の関係を理論的に求めた。

(9) 圧力損失係数 ζ の値として 6.6 を得た。

(10) 分級室で分級される粗粒子の最小粒子径は導翼入口の流速の逆数の平方根に比例することを明らかにした。

最後に本研究に関し終始御指導を賜った阪大植松教授に厚く感謝の意を表します。

注:—

- (1) 昭和 28 年 3 月 20 日 大阪大学工学部関西工学連合会講演会において講演, 原稿受付 昭和 30 年 4 月 13 日。
- (2), (3) 正員, 浪速大学工学部。
- (4) 准員, 鐘淵紡績会社 (当時浪速大学工学部機械工科学学生)。
- (5) 村上, 福永, 機械学会論文集, 19 巻 85 号, 95 ページ (昭 28)。
- (6) 同上, 21 巻 101 号, 78 ページ (昭 30)。
- (7) 北浦嘉之, 化学機械, 15 巻 5 号, 206 ページ (昭 26)。
- (8) 友近 普, “流体力学”, 244 ページ (昭 15)。
- (9) W.F. Durand, “Aerodynamic Theory”, Vol. 1, p. 130 (1934)。
- (10) 大山, 伊藤, “分離及び混合”, 64 ページ (昭 29)。

533.6.01:532.525

噴 出 気 流 の 特 性 (第 1 報)⁽¹⁾

新津 靖⁽²⁾ 倉橋明次⁽³⁾ 山崎真喜男⁽⁴⁾

Flow Characteristics of Jet (1st Report)

by Yasushi NIITSU, Meiji KURAHASHI and Makio YAMASAKI

By observing the flow characteristics of the turbulent mixing zone and the potential core of jet, we found that the core was not constant as mentioned in Kuethé's theory and had the varying growth range which core part grew to the maximum limit point in ordinary jet speed. less than sound one and also the velocity distribution in the flow section was presented as the function with no relation to jet axis x .

Besides we examined theoretically and experimentally the variation of turbulent mixing length, flow rate and momentum.

1. 緒 言

噴流についての理論および実験的研究はここ数年間に幾多の報告が発表されており, 最近に至るまでの研究系列および研究傾向の総合は W. Forstall⁽⁵⁾ によって報告されているとおりである。一般に噴流は噴出面から軸方向に A, B, C, D と性質の著しく異なる 4 領域から構成され, A 部分をポテンシャル部分または一次部分, B 部分を二次部分, C 部分を主部分, D 部分を拡散部分と呼んでいる。しかして噴流主部分 (C 部分) に関しては Tollmien⁽⁶⁾, Schlichting⁽⁷⁾ をはじめぼう大な研究報告があるが, 噴出口近傍の A 部分の性質については比較的研究結果が少く, いちおう Kuethé⁽⁸⁾ によって解明され, 噴出速度 u_0 をそのまま保持するポテンシャルコアとその周囲の混合領域の存在が明らかになったが, 本報では円形噴口からの噴流に対し, まずこの部分の流動特性を調べ, さらに噴出速度に伴うコアの消長について検討しようとするものである。

2. 理論的考察

(1) 基礎関係式 第 1 図に示すような定常等温

第 1 図

噴流に対し, 噴流軸を x , それと直角な方向に y 座標をとり, それぞれの方向の平均速度成分を u, v とすると圧力こう配を無視すれば次の運動方程式および連続の式が成立する。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho y} \frac{\partial}{\partial y} (\tau y) \quad (1)$$

$$\frac{\partial (uy)}{\partial x} + \frac{\partial (vy)}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

しかして τ はレイノルズの応力理論による乱流のせん断応力で速度変動成分を u', v' とすると次式で

表わされる。

$$\tau = \rho u'v' = \rho l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \dots\dots\dots (3)$$

ここに l はプラントルの仮定による混合距離であり、これが乱流混合領域の幅 b に比例すると考えて混合距離係数を c とすると

$$l = cb \dots\dots\dots (4)$$

またポテンシャルコアおよび乱流混合領域の境界は実験的に直線と見なしうるから、それらの直線が x 軸となすこう配を β_1, β_2 とすると境界は次式で表わせる。なお R_0 は噴出口の半径である。

$$\left. \begin{aligned} r+b &= \beta_1 x + R_0 \\ r &= \beta_2 x + R_0 \\ b &= (\beta_1 - \beta_2)x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

