621.914.5:621.833.5

偽似だ円歯車の歯切り(第2報)⁽¹⁾松山多賀一⁽²⁾ 近久満雄⁽³⁾

Cutting Pseudo-Elliptical Gears (Part 2)

by Tagaichi MATUYAMA and Kumao KON

In our last report* under similar title the cutting pitch curve of a pseudo-elliptical gear was given by a two-termed expression in terms of polar tangential coordinates. In the present report the cutting pitch curve which is more closely approximate to an ellipse is given by a three-termed expression. The deviation of the pitch curve from the ellipse was calculated, and the result was compared with that of our last report.

It cutting gears with the installation described in our last report, we had much trouble to renew the worm-wheel at every change of the dimensions of pseudo-elliptical gear. We eliminated the above mentioned inconvenience by using eccentric circular cams. Also we constructed for trial installation equipped with eccentric gears.

The results are as follows:

1. Comparing the new pseudo-elliptical gears with those appeared in our last report, we have much closer approximation to and smaller deviation from the true elliptical ones, the theoretical value of deviation being less than 10% of that appeared.
2. Moreover in cutting gears of various dimensions the management of our new installation is far easier than that of our last one; i. e. we have only to adjust the eccentricities both the eccentric circular cams and the eccentric gears.

* T. MATUYAMA and K. KON; "Cutting Pseudo-Elliptical Gears (Part I)" Transactions of the Society of Mechanical Engineers, Japan Vol. 20, No. 98, 1954 Part 4.

1. 緒言

さきに⁽⁴⁾, 発表した偽似だ円歯車の歯切りにおいては, その切削ピッチ曲線である偽似だ円を二つの項から成る切線極座標方程式で表わしたのであるが, 今回は, 三つの項から成る切線極座標方程式で, より一層だ円に近い近似だ円を表わし, そのだ円からのかたより⁽⁵⁾を計算し, 第1報の偽似だ円のそれと比較した。

また, さきに試作した歯切装置で歯切りを行う場合には, だ円の離心率が変わるごとに, ウォームホイールを取換えなければならない不便があったが, 偏心円形カムを使って, これを簡単にした。また, 新に偏心歯車を使った歯切装置を試作し, 歯切りを行った。

2. 偽似だ円の切線極座標方程式

第1報で発表した偽似だ円歯車は r_0 および c を定数とし切線極座標方程式

$$r = r_0 + c \cos 2\theta \quad \dots\dots\dots (1)$$

で表わされる曲線を, 切削ピッチ曲線としたものであ

る。

今回, 試作した偽似だ円歯車は r_0 , c および c' を定数とし, 切線極座標方程式

$$r = r_0 + c \cos 2\theta - c' \cos 4\theta \quad \dots\dots\dots (2)$$

で表わされる曲線を切削ピッチ曲線としたものである。ただし, この場合の定数を次のようにして定めた。

半長軸の長さ a , 半短軸の長さ b のだ円に近似の偽似だ円を (2) 式で表わされるものとするとき, まず偽似だ円の周 $2\pi r_0$ をだ円の周に等しいと定めると

$$\text{すなわち } r_0 = \frac{2a}{\pi} E\left(\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, 90^\circ\right) \quad \dots\dots (3)$$

$$\text{ただし } E\left(\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, 90^\circ\right) \text{ は第2種完全だ円積分}$$

また, だ円の頂点で両曲線は少くとも第1位の接触ををすると言う条件を設けると

$$r_0 + c - c' = a \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$r_0 - c - c' = b \quad \dots\dots\dots (5)$$

なる方程式を得る。

$$\text{これから } c = \frac{a - b}{2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$c' = r_0 - \frac{a+b}{2} \dots\dots\dots (7)$$

