$$M_j = 1/2, 1, 2, 3, 4.$$

$$(ii) \quad t_\infty = 288^\circ\text{K}, M_j = 1/2;$$

$$t_j - t_\infty = 0, 100, 200, 300, 400^\circ\text{C}$$

なお比熱比は $\gamma = 1.405$ にとった.

第1例は等温噴流の場合で噴口マッハ数 M_j を変えたときの速度分布の変化を求めたもので, 結果は第1図に示した. 第2例は噴口のマッハ数 M_j は一定として, 噴口出口の流体の温度と周囲温度とが異なる不等温噴流の場合で, 速度分布は第2図, 温度分布は第3図にこれを示した. これらの図は Toose の Kármán-Tsien 変換の解とよく一致する.

注:—

- (1) 昭和 29 年 10 月 31 日 名古屋臨時大会講演会において講演, 原稿受付 昭和 30 年 1 月 17 日.
- (2) 正員, 岐阜大学工学部.
- (3) S.I. Pai; J. Aeronaut. Sci., 16 (1949) 463. Quart. Appl. Math., 10 (1952) 141.
- (4) M.Z. Krzywoblocki; Quart. Appl. Math., 7 (1949) 313.
- (5) C.R. Illingworth; Proc. Roy. Soc. A., 199 (1949) 533.
- (6) D.G. Toose; Quart. Journ. Mech. & Math., 5 (1952) pt 2.
- (7) W.G. Bickley; Phil. Mag., 23 (1937) 727.
- (8) Emmons & Brainerd; J. Appl. Mech., 8 (1941) 313.
- (9) D.R. Chapman; N.A.C.A., Rep. 958, p. 231.

533.695.5 : 621.165-226

タービン翼列の性能を表わす諸係数間の関係について⁽¹⁾

石川政吉⁽²⁾ 水町長生⁽³⁾ 平山直道⁽⁴⁾

Relations among Characteristic Coefficients of Turbine-blades

by Masakichi ISHIKAWA, Nagao MIZUMACHI and Naomichi HIRAYAMA

Experimental studies on two-dimensional flow through turbine blade cascades lead to the results, which can be summarized as follows:

(A) It is found that if the outlet area of blade passage is chosen properly, there is a definite relation between the velocity coefficient and the discharge coefficient, which have been thought conventionally to be independent of each other.

(B) The conventional relation between the kinetic-energy-loss coefficient and the velocity coefficient is corrected.

(C) Relations among the discharge coefficient, the velocity coefficient, the kinetic-energy-loss coefficient, the energy-loss coefficient and the total-pressure-loss coefficient is studied.

The blade profiles used in these experiments are following three:—a conventional steam turbine blade profile, an aeronautical blade profile, and a thin flat plate. Reynolds' number of the flow is nearly constant, i.e. 2.5×10^5 .

1. 前 置

二次元のタービン翼列で問題になっている事柄のうち, ここで取上げたのは次の二つである.

イ) 流量係数と速度係数の関係を求めること.(従来流量係数は速度係数によってきまらなないと考えられていた.)

ロ) 実際に設計に使われている速度係数, 流量係数および運動エネルギーの損失係数と, 従来の風洞実験によく使われた総圧損失係数やエネルギー損失係数とがどのような関係にあるかをしらべること.

筆者らは以上の問題について考察し, 低速風洞による二次元的実験によって種々の結論を得た.

2. 諸係数の定義とそれらの間の二つの関係

(A) 流量係数 C_d' 翼列の流出口に第1図のよう座標をとると,

$$C_d' = \frac{\text{実際の流量}}{\text{理論流量}} = \frac{\int_0^s \rho_2 C_2 \cos \alpha_2 dx}{\rho_{2th} \cdot C_{2th} \cdot O'} \dots\dots (1)$$

ただし

P_2 : 流出口における流体の静圧 kg/m^2

ρ_2 : 流出口における流体の密度 $\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$

ρ_{2th} : 静圧が流出口の平均静圧 $\overline{P_2}$ のときの理論密度 $\text{kg}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$

- C_2 : 流体の流出速度 m/s
 C_{2th} : 流出口の平均静圧 P_2 まで膨張したときの理論速度 m/s
 α_1, α_2 : 流入および流出角度 (第 1 図参照)
 S : 翼の節 (ピッチ) m
 O' : 流出口開口面積 (第 1 図参照) m²

