寄 書

プロペラポンプの理論と設計法⁽¹⁾生 井 武 文⁽²⁾

Theory and Design of Axial-Flow Propeller Type Pump

by Takefumi IKUI

1. まえがき 著者はさきに軸流送風機の理論と設計法⁽³⁾を公表したが、プロペラポンプは流体力学的に軸流送風機と作動原理が同一であるから、送風機に有効な設計法はポンプに対してもまた有効なはずである。ただポンプの場合にはキャビテーションを考慮に入れなければならないが、一方送風機におけるように音速に対する制限速度を考える必要がない。

軸流送風機を設計するに当たって、圧力係数、流量係数、旋回係数を用いると設計に必要な諸元および送風機の性能を無次元表示できるので便利であるが、このことはポンプの場合にも言える。プロペラポンプの設計では従来、無次元量として揚程 H を基準にとって $k_u = u/\sqrt{2gH}$, $k_m = v_a/\sqrt{2gH}$ (u : 羽根車周速, v_a : 羽根車における軸流速度) を用いているが、ポンプは普通回転数を一定にして作動せしめるので、揚程や流量は回転数の関数であると考え、回転数を基準にとって、流量係数 $\phi = v_a/u$, 圧力係数 $\psi = H/(u^2/2g)$, 旋回係数 $\lambda = v_a/u$ (v_a : 絶対速度の円周方向分速度) を用いた方が合理的であると考え。水車の場合には落差が一定で作動するから、 H を基準にした方が合理的であろう。しかし $\phi = k_m/k_u$, $\psi = 1/k_u^2$ の関係があるから相互に換算することはできる。この設計法では ϕ, ψ, λ を用いて理論を展開し、その特色を明らかにした。

2. 設計計算法

翼素性能算定式、羽根車および案内羽根の圧力計効率および管路損失をも含めた総圧力計効率の算定式はすべて軸流送風機に対するものと同様にして導くことができるから詳細については既報の論文⁽³⁾を参照されたい。なおポン

プの場合には比較回転度は

$$n_s = n Q^{1/2} H^{-3/4} = 158 \phi_t^{1/2} (1 - \nu^2)^{1/2} \psi_t^{-3/4} \dots \dots (1)$$

となるから軸流送風機における $\psi_t, \phi_t, \eta_{\text{水}}, \sigma$ 線図を (1) の関係によって換算すればよい。ここには参考

のため軸方向流入型の羽根車についてボス比 $\nu = 0.5$, 抗揚比 $\varepsilon = 0.04$, 案内羽根と羽根車の抗揚比の比 $\mu = \varepsilon_g/\varepsilon = 1$ の場合についての管路抵抗を無視した場合の設計線図 (第1図) を掲げておく。

3. 失速 プロペラポンプではキャビテーションを考慮して翼の先端における揚力係数を小さくしなければならぬ。そのため翼先端のソリディティを大きくすると先広りの翼となって先端部の迎え角が小さくなる。したがって翼先端部は失速に対して非常に安全で締切り状態に近づいても失速しないが、逆に翼の根元はある程度流量が減ると迎え角が大きくなって失速状態となり、ボス付近では流れが三次元流動状態となることが考えられる⁽⁴⁾。このことは軸流送風機の場合とは逆である。プロペラポンプの場合には前述のように設計時における先端部の揚力係数がかかなり小さいので、たとえ流量が減少して翼根元で失速を起しても特性曲線は左下りにならない。翼性能の上から考えると同一のソリディティに対してなるべく翼枚数を多くする方が好ましいとも考えられるが、Schmidt⁽⁵⁾によると翼の投影面積が一定のとき、実験では翼の枚数が少ない方が効率がよくなっている。彼はこれに対して与えられた翼の曲率に対して水を最も効率よく曲げるためにはある長さの翼弦長を必要とすると述べている。また Stepanoff⁽⁶⁾ は比較回転度の小さいポンプすなわち揚程が大きい場合には翼面上の局所圧力および速度の最大値と最小値の差が大きすぎないようにするため、翼数は 3~5 枚の方がよいと述べている。このようにキャビテーションを考慮しなければ翼枚数が少ない方が実験では性能がよくなっているが、キャビテーションがおこるときは翼数がある程度多い方が羽根車全体としては翼性能がよいことも考えられるので、この点についてはさらに研究が行われなければならない。

翼の根元に対する失速の計算式は羽根車および案内羽根に対するもののいずれも軸流送風機の場合と同様に計算でき、また失速曲線図も同じものを用いることができる。

4. 羽根車代表半径

羽根車の性能を代表する代表半径としてどの半径をとればよいかを明らかにするため計算を行ってみた。プロペラポンプ内の水の運動は自由うず巻の条件を満足するものとする。そうする