を得る。

3. 偽似だ円の だ円 からのかたより

(2) 式で表わされる偽似だ円のだ円 (長半軸 a , 短半軸 b) からの かたよりは (1) 式で表わされる偽似だ円のそれと比較してみると非常に小さい。

第 1 図

第1図は偽似だ円の だ円 からの かたより を表わしたものであり、横軸に長軸からの角度 θ をとり、縦軸にかたより δ をとって、両者の関係を計算により求めた線図である。実線は (1) 式で表わされる偽似だ円の だ円 からの かたより であり、点線は (2) 式で表わされる偽似だ円の場合である。ただし偽似だ円の曲線が だ円 の曲線から外側に出た場合を正とし、その反対の場合を負とした。この図で見ると、式 (1) を採用した場合にくらべて式 (2) を採用すると、かたよりの絶対値は非常に小さくなることわかる。

第2図は最大かたよりと離心率の関係を表わした線図である。実線は (1) 式で表わされる偽似だ円の場合であり、点線は (2) 式で表わされる偽似だ円の場合である。この図で見ると、離心率 0.6 において、(1) 式の偽似だ円の最大かたよりは長半軸の約 0.3% であるが、(2) 式の偽似だ円の最大かたよりは、長半軸の約 0.02% で、(1) 式の偽似だ円の最大かたよりの約 1/15 である。離心率がこれ以上になると、最大かたよりは

第 2 図

急激に大きくなるが、一般に使用されている だ円歯車は離心率が 0.6 以下であるから、本方式の偽似だ円歯車を だ円歯車 と見なしても、実用上何ら支障がないものと思う。

第 3 図

第 4 図

でかみ合せた場合の軸間距離の変化を実験的に求め、これを縦軸にとり、横軸に歯数をとって表わしたものである。実線は前回の方式で作った偽似だ円歯車の場合であり、点線は今回の方式で試作した偽似だ円歯車の場合である。この図で見ると、今回の方式で作った偽似だ円歯車の場合の軸間距離の変化は、前回の方式で作ったそれに比較して約 1/6 であるが、理論的には

第3図は今回試作した相等しい2個の偽似だ円歯車を第4図のように、その焦点を軸として背隙のない状態

1/10以下になるはずである。これは歯切装置の偏心円形カムおよび偏心歯車の偏心量, 位相等の誤差が偽似だ円歯車の精度に影響したものである。

4. 歯切理論

(i) 偏心円形カムを变速させる場合 (1) 式で表わされる偽似だ円が第5図に示すごとく, x 軸上をすべりなくころがった場合, 第1報においては中心 C の運動を次の三つの要素に分解した。

- (1) $x=r_0\theta, \quad y=r_0$ 並進運動
- (2) $x=\frac{c}{2}\sin 2\theta, \quad y=\frac{c}{2}\cos 2\theta$ 円運動
- (3) $x=0, \quad y=\frac{c}{2}\cos 2\theta$ 単弦運動

これらの運動をプランクに与える機構として, 偏心円形カム, ウォーム歯車および差動歯車装置をもつ歯切装置を試作したのであるが, この歯切装置で歯切りを行う場合には, だ円の離心率が変るごとに, ウォームホイールをとりかえなければならぬ不便があった。そこで, これを簡単にするため, 第5図における偽似だ円の中心 C の運動を次の三つの要素に分解した。

第5図

- (1) $x=r_0\theta, \quad y=r_0$ 並進運動
- (2) $x=\frac{c}{2}\sin 2\theta, \quad y=0$ 単弦運動
- (3) $x=0 \quad y=c\cos 2\theta$ 単弦運動

歯切装置でプランクに与える運動のうち (2), (3) の単弦運動は偏心円形カムの定速回転によって得られる。それゆえ, だ円の離心率が変った場合には, 偏心円形カムの偏心量を変えればよいのであるから, 先の歯切装置にくらべ, 歯切りの段取りが非常に簡単になるわけである。

つぎに, (2) 式で示す曲線を切削ピッチ曲線とした偽似だ円歯車を得るために, いま, このカムに变速回転を与えた場合を考えてみる。この場合, 偽似だ円の中心 C の運動は次の三つの要素から成立っているものとする。

- (1) $x=\bar{r}_0\theta, \quad y=r_0$ 並進運動
- (2) $x=\frac{c}{2}\sin 2\theta - \frac{c'}{4}\sin 4\theta, \quad y=0$ 变速を加味した単弦運動
- (3) $x=0, \quad y=c\cos 2\theta - c'\cos 4\theta + (\bar{r}_0 - r_0)$ 単弦運動