第 1 図

$C_2 = \sqrt{2gJ\Delta i}$, $C_{2th} = \sqrt{2gJ\Delta i_{th}}$ を考慮に入れて,

$$C_d' = \frac{\int_0^s \sqrt{\rho_2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \rho_2 C_2^2 \cdot \cos \alpha_2 dx}}{\sqrt{\rho_{2th}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \rho_{2th} C_{2th}^2 \cdot O'}} = \frac{\int_0^s \sqrt{\rho_2} \cdot \sqrt{\Delta i} \cdot \cos \alpha_2 dx}{\sqrt{\rho_{2th}} \cdot \sqrt{\Delta i_{th}} \cdot O'} \quad \dots\dots\dots (2)$$

低速風どうでは $\rho_2 \approx \rho_{2th}$ と考えてよく, また α_2 はピッチ方向に変らないとすると,

$$C_d' = \frac{\cos \alpha_2 \cdot \int_0^s \sqrt{P_{D_2}} \cdot dx}{\sqrt{P_{D_{2th}}} \cdot O'} \quad \dots\dots\dots (2')$$

ただし

- i_{T0} : 流入口における流体の全エンタルピ kcal/kg
 i_2 : 流出口におけるエンタルピ kcal/kg
 i_{2th} : 流出口平均静圧 P_2 まで理論膨張したときのエンタルピ kcal/kg

$$\Delta i = i_{T0} - i_2, \quad \Delta i_{th} = i_{T0} - i_{2th}$$

P_{D_2} , $P_{D_{2th}}$: 流出口における動圧および流出口平均静圧 P_2 まで理論膨張したときの動圧 kg/m²

(B) 速度係数 φ

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\text{流出する流体 1 kg 当りの運動量}}{\text{流出する流体 1 kg 当りの理論運動量}} \\ &= \frac{\int_0^s \rho_2 C_2^2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx}{\int_0^s \rho_2 g C_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx} \bigg/ \left(\frac{1}{g} \cdot C_{2th} \right) \\ &= \frac{\frac{1}{2g} \int_0^s \rho_2 C_2^2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx}{\int_0^s \rho_2 \sqrt{\frac{1}{2g} C_2^2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx}} \bigg/ \sqrt{\frac{1}{2g} \cdot C_{2th}^2} \\ &\dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$C_2 = \sqrt{2gJ\Delta i}$, $C_{2th} = \sqrt{2gJ\Delta i_{th}}$ を考慮に入れて

$$\varphi = \frac{\int_0^s \rho_2 \Delta i \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx}{\sqrt{\Delta i_{th}} \cdot \int_0^s \sqrt{\Delta i} \cdot \rho_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx} \quad \dots\dots\dots (4)$$

α_2 , ρ_2 がともにピッチ方向に一定で, かつ低速風どう実験で ρ_2 は一定と見なされる場合は,

$$\varphi = \int_0^s P_{D_2} dx / \sqrt{P_{D_{2th}}} \cdot \int_0^s \sqrt{P_{D_2}} \cdot dx \quad \dots\dots\dots (4')$$

(C) 運動エネルギーの損失係数 ζ

$$\begin{aligned} \zeta &= 1 - \frac{\text{流体 1 kg 当りの流出運動エネルギー}}{\text{流体 1 kg 当りの理論流出運動エネルギー}} \\ &= 1 - \left[\frac{\frac{1}{2} \int_0^s \rho_2 C_2^2 \cos \alpha_2 \cdot dx}{\int_0^s \rho_2 g C_2 \cos \alpha_2 \cdot dx} \bigg/ \frac{1}{2g} \cdot C_{2th}^2 \right] \\ &\dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$C_2 = \sqrt{2gJ\Delta i}$, $C_{2th} = \sqrt{2gJ\Delta i_{th}}$ を代入すると,

$$\zeta = 1 - \frac{\int_0^s i \sqrt{\Delta i} \cdot \rho_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx}{\Delta i_{th} \int_0^s \sqrt{\Delta i} \cdot \rho_2 \cdot \cos \alpha_2 \cdot dx} \quad \dots\dots\dots (6)$$

α_2 , ρ_2 がピッチ方向に一定で, かつ低速風どうの場合は,

$$\zeta = 1 - \frac{\int_0^s P_{D_2} \cdot \sqrt{P_{D_2}} \cdot dx}{P_{D_{2th}} \cdot \int_0^s \sqrt{P_{D_2}} \cdot dx} \quad \dots\dots\dots (6')$$