第1図 速度線図
 v : 絶対速度, w : 相対速度
 添字 1: 羽根車入口, 2: 出口
 w_∞ は w_1 と w_2 の幾何平均速度

第 2 図 ϕ_t , ψ_t , n_s , η_{Mbe} 線図
軸方向流入型
----- 羽根車の失速曲線 ($K=1$)
—— 案内羽根の失速曲線 ($K_g=1$)
(斜線のある線) " " ($K_g=1.5$)

と羽根車の任意の翼素の水頭は第 1 図を参照して

$$H = \eta_{Mbe} H_{th} = \eta_{Mbe} u (v_{u2} - v_{u1}) / g \\ = \eta_{Mbe} u v_a (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) / g \quad \dots\dots\dots (2)$$

したがって羽根車全体の圧力計水頭はこの翼素の式を翼先端から根元まで積分すると求まるわけであるが、このとき近似的に H と翼素効率 η_{Mbe} は各翼素について一定とする。さて (2) で流入角 α_1 と流出角 α_2 が根元から先端にわたって半径 r に比例して増大するという条件をおいて積分を遂行すると、

$$H = \eta_{Mbe} \frac{v_a \Omega}{g} \frac{(\tan \alpha_{1r} - \tan \alpha_{2r})}{r_r} \frac{r_t^2 + r_r^2}{2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで Ω は羽根車の角速度である。一方代表半径における圧力計水頭は (2) から

$$H = \eta_{Mbe} \frac{v_a \Omega}{g} \frac{(\tan \alpha_{1r} - \tan \alpha_{2r})}{r_r} r_m^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

(3) と (4) を比較して代表半径は 2 乗平均半径となることがわかる。すなわち

$$r_m = \sqrt{(r_t^2 + r_r^2) / 2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

代表半径がわかれば特性曲線の推定はこの代表半径について行えばよいことになる。

5. キャピテーション キャピテーションはプロペラポンプの設計に際して考慮すべき重要な事項であるにもかかわらず現在これに対する実験資料がきわめて少い。使用するポンプがキャピテーションに対して安全であるためには吸込水頭をいくりに押えるべきであるかということとなるべく吸込水頭を大きくとりう

ようにすること、およびキャピテーションが起っても性能の低下を来さないような設計をすることがキャピテーションに対する重要な研究事項であるが、ここでは前者すなわちポンプのキャピテーションに対する吸込水頭の限界値を求める方法について述べる。

第 3 図
翼素表面の圧力分布図

圧力分布図から明かなように

$$\Delta h = \Delta h' + (v_{u1}^2 / 2g) \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで $\Delta h'$ は翼背面側における圧力降下量で、 v_{u1} は入口絶対速度 v_1 の円周方向成分であるから軸方向流入の場合にはゼロとなる。いま図の圧力分布図が囲む面積を考え、これが底辺が l 、高さが $\Delta h' / \chi'$ (χ' はある倍数) の三角形の面積に等しいとする。そうすると圧力分布図から求めた揚力は単位幅の翼素について $\gamma(l/2)(\Delta h' / \chi')$ (γ は流体の単位体積重量) である。一方翼理論から揚力 $L = C_L(\gamma w_\infty^2 / 2g)l$ (w_∞ は幾何平均流入速度) で、この二つの値は等しくしなければならぬから $\Delta h' = \chi' C_L(w_\infty^2 / 2g)$ となる。いま翼に対する流れの基準速度を w_∞ の代りに翼の入口相対速度 w_1 をとり、かつ χ' の代りに χ とすると (6) は

$$\Delta h = \chi C_L(w_1^2 / 2g) + (v_{u1}^2 / 2g) \quad \dots\dots\dots (7)$$

このとき係数 χ は圧力分布図より求まる。次にこの表示式を無次元化するため

$$A \equiv 1 - (v_{u1} / u_t) \quad \dots\dots\dots (8)$$

とおくと、第 1 図を参照して $w_1 = u_t A / \cos \beta_1$ であるから (7) は次のごとくなる。

$$\Delta h = (u_t^2 / 2g) \{ 2\chi C_L(A^2 + \phi_t^2) + (1 - A)^2 \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

これがプロペラポンプのキャピテーションに対する基礎式となる。プロペラポンプのキャピテーションに対しては実験資料が少く、どの方法を用いればよいという決定的なものが与えられていない。したがってここでは現在最も便利と考えられるキャピテーションの限界値を求める三つの主要な方法をプロペラポンプに適用してみよう。

