振動弁による流体柱の励振 (第3報)⁽¹⁾藤 井 澄 二⁽²⁾Excitation of Vibration of a Water-Column by a Fluttering Valve
(3rd Report)

by Sumiji FUJII

The paper deals with the possibility of generating sustained water-hammer by a fluttering valve which statically increases its opening with the increase of the pressure in the up-stream and which is usually expected to make a system rather stable, contrarily to the valve in the author's previous papers which decreases its opening with the increase of pressure in the up-stream. When the frequency of pressure variation in the up-stream is slightly higher than the natural frequency of the valve, the phase of the motion of the valve treated here is almost reversed relatively to the phase of pressure variation, and the amplitude of the valve is considerably large. This means that the valve can act as a negative resistance for pressure waves having frequencies slightly higher than its natural frequency, if only the damping of the valve motion is sufficiently small.

1. ま え が き

筆者はさきに、圧力差の増加とともにその開度を減ずるような弁を流体管路に取付けるときは、この弁は静的あるいは動的に負性抵抗を形成し、流体管路内の流体柱に自励振動を発生させることがあることを示した⁽³⁾⁽⁴⁾。ところがこのような流体柱の自励振動は、可能性はずっと少ないが、その開度が圧力差の増加とともに増すような構造を持つ弁によってもひき起こされることが実際問題として起っている。その現象を前報と同様の手法によって説明するのが、この報告の目的である。

第 1 図

2. 系 と 基 礎 式

いま系の構成を第1図のようなものとする。すなわち一定圧力の水そう R から一様な太さの長さ l の導管 L が導かれ、その末端に、ばね S でささえられた弁 V がついている。第1報の弁と違うところは、先には弁は導管内の圧力が増すと開度を減ずるようにつ

けられていたのに対し、ここでは弁の開度が増すように取付けられていることで、このような弁は第2報で取扱ったような周期の長い水撃に対してはこれを減衰させるように作用するわけである。

弁端における弁直前の流体の圧力および弁開度がわずかに変わったとしたとき、それに対応する弁端の管内の平均流速の変化は

$$\Delta v = \frac{v_0}{2h_0} \Delta h + \frac{v_0}{\delta_0} \xi + \frac{f'}{F} \dot{\xi} \dots\dots\dots (1)$$

となる。ここに Δv は平衡状態からの流速の増分、 v_0 は平衡状態における流速、 h_0 は均質流体の高さであらわした平衡状態に対応する弁前の圧力、 Δh は平衡状態からの水圧増加、 δ_0 は平衡状態における弁と弁座との軸方向の距離 (すきま)、 ξ は平衡位置より開く方向に正にとった弁の変位、 f' は弁の運動によって生ずる弁端の容積増加に対する弁の等価面積、 F は管路の断面積とする。

弁の変位と圧力との関係、入口の境界条件管内の波動に関する式などは第1報と同じで、それぞれ

$$\frac{W}{g} \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \mu \frac{d \xi}{dt} + k \xi = f \cdot \gamma \cdot \Delta h \dots\dots\dots (2)$$

$$x = -l : \Delta h = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\Delta h = \psi_1(t-x/c) + \psi_2(t+x/c) \dots\dots\dots (4)$$

$$\Delta v = \frac{g}{c} \{ \psi_1(t-x/c) - \psi_2(t+x/c) \} \dots\dots\dots (5)$$

などとなる。ここに W は弁の重量、 g は重力の加速度、 μ は弁の振動に対する抵抗係数、 k は弁ばねのば

ね定数, f は弁の受圧面積, γ は流体の比重量, x は管に沿う線座標, c は管内の圧力波の伝ば速度とする. ここでは水そう端を $x = -l$, 弁端を $x = 0$ にとり, また ψ_1 は管内を弁端に向かって進む波を, ψ_2 は水そう端に向かって進む波を表わしている.

3. 反射増幅率

いま

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(t-x/c) &= Ae^{\lambda(t-x/c)} \\ \psi_2(t+x/c) &= Be^{\lambda(t+x/c)} \\ \xi &= Ce^{\lambda t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

において上記の式に代入し第1報と同様の計算を進めると, 第1報 (13) および (16) に対応した反射増幅率 α_λ は

$$\alpha_\lambda = B/A$$

$$= \frac{1 - \frac{cv_0}{2h_0g} - \frac{cv_0}{(h_0-h_c)g} \cdot \frac{1+\rho\lambda/\omega_0}{1+\varepsilon\lambda/\omega_0+\lambda^2/\omega_0^2}}{1 + \frac{cv_0}{2h_0g} + \frac{cv_0}{(h_0-h_c)g} \cdot \frac{1+\rho\lambda/\omega_0}{1+\varepsilon\lambda/\omega_0+\lambda^2/\omega_0^2}} \dots\dots\dots (7)$$

