもって交叉する二つの直線であり、一般かみ合基本式は次のものである。

$$U = (\sum N \operatorname{inv} \beta - \sum J + \pi) / 2 \sin \tau \tan \tau \cdot \Phi,$$

$$L = (\sum N \beta + \sum J - \pi) / 2 \sin \tau,$$

$$\omega = |\varphi_1 - \varphi_2|, \quad \sin \beta = \sin \tau \cdot \sec \lambda,$$

$$\sin \varphi = \sin \lambda \cdot \sec \tau$$

(2) 基筒ピッチを共通とする、一対の一般インボリュート平歯車において、おのおのの歯車の個々の歯車諸元に、次のように相対関係が一つ追加されると、かみ合状態はただ一つに決り、最も厳密な意味での正確な数値の計算も基本式により可能である。

(イ) $\lambda_1 = \lambda_2$ (等斜角)……平行軸平歯車

(ロ) $U_0 = 0$ (接触線が交わる)……正かみ合ねじ歯車

(ハ) U, L, ω, τ などのうちの一つの値が与えられる……ずれかみ合ねじ歯車

(3) 正かみ合附近の ずれかみ合 における、ずれ角、ずれ幅、中心距離のずれ、法歯厚和の変化などの間に、基本式から導出された次のような有用な近似式がある。

$$\Delta \omega_0 \approx |\Phi_0| \cdot \Delta \sum J / \tan \tau_0 \cdot \sum n'$$

$$\Delta L_0 \approx (\Delta \omega_0)^2 \cdot \sum n' / 4 \sin \tau_0 \tan \tau_0 \cdot \Phi_0$$

$$\Delta U_0 = U \approx \pm \Delta \omega_0 \cdot \sum n' / 2 \sin \tau_0 \cdot \Phi_0$$

$$\Delta L \approx \Delta \sum J / 2 \sin \tau$$

$$\Delta U \approx -\Delta \sum J / 2 \sin \tau \tan \tau \cdot \Phi$$

(4) インボリュートはすば歯車の法圧力角と基筒斜角の絶対値との間には『互いに余角よりも小である』という関係が存在する。

(5) 正かみ合を目標にしたところのねじ歯車近似計算法は、正かみ合を対象とする限り、次の理由により大きな利用価値をもつ。

(イ) 交叉角に誤差があっても、ずれかみ合で正密にかみ合っている。

(ロ) 交叉角に誤差があっても、密着中心距離は正かみ合交叉角において極小値であるから、中心距離に

はあまり影響はない。

(ハ) 中心距離の誤差はそれ限りで、ほかから誤差が重畳して来ない。

(6) 微小の歯車比の変動が許されるならば、使用状態と等しいかまたは近い値の法圧力角をもってシェーピングが行われるならば背隙の均一性が得られる。

(7) ホビングにおいても、インボリュートはすば歯車としてのホブが使用されるならば、あるいはホブがインボリュートはすば歯車と見なされるならば、やはり本理論が適用され、ホブの設計、製作、使用などの計画に際しても指針が与えられる。

(8) 法歯厚増分は、またぎ歯厚の増分に等しいから、計測に便で、その削り取られるべき量が直ちに仕上しろであり、密着状態からのこれの減量の和が背隙そのものである。などの理由により転位量はこれで与えられるのが便利である。

シェーピング加工は ずれかみ合 を計画的に行わせているものであるが、どんなふうにやっても、ずれ幅をカッタ切削面からはみ出さしめず、同時かみ合歯数

を決った値から逸脱せしめず、歯曲面間の案内作用を低下せしめず、中心距離のずれがはなはだしくないならば、製品の出来ばえは同じようではあろうが、カッタの設計、選定、使用法あるいは工具費、加工単価などの間にある密接な関係を合理的に計画しようとする際には、この ずれかみ合理論 も少からず役立つのではないかと思われる。

シェーピング加工には、本稿で取扱っていない歯車問題、材質、切削剤、不均一切削条件、不可避的の熱処理ひずみの問題など、およびそれらのためにも与えられることもある各種の歯形修正など、実験的に決めねばならぬことも数多くあるのであるから、わが国のごときところでは出来るだけ紙と鉛筆で実験の手間と資材とを節約するのがよいと思う。幸に本稿が斯業に關係しておられる各位のいくらかの御参考にでもなれば筆者の欣快とするところである。

注：一

(1) 昭和 29 年 4 月 6 日 第 31 期定時総会議演会において講演、原稿受付 昭和 29 年 4 月 10 日。

(2) 正員、東京製作所。

621.833.01

ハイポイド歯車の歯形に関する研究⁽¹⁾

酒 井 高 男⁽²⁾

A Study on the Tooth Profile of Hypoid Gears

by Takao SAKAI

To make clear the space image of meshing characters and to contribute to manufacturing of hypoid gears, the writer introduced a general idea of "gear mediator", giving teeth to which we can generate a pair of hypoid gears like by a rack in spur gears and a crown gear in bevel gears. Relating to it the writer treated the following in this paper :

- (1) The character of the mediator in general.
- (2) Specific slidings of the hypoid gears generated by the mediator.
- (3) The limiting cases in meshing of the hypoid gears generated by the mediator.

1. 緒 言

わが国におけるハイポイド歯車の研究は、特に第二次大戦から戦後にかけて盛んになってきた。すなわち直線を study の座標であらわし、その形式美に特長を有する、前田和彦氏による、線織面を歯面とし、直線接触をする一般歯車の理論⁽³⁾とか、これの拡張である、松山多賀一氏による、可展面を歯面とする食違軸歯車の理論⁽⁴⁾などが一つの流れであり、これに対し、直線接触に限らず、すべての歯面に共通した現象の、忠実な数式化に特長を有する、渡辺茂氏⁽⁵⁾などの

研究がこれである。

しかしこれらの研究に約十年先んじて、すでにハイポイド歯車に関する基本的問題が解明せられていたことは、注目に価する。すなわち谷村正義氏は、当時すでにハイポイド歯車の かみ合い理論 をはじめ、歯面の干渉にいたるまで論じている⁽⁶⁾。

しかしながら、これらの理論はあまりにも数式化されすぎているために、ハイポイド歯車の空間像を描き出す力に乏しく、また工作に対する考慮があまり払われていないという欠点を有する。

そこで筆者は、ハイポイド歯車の研究が、平歯車お