(D) エネルギー損失係数 ϵ_D

$$\begin{aligned} \epsilon_D &= \frac{\text{単位時間に翼列内でおこるエネルギー損失}}{\text{単位時間に流出する流体の運動エネルギー}} \\ &= \frac{\int_0^s (\Delta i_{th} - \Delta i) \rho_2 g C_2 \cos \alpha_2 \cdot dx}{\frac{1}{2} \int_0^s \rho_2 C_2^2 \cos \alpha_2 \cdot dx} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

$C_2 = \sqrt{2gJ\Delta i}$, $C_{2th} = \sqrt{2gJ\Delta i_{th}}$ の関係を使って,

$$\epsilon_D = \frac{\Delta i_{th} \int_0^s \sqrt{\Delta i} \cdot \rho_2 \cos \alpha_2 \cdot dx}{\int_0^s \Delta i \sqrt{\Delta i} \cdot \rho_2 \cos \alpha_2 \cdot dx} - 1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

α_2 , ρ_2 がピッチ方向に変らず, かつ低速風どう実験においては,

$$\epsilon_D = \frac{P_{D_{2th}} \int_0^s \sqrt{P_{D_2}} \cdot dx}{\int_0^s P_{D_2} \sqrt{P_{D_2}} \cdot dx} - 1 \quad \dots\dots\dots (8')$$

(E) 総圧損失係数 ϵ

$$\epsilon = \frac{\int_0^s (P_{D_{2th}} - P_{D_2}) \cdot dx}{\int_0^s P_{D_2} \cdot dx} = \frac{P_{D_{2th}} \cdot s}{\int_0^s P_{D_2} \cdot dx} - 1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$M = C_2 / \sqrt{\chi \cdot P_2 / \rho_2}, \quad M_{th} = C_{2th} / \sqrt{\chi \cdot P_2 / \rho_{2th}}$$

として

$$P_{D_2} = \frac{\rho_2 C_2^2}{2} \left(1 + \frac{1}{4} M^2 + \dots \right)$$

$$P_{D_{2th}} = \frac{\rho_{2th} C_{2th}^2}{2} \left(1 + \frac{1}{4} M_{th}^2 + \dots \right)$$

の関係をを用いると

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\rho_{2th} \frac{C_{2th}^2}{2g} \left(1 + \frac{1}{4} M_{th}^2 + \dots \right) \cdot s}{\int_0^s \rho_2 \cdot \frac{C_2^2}{2g} \left(1 + \frac{1}{4} M^2 + \dots \right) \cdot dx} - 1 \\ &= \frac{\rho_{2th} \Delta i_{th} \left(1 + \frac{1}{4} M_{th}^2 + \dots \right) \cdot s}{\int_0^s \rho_2 \cdot \Delta i \left(1 + \frac{1}{4} M^2 + \dots \right) \cdot dx} - 1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (9')$$

以上のように定義される諸係数の間には次のような関係がある。

(i) ε_B と ζ (6), (8) から

$$\varepsilon_B = \zeta / (1 - \zeta) \quad \dots\dots\dots (10)$$

(6), (8) 式には, いかなる仮定も入っていないので (10) 式は常に成立する。

(ii) ε と φ , C_d' (4') から

$$\int_0^s P_{D_2} \cdot dx = \varphi \sqrt{P_{D_{2th}}} \int_0^s \sqrt{P_{D_2}} \cdot dx \quad \dots\dots\dots (11)$$

(2') から

$$\sqrt{P_{D_{2th}}} = \cos \alpha_2 \int_0^s \sqrt{P_{D_2}} dx / C_d' \cdot O' \quad \dots\dots\dots (12)$$

(11), (12) を (9) に代入して整理すると,

$$\varepsilon = (s \cos \alpha_2 / \varphi \cdot C_d' \cdot O') - 1 \quad \dots\dots\dots (13)$$