(2), (3) の運動は变速を加味した単弦運動で近似しようとする。この变速回転をカムに与えるため偏心歯車を用いてみる。偏心歯車の一方の回転角 Φ , 他方のそれを θ とすると, 次の式⁽⁶⁾が成り立つ。

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = \frac{1}{\frac{1+\varepsilon^2}{1-\varepsilon^2} - \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon^2}\cos\theta} \quad \dots\dots\dots(8)$$

第6図

ただし, 第6図に示す位置で $\theta = \Phi = 0$

$L \dots\dots$

軸心距離の1/2

$\varepsilon \dots\dots$

偏心量 ($=\varepsilon L$)

(8) 式を積分して

$$\Phi = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \tan \frac{\theta}{2} \right) \quad \dots\dots\dots(9)$$

$\theta = 2\theta$ とおき, ε の二乗および二乗以上の高べきの項を省略して

$$\Phi = 2\theta + 2\varepsilon \sin 2\theta \quad \dots\dots\dots(10)$$

いま, $r=r_0+c\cos 2\theta$ の 2θ の代りに Φ を代入すると

$$\begin{aligned} r &= r_0 + c \cos \Phi \\ &= r_0 + c \cos(2\theta + 2\varepsilon \sin 2\theta) \\ &= (r_0 - c\varepsilon) + c \cos 2\theta + c\varepsilon \cos 4\theta \quad \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

中心 C の x 座標は

$$\int_0^\theta r d\theta = (r_0 - c\varepsilon)\theta + \frac{c}{2}\sin 2\theta + \frac{c\varepsilon}{4}\sin 4\theta \quad \dots\dots\dots(12)$$

いま, $\frac{c}{2}\sin \Phi'$ なる Φ' の関数を考え, かつ, 定数 ε' の二乗および二乗以上の高べきの項を省略して

$$\Phi' = 2\theta + 2\varepsilon' \sin 2\theta \quad \dots\dots\dots(13)$$

とおくと

$$\begin{aligned} \frac{c}{2}\sin \Phi' &= \frac{c}{2}\sin(2\theta + 2\varepsilon' \sin 2\theta) \\ &\equiv \frac{c}{2}(\sin 2\theta + 2\varepsilon' \sin 2\theta \cos 2\theta) \\ &= \frac{c}{2}(\sin 2\theta + \varepsilon' \sin 4\theta) \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{c}{2}\sin \Phi' &= \frac{c}{2}\sin 2\theta + \frac{c\varepsilon'}{2}\sin 4\theta \\ &\equiv \frac{c}{2}\sin 2\theta + \frac{c\varepsilon}{4}\sin 4\theta \quad \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

とおくと

$$\varepsilon' = \varepsilon/2 \quad \dots\dots\dots(16)$$

以上をまとめると, 中心 C に与えるべき運動は次の三つの要素に分解できる。

- (1) $x=(r_0 - c\varepsilon)\theta, \quad y=r_0$ 並進運動
- (2) $x=\frac{c}{2}\sin \Phi', \quad y=0$ 变速した単弦運動
- (3) $x=0, \quad y=c\cos \Phi$ 単弦運動

ただし, $\Phi = 2\theta + 2\varepsilon \sin 2\theta$

$$c \cos \Phi = -c\varepsilon + c \cos 2\theta + c\varepsilon \cos 4\theta$$

$$\Phi' = 2\theta + 2\varepsilon' \sin 2\theta, \quad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\frac{c}{2}\cos \Phi' = \frac{c}{2}\sin 2\theta + \frac{c\varepsilon}{4}\sin 4\theta$$

ゆえに, 切線極座標による切削ピッチ曲線の方程式は

$$r=r_0 - c\varepsilon + c \cos 2\theta + c\varepsilon \cos 4\theta \quad \dots\dots\dots(17)$$