いま $\xi = x/R_0$ と定義すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(r+b)}{dx} &= \frac{d(r+b)}{R_0 d\xi} = \beta_1 \\ \frac{dr}{dx} &= \frac{dr}{R_0 d\xi} = \beta_2 \\ \frac{db}{dx} &= \frac{db}{R_0 d\xi} = (\beta_1 - \beta_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

なお噴流断面において次のような無次元変数 η *

$$\begin{aligned} v_\eta(b\eta+r) &= - \int_0^\eta \frac{\partial}{\partial x} \{ u_0(1-\eta^2)^2(b\eta+r) \} b d\eta \\ \therefore \frac{v_\eta}{u_0} &= \frac{1}{(\beta_1 - \beta_2)\xi\eta + \beta_2\xi + 1} \left[(\beta_1 - \beta_2)^2\xi \left(-\frac{6}{7}\eta^{\frac{7}{2}} + \frac{3}{5}\eta^5 \right) + \{ 2\beta_2(\beta_1 - \beta_2)\xi \right. \\ &\quad \left. + (\beta_1 - \beta_2) \left(-\frac{6}{5}\eta^{\frac{5}{2}} + \frac{3}{4}\eta^4 \right) + \beta_2(\beta_2\xi + 1)(-2\eta^{\frac{3}{2}} + \eta^3) \right] \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

すなわち v は $\beta_1, \beta_2, \xi, \eta$ の関数として表わされる。第 2 図は $\beta_1 = 0.170, \xi_L = 8$ の場合の計算結果を示す。

次に混合距離係数 c について考える。まず (1) 式と (2) 式を変形した (2)' 式から

$$\begin{aligned} u\eta \frac{\partial u}{\partial x} - \int_r^y \frac{\partial}{\partial x} (u\eta) dy \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \\ = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (\tau y) \end{aligned}$$

この式に (3), (4) 式を代入すると

$$u\eta \frac{\partial u}{\partial x} - \int_r^y \frac{\partial}{\partial x} (u\eta) dy \cdot \frac{\partial u}{\partial y} = -c^2 b^2 \frac{\partial}{\partial y} \left\{ y \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\therefore \int_r^{r+b} \frac{\partial}{\partial x} (u\eta) dy = c^2 b^2 \left[\frac{\partial u}{\partial y} + 2y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]_{y=r+b} \dots\dots\dots (11)'$$

(11)' 式を η に変数変換して (9) 式および次の関係式を用いると

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 = u_0 \left(-\frac{3}{2} \eta^{-\frac{1}{2}} + 6\eta \right) \frac{1}{b^2} \\ \left[\frac{\partial u}{\partial y} \right]_{y=r+b} &= 0, \quad \left[\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right]_{y=r+b} = \frac{9}{2} u_0 \frac{1}{b^2} \end{aligned} \right\}$$

* を考える。

$$\eta = (y-r)/b \dots\dots\dots (7)$$

しかして乱流混合領域において速度分布は次の境界条件を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} y=r+b, \eta=1; u=0, (u_{r+b}=0), \frac{\partial u}{\partial y}=0 \\ y=r, \eta=0; u=u_0, (u_r=u_0), \frac{\partial u}{\partial y}=0 \\ v=0, (v_r=0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

(1), (2), (8) 式を満足する混合領域における速度分布の近似解として、噴流主部分の速度分布形 (6)(9)(10) を参考にして、著者は新たに次の η の関数を用いる。

$$u = u_0(1-\eta^2)^2 \dots\dots\dots (9)$$

この (9), (2) 式から y 方向の速度成分 v が求まる。すなわち (2) 式より

$$[vy]_r^y = - \int_r^y \frac{\partial (u\eta)}{\partial x} dy \dots\dots\dots (2)'$$