この関係は α_2 , ρ_2 がピッチ方向に一定で, マッハ数が小さいときに成立する。

3. 流量係数 C_d' と速度係数 φ との関係

流量係数は原則的には流路内の損失によって増減し損失が減少すれば 1 に近づくことが望ましい。また, 速度係数も流路内の損失によってきまらるはずである。ゆえに速度係数がきまると流出口の速度分布がひどく変らない限り, そのときの流量係数はだいたいきまりそうである。ところがたとえば Keenan⁽⁵⁾ の研究結果を見ると, 流量係数は速度係数とある程度無関係で, かつ 1 より大きい値をとることがある。筆者らの行った実験のうち第 1 図のような連続する二つのカムベラインの上に R. A. F. 27 の翼型をのせた翼 (以後 R. A. F. 27 という) を用いて, 節弦比 m , 迎え角 i をかえて測定した C_d' と φ の関係を第 2 図に示す。流出口の平均流出速度は約 36 m/s で, Reynolds 数は約 2.5×10^5 である。第 2 図では節弦比 m が変ると全然異なった曲線になり, C_d' が 1 より大きくなることもある。もし流出口 O' で静圧がほとんど一様で, 流出後の圧力 P_2 に等しければ C_d' が 1 よ

第 2 図

り大きいことはないはずである。しかし実際には翼の背では圧力が低く, また流出角 α_2 が m とともに変わるの, O' における平均静圧⁽⁶⁾も変化する。そのため C_d' と φ の関係は複雑になる。 O' の代りに第 1 図の O を流出口面積として採用すると, 静圧はほとんど一様であり, かつ次の関係が成立する。

$$O = s \cos \bar{\alpha}_2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ただし $\bar{\alpha}_2$ は平均流出角とする。

(14) を (2) 式の O' の代りに入れ, その際の流量係数を C_d とすると,

$$C_d = \frac{\int_0^s \sqrt{\Delta i} \sqrt{\rho_2} \cos \alpha_2 \cdot dx}{\sqrt{\Delta i_{th}} \sqrt{\rho_{2th}} \cdot s \cdot \cos \alpha_2} \quad \dots\dots\dots (15)$$

α_2 がピッチ方向に変化せず, かつ $\rho_2 = \rho_{2th}$ なる低速風どうの実験では

$$C_d = \int_0^s \sqrt{P_{D_2}} dx / \sqrt{P_{D_{2th}}} \cdot s \quad \dots\dots\dots (15')$$

第 3 図で種々の翼列, 食違い角 ξ , 節弦比 m , 迎え角 i で測定した結果から C_d と φ の関係を示すと, だいたい 2 本の直線関係が得られる。もし翼列の流出口での速度がピッチ方向に一樣なら, $C_d = \varphi$ (図中点線で示す) になる。第 4 図に流出口の速度分布の代表的な例を示す。翼列が失速していない場合は速度係数がきまれば速度分布はだいたい同じで, 図中の (I) の型になり, 速度分布の谷が浅く, 第 3 図では (a) の直線にのる。翼列が失速を始めると速度分布の谷が深くなり (II) の型の速度分布で第 3 図では (a) の直線からはずれ, 失速がひどくなると (III) の型の速度分布で死水域が現われ, 第 3 図 (b) の直線にのる。第 5 図

第 3 図

第 4 図 流出口速度分布

第 5 図

は第 3 図の一部を詳細にかいたもので、この図中に点線で示すように、 m が増大すると迎え角 i のわずかな変化で C_a と φ の関係は (a) から (b) に移行する。衝動翼では $m < 0.65$ ，反動翼では m の更に大きい値まで (a) にのり失速しない。節弦比 m が大きくて第 3 図の直線 (a) からはずれる場合でも、 $\alpha_1 < \alpha_2$ の範囲では (a) にのる。(a)，(b) の実験式は次のとおりである。

$$(a) \quad C_a = 1.27\varphi - 0.27 \quad (16a)$$

$$(b) \quad C_a = 3.00\varphi - 2.00 \quad (16b)$$

α_2 の測定値は Ainley⁽⁷⁾ の実験結果と一致し、実用的にはこれが十分使える。

4. 速度係数 φ と運動エネルギーの損失係数 ζ との関係

在来この関係に使われた式は

$$\zeta = 1 - \varphi^2 \quad (17)$$

第 7 図

これらの式は翼列が失速しない場合と完全に失速した場合の式である。(13) 式で O' の代りに O ， C_a' の代りに C_a を用いると、

$$\varepsilon = 1/(\varphi \cdot C_a) - 1 \quad (21)$$

第 6 図

であるが、流出速度分布が一樣のときのみこの関係は成立する。第 6 図に種々条件をかえた場合の $1-\zeta$ と φ の関係を示す。すべての点がだいたい一つの曲線にのる。いま $\zeta = \lambda(1-\varphi^2)$ とおいて λ を決定すると