定数 r_0, c および ε を定めるには (2) 式の定数を

定めた条件と同じ条件で、次のようにして定めた。

半長軸 a 、半短軸 b のだ円に近似の偽似だ円を (17) 式で表わされるものとする。まず、偽似だ円の周をだ円の周に等しいと定めると

$$2\pi(r_0 - c\varepsilon) = 4aE\left(\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, 90^\circ\right) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{ゆえに } \varepsilon = \frac{1}{c} \left\{ r_0 - \frac{2a}{\pi} E\left(\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, 90^\circ\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

また、だ円の頂点で両曲線は少くとも第1位の接触をすると言う条件を設けると

$$r_0 - c\varepsilon + c + c\varepsilon = a \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$r_0 - c\varepsilon - c + c\varepsilon = b \quad \dots\dots\dots (21)$$

なる方程式を得る。これから

$$r_0 = (a + b)/2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$c = (a - b)/2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

第1表は以上の式から求めた計算結果である。

第 1 表

a	b	k	r_0	c	ε
46° 9' 82"	41° 8' 42"	0° 45' 47.9"	44° 4' 12"	2° 57' 0"	-0° 0' 14.46"
50° 0' 00"	40° 0' 00"	0° 6' 00.00"	45° 0' 00"	5° 0' 00.0"	-0° 0' 27.77"
50° 0' 00"	35° 0' 00"	0° 7' 14.14"	42° 5' 00"	7° 5' 00.0"	-0° 0' 44.20"
50° 0' 00"	30° 0' 00"	0° 8' 00.00"	40° 0' 00"	10° 0' 00.0"	-0° 0' 62.73"
50° 0' 00"	25° 0' 00"	0° 8' 66.02"	37° 5' 00"	12° 5' 00.0"	-0° 0' 83.92"

(ii) 二組の偏心円形カムを用いる場合 (2) 式で表わされる偽似だ円が第5図に示すごとく、 x 軸上をすべりなくころがった場合、中心 C の運動を次の五つの要素に分解することができる。

$$(1) \quad x = r_0\theta, \quad y = r_0 \quad \text{並進運動}$$

$$(2) \quad x = \frac{c}{2} \sin 2\theta, \quad y = 0 \quad \text{単弦運動}$$

$$(3) \quad x = 0, \quad y = c \cos 2\theta \quad \text{" "}$$

$$(4) \quad x = -\frac{c'}{4} \sin 4\theta, \quad y = 0 \quad \text{" "}$$

$$(5) \quad x = 0, \quad y = -c' \cos 4\theta \quad \text{" "}$$

(2)~(5) の単弦運動は偏心円形カムの定速回転によってプランクに与えることができる運動である。この場合、 x 方向には偏心量 $c/2$ と $c'/4$ の2個のカムを用い、 y 方向には偏心量 c と c' の2個のカムを用いる。

5. 歯 切 装 置

第7図は偏心円形カムを変速回転させるため、偏心歯車を取付けた歯切装置で今回試作したものである。図について説明すると、この装置をホブ盤のテーブルの上に取付ける。この場合、ホブ盤のテーブルが回転しないようあらかじめホブ盤のテーブルを回すウォーム軸の換え車をとりはずしておき、この換え歯車 1 を装置のウォーム軸の端に取付け、これから装置の回転をとる。プランクは自在継手 2, 3 を経て、ウォ

第 7 図

ーム歯車 4, 5 によって回される。偏心量 c および $c/2$ なる偏心円形カム 6, 7 はウォームホイール軸の下部に取付けられているオルダム継手 8 を経て、偏心歯車 9, 10 によって、それぞれ回される。これらのカムの回転速度はプランクの回転速度の2倍である。また、偏心歯車 9, 10 の偏心量はそれぞれ εL および $\varepsilon L/2$ である。第8図はホブ盤に取付けた歯切装置である。