および固有値方程式

$$-e^{2\lambda\tau}$$

$$= \frac{1 - \frac{cv_0}{2h_0g} - \frac{cv_0}{(h_0-h_c)g} \cdot \frac{1+\rho\lambda/\omega_0}{1+\varepsilon\lambda/\omega_0+\lambda^2/\omega_0^2}}{1 + \frac{cv_0}{2h_0g} + \frac{cv_0}{(h_0-h_c)g} \cdot \frac{1+\rho\lambda/\omega_0}{1+\varepsilon\lambda/\omega_0+\lambda^2/\omega_0^2}} \dots\dots\dots (8)$$

をうる. ここに h_c は弁の全閉に対応する正または負の圧力でこの形式の弁では常に h_0 よりも低く, したがって $h_0 - h_c$ は常に正である. また式中 $\varepsilon = \mu\sqrt{g}/\sqrt{kW}$, $\omega_0^2 = kg/W$, $\rho = \delta_0 f' \omega_0 / (v_0 F)$ なる置換がしてある. (7) において

$$a_p = cv_0/2h_0g, \quad a_\varepsilon = cv_0/(h_0-h_c)g \dots\dots\dots (9)$$

とおき, また弁端に定常的入射波 $\psi_1 = A \sin \omega' t$ が入って来る場合を考えて $\lambda = i\omega'$, $\omega = \omega'/\omega_0$ において (7) を書きなおせば,

$$\alpha_\lambda = \frac{1 - a_p - a_\varepsilon(1+i\rho\omega)/(1+i\varepsilon\omega-\omega^2)}{1 + a_p + a_\varepsilon(1+i\rho\omega)/(1+i\varepsilon\omega-\omega^2)} \dots\dots\dots (10)$$

をうる.

いま $\omega \rightarrow 0$ の場合, つまり弁の固有振動周期にくらべて周期の長い波が入って来たとする, a_ε の係数 $(1+i\rho\omega)/(1+i\varepsilon\omega-\omega^2) \rightarrow 1$ となり, $\alpha_\lambda = (1-a_p-a_\varepsilon)/(1+a_p+a_\varepsilon)$ をうるが, ここで $a_p > 0$, $a_\varepsilon > 0$ であるから $|\alpha_\lambda|$ は常に 1 よりも小で, 長い波はこの弁端における反射によって常に減幅され, 第1報で示した弁のように長い波を増幅することはない. つまり, 振動発生の可能性が, ずっとせまくなっているわけである.

また他方, 非常に高い振動数の入射波に対しては, $\omega \rightarrow \infty$ で a_ε の係数 $(1+i\rho\omega)/(1+i\varepsilon\omega-\omega^2)$ が 0 に収束することから,

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} |\alpha_\lambda| = |(1-a_p)/(1+a_p)| < 1$$

で, やはり減幅的に働くことがわかる. したがってもしこの弁端での反射がたとえ増幅的であるとしても, それは限られた範囲の振動数を持つ入射波に対してのみそう働くものであることがわかる.

4. 振動が増幅的である範囲

(10) の分子分母とも複素数であるから, そのまま一般の ω についての反射の性質を見きわめることはたやすくしない. そこでいま

$$Z = a + bi = a_p + a_\varepsilon(1+i\rho\omega)/(1+i\varepsilon\omega-\omega^2) \dots\dots\dots (11)$$

なる複素数 Z を考え, この Z のいかなる範囲で

$$\alpha_\lambda = \frac{1-Z}{1+Z} \dots\dots\dots (12)$$

の絶対値が 1 より大になるか, つまりこの反射が増幅的に働くかを考えてみる.

(12) から $|\alpha_\lambda|$ は次の形に書かれる.

$$|\alpha_\lambda| = \left| \frac{1-Z}{1+Z} \right| = \left| \frac{1-a-bi}{1+a+bi} \right| = \frac{|1-a-bi|}{|1+a+bi|}$$

$$= \left\{ \frac{(1-a)^2+b^2}{(1+a)^2+b^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (13)$$

(13) において, a, b は実数であるから, $|\alpha_\lambda| > 1$ つまり (13) の分子が分母よりも大きいためには

$$a = RZ < 0 \dots\dots\dots (14)$$

であることを要する. ここに RZ は Z の実数部の意である. つまり (11) の Z の実数部が負ならば増幅的, 正ならば減幅的な反射であることがわかる. そこで Z の実数部と虚数部とを分離してみると次のようになる.