$$\zeta = 0.922(1-\varphi^2) \quad (18)$$

が得られる。

5. 諸係数間の関係

C_a と φ ， ζ と φ の関係 (16) および (18) が実験で求めたので、定義によってきまる他の二つの関係 (10) および (13) をも使えば、全部の係数がそれぞれ他の係数で表わされる。まず (10)，(18) 式から

$$\varepsilon_B = \frac{0.922(1-\varphi^2)}{1-0.922(1-\varphi^2)} \quad (19)$$

第 7 図にこの実験式と測定値との比較を示す。この式を導くのに使った (10) 式はマッハ数に無関係に成立するので、もし (18) 式がマッハ数の高いところで成立すれば、(19) 式も同様に成立する。また (19) 式に (16a)，(16b) を代入すると、

$$\varepsilon_B = \frac{0.922[1 - \{(C_a + 0.27)/1.27\}^2]}{1 - 0.922[1 - \{(C_a + 0.27)/1.27\}^2]} \quad (20a)$$

$$\varepsilon_B = \frac{0.922[1 - \{(C_a + 2.00)/3.00\}^2]}{1 - 0.922[1 - \{(C_a + 2.00)/3.00\}^2]} \quad (20b)$$

(21) 式に (16a)，(16b) を代入して、

$$\varepsilon = 1.27/(C_a^2 + 0.27C_a) - 1 \quad (22a)$$

$$\varepsilon = 3.00/(C_a^2 + 2.00C_a) - 1 \quad (22b)$$

あるいは

第 8 図

第 9 図

$$\epsilon = 1/(1.27 \varphi^2 - 0.27 \varphi) - 1 \quad \dots\dots\dots (23 a)$$

$$\epsilon = 1/(3.00 \varphi^2 - 2.00 \varphi) - 1 \quad \dots\dots\dots (23 b)$$

第 8, 9 図にこの実験式と測定点を示す。図中の曲線 (a) および (b) はそれぞれ失速しない場合と完全に失速した場合に成立つ関係を示す。(22 a)~(23 b) 式はマッハ数の小さい場合にのみ適用され, 高速の場合は修正を要する。

6. エネルギー損失係数 ϵ_E と総圧損失係数 ϵ との関係

第 10 図に ϵ_E と ϵ の関係を示す。(a), (b) の意味は第 9 図の場合と同様である。なお ϵ_E と ϵ の性質を比較する。

第 10 図

(A) エネルギー損失係数 ϵ_E は

i) ζ や φ と一義的な関係をもつ。

ii) ϵ_E がきまると φ はきまるが C_d が一義的に

きまらないので, ϵ_E だけでは翼列の良否が言えない。

(B) 総圧損失係数 ϵ は

i) ζ や φ とは一義的な関係がない。

ii) C_d と φ の積と関係があるので, これだけで翼列の良否がわかる。

iii) マッハ数が高いときにはこれらの関係は修正を要する。

7. 結 語

実用のタービンの大部分は翼が失速しないような設計になっているので, 前述の諸結論の中では翼列が失速しない場合の方が実用性がある。また以上の結論はすべて低速風どうによる二次元翼列の実験結果であり, もちろん高速の場合も実験を行う必要がある。高速の場合は翼列のピッチ方向の速度分布だけでなく, 密度の分布つまり温度の分布が問題になるかも知れないが, これは今後の課題である。

最後に本研究は文部省の科学研究費による研究である。また前田稔幸, 加藤幸治, 玉木恕乎, 小林伸光の諸君の研究補助に深く感謝する。

注:—

- (1) 昭和 29 年 10 月 名古屋地方臨時大会において講演, 原稿受付 昭和 30 年 1 月 31 日
- (2)(4) 正員, 東京都立大学工学部。
- (3) 正員, 東京大学生産技術研究所。
- (5) Keenan, J.H.: Trans. A.S.M.E., Vol. 71, Oct. 1949.
- (6) Dollin, F.: Proc. I.M.E., Vol. 144, 145.
- (7) Ainley, D.G.: War Emergency Issue, No. 41, I.M.E.