- (1) キャピテーション係数 k_s を用いる方法
(9) から

$$k_s = \frac{\Delta h}{(w_1^2 / 2g)} = \frac{\Delta h}{(u_t^2 / 2g)} \left(\frac{u_t}{w_1} \right)^2 \\ = 2\chi C_L + \frac{(1 - A)^2}{A^2 + \phi_t^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

翼列実験において圧力降下量とキャピテーションの関

係値が求められている翼型を採用する場合には正しい設計ができる。ただ翼列実験結果が実際の羽根車に適用できるかどうかは、実験結果によらなければならない。いずれにしても翼列実験における k_s をもとにして (10) の C_L の値がキャピテーションの許容限界内にあるかどうかを検討する。

(2) Thoma のキャピテーション係数 σ を用いる方法 Thoma の係数 σ を用いる方法は次に述べる Pfeiderer の S とともに有名で水車の場合には広く用いられるがプロペラポンプに対しての資料が明らかでない。種々の型式のプロペラポンプについて σ の値がわかっていると次式から設計に際して採用すべき C_L の値が求まる。(9) から

$$\psi_t \sigma = \frac{H}{(u_t^2/2g)} \frac{dh}{H} = 2\chi C_L (A^2 + \phi_t^2) + (1-A)^2 \quad \dots\dots\dots (11)$$

いま軸方向流入型の場合について考えると、このときの圧力計水頭は

$$H = \frac{1}{2g} C_L w_\infty \frac{l}{t} \left[u_t \left(1 + \varepsilon \frac{w_\infty}{v_a} \right) - \varepsilon \frac{w_\infty^2}{v_a} \right] \\ \approx C_L w_\infty (l/t) u_t / 2g \quad \dots\dots\dots (12)$$

であるから (11) において $A=1$ とおけば

$$\sigma = 2\chi (t/l) (1 + \phi_t^2) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$\chi=0.65$ としたときの σ と ϕ_t の関係を節弦比 t/l を

第 4 図 キャピテーション係数 σ と流量係数 ϕ_t の関係

パラメータによって示すと第 4 図のようになる。

(3) Pfeiderer の吸込係数 S を用いる方法 S はうず巻ポンプの場合には実験的資料が示されているがプロペラポンプに対してはこれまた資料がない。しかしながら S を用いる方法は、うず巻ポンプとの対応をつける意味において、便利であると思われるので、プロペラポンプに S を用いる方法を拡張してみよう。

羽根車の直径は

$$D_t = \sqrt[3]{240 Q / \pi^2 k_v n \phi_t} \quad \because k_v = 1 - \nu^2$$

であるから、(9) を用いて書きなおすと

$$S = \left(\frac{n}{100} \right)^2 \frac{Q}{k_v D_t^3} \\ = 2.49 \phi_t \left[\frac{1}{2\chi C_L (A^2 + \phi_t^2) + (1-A)^2} \right]^{3/2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

S の値に対する実験的資料があると上式から C_L の値が許容限界内にあるかどうかを容易に判定できる。いま $\chi=0.65$, C_L の許容値を 0.25 にとって S と ϕ_t の関係を A をパラメータによって示すと第 5 図のようになる。この場合 S が最大になる ϕ_t の値はポンプの効率を最大にする意味からは多少大きすぎる気味がある。

第 5 図 吸込係数 S と流量係数 ϕ_t の関係

以上キャピテーションの計算に際して重要と考えられる三つの方法について述べたが、プロペラポンプのキャピテーションについては実験的資料がきわめて少く設計上明らかでない点が多いのでこの点についてさらに多くの実験が行われることを希望する。

〔計算例〕 圧力計水頭 $H=3.02$ m, 流量 $Q=1$ m³/s, 回転数 $n=600$ rpm のプロペラポンプを設計する。

比較回転度 $n_s=262$ で, $\nu=0.5$, $\varepsilon=0.04$, $\mu=1.5$ のとき $s=l/2r_t=30$ と仮定して (a) 軸方向流入型,

(b) 軸方向流出型, (c) 流入流出の旋回等しく方向反対の場合について総圧力計効率を求めると表に示すようになる。このうち最も効率のよい軸方

型式	ϕ_t	η_M %
(a)	0.216	76.7
(b)	0.231	72.6
(c)	0.217	75.5

第 6 図 羽根車の外径を種々に変えた場合のポンプ性能

向流入型に対して羽根車外径 $2r_t$ を種々に変えた場合の性能を比較したのが第 6 図である。図中 H_B は羽根車における水頭上昇, $H_{g\max}$ は羽根車先端の翼素の揚力係数を $C_L=0.3$, $\chi=0.65$ にとったときの最大吸込水頭を示す。ただし吸込水面における気圧を 9.5 m 水柱, 蒸気圧を 0.2 m 水柱とする。なお軸方向流出型は理論的には効率の点で劣るが, 実際問題としては圧力計水頭を他の二つの型式のものより大きく取りうること, また案内羽根が増速流であるため失速に対して安全であるのが効率が劣る点を補って余りある場合がある。