$$Z = a + bi = a_p + a_\varepsilon \frac{1+i\rho\omega}{1+i\varepsilon\omega-\omega^2}$$

$$= a_p + a_\varepsilon \frac{(1+i\rho\omega)(1-i\varepsilon\omega-\omega^2)}{(1-\omega^2)^2+\varepsilon^2\omega^2}$$

$$= a_p + a_\varepsilon \frac{1-\omega^2+\rho\varepsilon\omega^2}{(1-\omega^2)^2+\varepsilon^2\omega^2} + ia_\varepsilon \frac{-\varepsilon\omega+\rho\omega-\rho\omega^3}{(1-\omega^2)^2+\varepsilon^2\omega^2}$$

したがって

$$RZ = a_p + a_\varepsilon \frac{1-\omega^2+\rho\varepsilon\omega^2}{(1-\omega^2)^2+\varepsilon^2\omega^2} \dots\dots\dots (15)$$

増幅的であるための条件は $RZ < 0$ であるから, (15) を変形して

$$\frac{1-\omega^2+\rho\varepsilon\omega^2}{(1-\omega^2)^2+\varepsilon^2\omega^2} < -\frac{a_p}{a_\varepsilon} \dots\dots\dots (16)$$

が発振可能な条件となる. 与えられた ρ, ε に対して (16) の左辺の関数を ω を横軸として曲線で表わしておけば, この曲線が $-a_p/a_\varepsilon$ を表わす横軸に平行な線より下方に出ている範囲では発振可能ということになる.

第2図は $\rho=0$ の場合に種々な ε に対して (16) の左辺を計算したもので, この結果から, ε が小さいときは, あるいは a_p/a_ε の小さいときに発振しやすくなり, また両方の値が大きいといかなる範囲でも発振し

第 2 図

なくなることがわかる。ばねが弱いと a_s は大になり、弁の開度が小だと a_p が小になる。したがって、このばねを弱く、弁の開度を小さくすると発振が起きやすくなる。またこの場合、発振可能な範囲が $\omega > 1$, すなわち、弁の固有振動数よりも高い領域にあり、したがってこの弁—管路系が自励振動を起すとすれば、その振動数は弁の固有振動数よりも高いものでなければならない。

ρ の影響としては、 ρ が大きくなるにしたがって発振の可能性が減る。第 3 図は $\epsilon=0.4$ として $\rho=0, 1, 2$ の場合について (16) の左辺を描いたものであるが、これでわかるように ρ の増加とともに曲線は次第に上方にうつり、しかも $\omega > 1$ の範囲に存在する谷が次第に浅くなり、かつその位置が右方にずれている。この谷の浅くなることが発振の可能性の減ることを示している。

それと同時に、曲線が横軸を切る位置、つまり発振可能範囲 ($a_p/a_s=0$ に対しての) の下限も次第に右によっている。この下限は (16) から

$$\omega^2 = 1/(1 - \rho\epsilon) \dots\dots\dots (17)$$

で与えられるから、 $\rho\epsilon$ の増加とともに大きくなるが、 $\rho\epsilon > 1$ となると、ついにはいかなる a_p/a_s に対しても発振の可能性はなくなってしまふ。しかしこのことは、 ρ の影響、つまり弁について水が運動するということが常識的に期待されるのとは逆に発振する振動数を高めるように作用していることを示す。

5. 計算の物理的説明

第 3 図

弁端の圧力が上昇したときに流量が増加すれば、この弁は波動に対して減衰的に働き、流量が減少すれば増幅的に働くということはすでに前の報告で説明したとおりで、前の上流側に開いた弁は静的にもまたある振動数の範囲では動的にもこの性質を備えており当然相当広い範囲の振動数の波に対して増幅的に働く。しかしこの報告における弁のように、下流側に向って開いている場合には、圧が上昇すれば弁開度を増ししたがって流量を増すから静的には増幅作用を持ち合わせていない。しかし周知のように、弁にかかる圧力と弁の変位は、共振点以下では同相になるが共振点以上では逆相になる。したがって弁の固有振動数よりも、やや高い振動数の波がこのような弁端に入って来たときは、弁は共振に近い状態で大きな振幅でふれるとともに、その位相はほとんど圧力の変動と逆相になる。つまり圧力が高い時に弁の開度が狭くしたがって流量は小になり、圧力が低い時に弁の開度が大きく流量が大になる。したがってこのような特定の範囲の振動数を持つ入射波に対して、撰択的に増幅作用を示すのである。この作用によって弁をふくむこの管路の固有振動のうち、弁の固有振動数よりやや高い振動数を持つもののみが選択的に成長することになる。