上式を η に変数変換して (8), (5) の条件を用いると

第 2 図

$$\frac{9}{35} \frac{\partial b}{\partial x} b + \frac{9}{20} \left(\frac{\partial r}{\partial x} b + \frac{\partial b}{\partial x} r \right) + \frac{\partial r}{\partial x} r = 9(r+b)c^2 \dots\dots\dots (12)$$

(12) 式に (5), (6) 式を代入して c^2 について整理すると

$$c^2 = \frac{\left(\frac{1}{35} \beta_1^2 + \frac{3}{70} \beta_1 \beta_2 + \frac{25}{630} \beta_2^2 \right) \xi + \frac{1}{20} \beta_1 + \frac{11}{180} \beta_2}{\beta_1 \xi + 1} \dots\dots\dots (13)$$

この関係から混合距離係数 c は β_1, β_2 が与えられると ξ の関数として算出される。したがって混合距離 l はこれらの関係から

$$l = cb = c(\beta_1 - \beta_2) R_0 \xi$$

$$\therefore \frac{l}{R_0} = \xi(\beta_1 - \beta_2) \sqrt{\frac{(36\beta_1^2 + 54\beta_1\beta_2 + 50\beta_2^2)\xi + 63\beta_1 + 77\beta_2}{1260(\beta_1\xi + 1)}} \dots\dots\dots(14)$$

(2) 乱流せん断応力および渦粘性係数

$$\tau = -\rho c^2 b^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 = -9\rho c^2 b^2 (\eta - 2\eta^{\frac{5}{2}} + \eta^4) \left(\frac{u_0}{b} \right)^2$$

$$\therefore \frac{\tau}{\rho u_0^2} = -\frac{(36\beta_1^2 + 54\beta_1\beta_2 + 50\beta_2^2)\xi + 63\beta_1 + 77\beta_2}{140(\beta_1\xi + 1)} (\eta - 2\eta^{\frac{5}{2}} + \eta^4) \dots\dots\dots(15)$$

一般に粘性流体のせん断応力 τ は動粘性係数 ν を用いて $\tau = \rho\nu(\partial u/\partial y)$ の形で表わされることは周知のとおりであるが、いまこれと同形の関係によって乱流せん断応力を表わし、 ν の代りに ϵ なる渦粘性係数を次のように定義する。すなわち

$$\tau = \rho\epsilon(\partial u/\partial y) \dots\dots\dots(16)$$

一方 τ は混合距離によって表わされるから

$$\epsilon = -l^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = u_0 c^2 b (3\eta^{\frac{1}{2}} - 3\eta^2)$$

$$\therefore \epsilon/R_0 u_0 = 3c^2(\beta_1 - \beta_2)(\eta^{\frac{1}{2}} - \eta^2)\xi \dots\dots\dots(17)$$

ここに混合領域の幅 b を用いて ϵ/bu_0 なる無次元量を導入してレイノルズ数と同じような量を考えると $b = R_0(\beta_1 - \beta_2)\xi$ であるから

$$\epsilon/bu_0 = 3c^2(\eta^{\frac{1}{2}} - \eta^2) \dots\dots\dots(18)$$

(3) 流量および運動量 噴流軸に直角な断面を単位時間に通過する流量 Q は

$$Q = 2\pi\rho \int_0^{r+b} u y dy \dots\dots\dots(19)$$

$$\text{ここに } \int_0^r u_0 y dy = \frac{1}{2} u_0 r^2$$

$$\begin{aligned} \int_0^{r+b} u y dy &= \int_0^1 u_0 (1 - \eta^{\frac{3}{2}})^2 (b\eta + r) b d\eta \\ &= u_0 \left(\frac{9}{70} b^2 + \frac{9}{20} r b \right) \end{aligned}$$

$$\therefore Q = \pi\rho u_0 \left(r^2 + \frac{9}{10} r b + \frac{9}{35} b^2 \right) \dots\dots\dots(19)'$$

しかし噴口流量 $Q_0 = \pi\rho u_0 R_0^2$ であるから

$$\begin{aligned} Q/Q_0 &= (1 + \beta_2 \xi)^2 + \frac{9}{10} (\beta_1 - \beta_2) (1 + \beta_2 \xi) \xi \\ &\quad + \frac{9}{35} (\beta_1 - \beta_2)^2 \xi^2 \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