本研究を行うに当り御指導を賜った葛西教授に深甚の謝意を表す。また計算を手伝われた松崎繁樹工学士

に対し感謝する次第である。

注:—

- (1) 昭和 28 年 11 月 3 日 京阪神臨時大会講演会において講演, 原稿受付 昭和 29 年 9 月 29 日。
 - (2) 正員, 九州大学工学部。
 - (3) 生井, 上田, 機械学会論文集, 19 巻 81 号, 61 ページ (昭 28)。
 - (4) 鬼頭, 機械学会論文集, 2 巻 6 号, 161 ページ (昭 11)。
 - (5) Schmidt, Am. Soc. Nav. Eng. JI. Vol. XL, No. 1, Feb. 1928. あるいは次の (6) の文献の 145 ページ参照。
 - (6) Stepanoff, Centrifugal and Axial Flow Pumps, 1948.
- その他の文献として
G.F. Wislicenus; Fluid Mechanics of Turbomachinery, 1947. あるいは A.S.M.E. Trans. Aug. 1945, 451 ページ。
C. Pfeiderer: Die Kreiselpumpen 3 Aufl. 1949, あるいは V.D.I. Bd. 92, Nr. 23, Aug. 1950, 629 ページ。

円形大形オリフィスの流量公式について⁽¹⁾

笠 原 英 司⁽²⁾

On the Discharge Formula for the Circular Large Orifice

by Eiji KASAHARA

オリフィスの径に比べて水位が同程度の大きさである場合にはオリフィスの上縁と下縁とでは流出速度に相当の違いがある。ゆえにこのようないわゆる大形オリフィスにおいてはその流出量を算出するときには, おおのこの深さにおける流量を積算しなければならない。従来の円形大形オリフィスの流量公式もこのような方針で計算されたのであるが, 途中に出て来る積分を厳密に計算せずに, 級数展開によって積分を計算した近似公式となっているようである。すくなくとも著者の知る限りではこの積分が厳密に行われている報告を見ていない。しかしながら実はだ円積分を用いると厳密に積分を計算することができて厳密な流量公式が求められる。

厳密な流量公式が求められたといっても, 流量係数まで理論的に求められたわけではないから, それは一見数学的な興味に過ぎないように見える。実際, 流量公式で重要なのは流量係数であって, しかもそれは水位, その他の関数で与えられるから, もし実験的に精密にそれを決定してやりさえすれば, 特に大形オリフィスの公式は必要でなく, 小形オリフィスの式だけで十分ではないかとも考えられる。しかしながらこの厳密な流量公式のもつ意義はむしろ次のようなことであろうと筆者は考えている。

従来の公式では円形オリフィスの公式と円形せきのとでは形式的に全然異なったものであって, 両者の間には何んらの共通性がなかった。したがってもし最初

オリフィスであったものが水位が減じて せき となった場合, またはこの逆の場合, 同一形式の公式が使用できないのではなはだしい不便をまねかれ得ない。しかしながら厳密な流量公式が求め得られたことによって, 従来の円形せきの公式に接続できるようになった。すなわち, もし流量係数を一定とするならば せき からオリフィスへ移る境目に当たるところの水位がちょうどオリフィスの上縁に一致した場合に両公式は完全に接続するのである。ところが実際問題として果して せき からオリフィスに変るところで流量が急激に増減するような一種の飛移りのような現象が起るのではなからうかという疑問が起りそうである。このような現象は起りそうでもあり, 起らなそうでもある。いずれにしても実験にまつよりほかはない。そして, それはまた別の報告となるであろう。

この新しい厳密な公式はだ円積分を含んでいるとはいえ, 水位とオリフィスの直径との比をパラメータとして厳密に表から計算されるので, 一度計算を行い, かつ流量係数を実験によって正確に定めておいて, あとは表またはグラフにでもしておくことができるからこの点では便利である。

円形オリフィスまたは円形せきは工作が容易でかつ取付けが簡単であるにかかわらず一般に使用されていないように思われるが, その大きな原因の一つに流量公式の複雑さが数えられる。しかしながらこれも実は式に関する限り, 実に扱いやすいものであって, この