全体として圧力変動の位相に対し流量変動の位相が $\pm 90^\circ$ の範囲にあれば減衰的、 $180^\circ \pm 90^\circ$ の範囲にあれば増幅的である。

弁について動く水の影響を考えると、共振点以上では弁の位相 φ は $-90^\circ > \varphi > -180^\circ$ の範囲にあり、 $\epsilon=0$ ならば $\varphi = -180^\circ$ である。弁について動く水に

よって附加される流速は弁の運動速度, つまり弁の変位の微分に比例するから, 弁の位相よりも 90° だけ進んだ位相つまり圧力の位相に対して $0^\circ \sim 90^\circ$ の範囲の位相にある. だからこの影響は減衰を増加させるように働く. $\varepsilon=0$ だとこの位相差が 90° になるから, 減衰作用がなくなる.

6. む す び

以上の結果から, 静的にはその上流の圧力が増すと開度が増すように取付けられた弁でも, その弁あるいは弁の支持が弾性的にやわらかいと, 弁の開度の小さい場合に弁および管路に自励振動を発生しうることがわかる. そしてこのときの振動数は, 弁の固有振動数よりもやや高いもので, 低い振動は増幅されないから前報で述べた上流に向かって開いた弁の場合のように,

長周期の階段波などを発生することはない. またこの種の振動を止めるには, 弁あるいは弁支持の剛性を増すこと, および弁の振動に対して減衰を附加してやることが効果大きい.

終りにこの研究に協力された助手喜山宜志明君に感謝の意を表する.

注:—

(1) 昭和 29 年 11 月 28 日 東京秋期講演会において講演, 原稿受付 昭和 30 年 1 月 10 日.

(2) 正員, 東京大学工学部.

(3) 藤井, 振動弁による流体柱の励振 (第 1 報), 機械学会論文集, 18 卷 66 号 (1952).

(4) 藤井, 喜山, 同 上 (第 2 報), 機械学会論文集, 19 卷 73 号 (1952).

訂正 上記第 1 報 (論文集 18 卷 66 号 183 ページ) (10) 式, 括弧内 $(\delta_0 f)/(v_0 F)$ の前の符号および (12) 式以下 ρ の前の符号は (+) になっていますがすべて (-) の誤りですから御訂正下さい.

621-762.62

ラビリンスパッキンよりの空気の漏出について⁽¹⁾

(直通形の場合) 第 1 報

小 茂 島 和 生⁽²⁾

Leakage of Air through Labyrinth Packing (On the Straight-Through Type) 1st Report

by Kazunari KOMOTORI

This paper gives the results of experimental research on leakage of air through straight through type labyrinth packing. The general relations between leakage, number of constrictions, pitch of constrictions and pressure ratio are given in graphical forms.

These results substantially agree with the theoretical equations that have been reported, though the factor of number of constrictions is in need of correction. Moreover the carry-over factor is defined. This factor is a function of the ratio of the pitch of constrictions to clearance.

1. 緒 言

ラビリンスパッキンに関する研究は, 従来実験的にも, 理論的にもかなり行われており, 膨張室の数の効果, 流量係数の問題などについては一応結論が出ている⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾.

しかしながらこれまでの研究では, いずれも気体はラビリンス絞り細げきを通過する際完全な断熱膨張を行い, その際細げき部分で生じた運動エネルギーは膨張室内で全部失われて温度に変わり, 近づき速度無しで次の絞り段階に入り, 途中一切の損失は無いものとして取扱っている. これらの仮定のもとに Fanno 曲線を用いて解が得られるのであるが, 実際の場合にはこのよ

うな過程をたどることはほとんど無く, まず流体の膨張は断熱的ではなく, また運動のエネルギーが熱に変る過程, およびその後にも, かなりの損失があり, あるいはまた流体の一部は相当の運動エネルギーを持ったまま次の膨張室へと素通りして, いわゆる“吹抜け”でゆく状態である. このことは特にラビリンスパッキンとして最も簡単であり, 広く使用されている直通形 (straight-through type) において著しい. そこで, それらが膨張室の形, 特に絞り片のピッチ, 室の深さによりどう変るかを調べる目的で, 実験用のラビリンス装置を作り, 空気を用いて実験を行った.

本報告ではその内, 圧力比の影響, 絞り片枚数, そのピッチ絞り細げきなどの効果につき実験した結果を