第9図は2組の偏心円形カムを用いた歯切装置である。第7図に示した歯切装置と異なる点を図について

第 8 図

第 9 図

説明すると、偏心歯車を使わず、外側に一組の偏心円形カムを余分に用いている。これら合計4個のカムは平歯車によって回される。すなわち、偏心量 c および c' なる偏心円形カム6, 7は歯車11, 12によって回され、偏心量 $c/2$ および $c'/4$ なる偏心円形カム13, 14は歯車16, 17によって回される。内側のカム6, 7の取付けすべり台18, 19が外側のカム13, 14によって互に直角方向に ϕ う動され、それと共にカム6, 7とそれぞれ同一軸に固定されている歯車11, 12が動かされる。したがって、歯車15と11, 11と16の軸間距離および歯車15と12, 12と17の軸間距離がそれぞれ $2c'$ および $c'/2$ だけ変化する。このため、それらの歯車のかみ合に不都合が生ずる恐れがあるが、第1図に示すように一般には c' の値が僅少であるから、それらの歯車の背隙をかみ合に支障がない程度大きくして、歯車を取付ければよいと思う。もし c' の値が大きく、それらの歯車のかみ合に不都合が生ずる場合には、歯車11, 12の軸にそれぞれオルダム継手を取付け、取付けすべり台18, 19が ϕ う動しても、歯車が移動しないようにすればよい。

以上2種類の歯切装置について述べたが、両者を比較してみると、偏心歯車を取付けた歯切装置は2組の偏心円形カムを取付けた歯切装置にくらべ構造は簡単で、製作しやすいが、歯切りの段取りの際に、偏心歯車が内部に取付けられているため、その偏心量を調整する操作が後者に比較して困難であると思われる。

6. 結 論

(i) 今回試作した歯切装置は、前回のそれと比較し、歯切りの段取りが簡単になった。これは偏心した軸受をもつウォームホイールとそれに取付く差動歯車装置を使わず、オルダム継手と偏心円形カムを使ったから、(2)式の定数 c, c' の値が変わっても、ウォームホイールや差動歯車装置を取換える必要がなく、偏心歯車と偏心円形カムの偏心量を変えただけでよいからである。

(ii) 今回の方式の偽似だ円歯車は前回のそれにくらべ、一層だ円歯車に近似し、理論的かたよりにおいては $1/10$ 以下となった。また、実験的に求めた軸間距離の変化は約 $1/4 \sim 1/5$ となった。理論的かたよりから考察すると、軸間距離の変化も $1/10$ 以下になるはずであるが、これは歯切装置の偏心円形カムおよび偏心歯車の偏心量および位相の誤差、または、その他の装置の誤差が偽似だ円歯車の精度に影響したものである。

注：一

- (1) 昭和29年4月6日 第31期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和30年3月14日。
- (2) 正員、東北大学科学計測研究所。
- (3) 正員、山形大学工学部。
- (4)(5) 松山、近、機械学会論文集、20巻98号。
- (6) 石田喜助、偏心歯車の実際とその応用例、機械学会論文集、17巻59号。

621.9.014

切削工具面の摩擦と切削機構⁽¹⁾

佐 田 登 志 夫⁽²⁾

Friction Process on Cutting Tool and Cutting Mechanism

by Toshio SATA

Friction process on the cutting tool is discussed when the continuous chip is produced in dry cutting. It is shown that the chip on the cutting tool is in yield state and the shear stress on the cutting tool is equal to the shear stress on the shear plane. Considering this result and conditions of plastic deformation in the chip, new expressions for the shear angle and friction angle on the cutting tool are introduced. And then the thermal effect on friction process on the cutting tool is discussed for the case of the high-speed cutting.

1. 緒 言

金属を切削する場合の切りくずの変形機構、切削抵抗理論はあらゆる切削加工法の基礎をなす最も重要な問題であって、古来多くの研究者の関心の的となってきた。特に実用上最も多く用いられる流れ型切削の切

削機構については今世紀初頭より Nicolson⁽³⁾, Rosenhain および Sturney⁽⁴⁾, 大越⁽⁵⁾, Schwerd⁽⁶⁾らによって数多くの実験的研究がなされ、また最近に至って Krystof⁽⁷⁾, Piispanen⁽⁸⁾, Merchant⁽⁹⁾, Lapsley, Grassi および Thomsen⁽¹⁰⁾, Shaw⁽¹¹⁾, Lee および Shaffer⁽¹²⁾, Backer, Marshall および Shaw⁽¹³⁾,