したがって流量比の軸方向における増加率は

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\xi} (Q/Q_0) &= 2\beta_2 (1 + \beta_2 \xi) + \frac{9}{10} \{ (\beta_1 - \beta_2) \\ &\quad + 2(\beta_1 - \beta_2)\beta_2 \xi \} + \frac{18}{35} (\beta_1 - \beta_2)^2 \xi \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

すなわち流量比およびその増加率は β_1, β_2 が与えられると ξ の関数として計算することができる。次に x 方向の運動量 M は同じようにして求めることができる。

$$\begin{aligned} M &= 2\pi\rho \int_0^{r+b} u^2 y dy \\ &= 2\pi\rho \left[\int_0^r u_0^2 y dy + \int_r^{r+b} u^2 y dy \right] \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{M}{M_0} = (1 + \beta_2 \xi)^2 \frac{243}{385} (1 + \beta_2 \xi) (\beta_1 - \beta_2) \xi$$

$$+ \frac{243}{1820} (\beta_1 - \beta_2)^2 \xi^2 \dots\dots\dots(23)$$

$$\text{ここに } M_0 = \pi\rho u_0^2 R_0^2$$

運動量比についても流量の場合と同様に β_1, β_2 が既知であれば ξ のみの関数として求められる。

3. 実験装置および測定方法

35 馬力回転羽根式圧縮機からの空気をタンク (1000φ×2000) を通して角型鉄製噴出タンク (500×500×2500) に導き、この側面にタンク内壁面とノズル面が一致するように床高 2.28 m の高さに取付けた黄銅製 60.01 mm 径ノズルを噴出口として幅 4.0 m, 奥行 7.5 m, 高さ 4.5 m の室内有効自由空間に噴出

① 噴口ノズル (60.01 mm 径) ② 送気管 (4" 径) ③ 噴出タンク (500×500×2500 mm) ④ 移動台車 ⑤ レール (7.5 m) ⑥ ピトー管 ⑦ ゲッチンゲン型マノメータ ⑧ ピトー管可動支持棒 ⑨ 微動装置

させる。

またタンクに設けた流量調整弁によって噴出速度を加減できるようにし、噴出タンク内には整流板を設けて噴出前の空気の状態をはかり、その側壁の U 字管によってタンク内圧力を測るとともにタンク内外の空気温度を記録した。しかし実験中の内外温度差はわずかで空気の単位重量に及ぼす影響は小さく実験気流は等温噴流としてさしつかえないと考えられる。

また噴出速度は主としてピトー管によって行ったが、三次元的に測定できるように微動装置を搭載した移動台車にとりつけた。第 3 図はこの装置および噴出タンクの写真図である。

第 4 図は噴出口として用いたノズルおよびピトー管と ASHVE で風速測定に用いた kiel probe⁽¹¹⁾ を参考にして製作したものである。

第 4 図

すなわちピトー管は 4 個の 0.3φ ペニシリン用注射針を利用した静圧孔および 0.8φ 全圧孔をもち、支持棒を中心に回転できるようにし、これを上下左右可動の微動装置にとりつけ三次元的に風速を測定できるよ

第 5 図

うにした。また kiel probe によってさらに測定風速をチェックした。

4. 実験結果と計算値との比較

(1) 速度分布 第 5 図は噴出口近傍各断面での速度分布の測定結果と計算値 (実線) を示す。すなわち実験噴出速度の範囲内では同一断面における乱流混合領域の風速はその大きさに無関係に同一曲線上に集中し、(9) 式で示した速度分布からの計算値とよく近似する。

また実験結果から見ると、実験値の方が u/u_0 が 1 に近い混合領域では速度は計算値より幾分上に出る性質をもっているようである。

しかし噴出速度 u_0 をそのまま保持するコア部分と混合領域の生成が明らに観察され、混合領域内での速度分布は ξ には無関係に (9) 式で示した η^2 の関数として十分よく表わすことができる。

(2) 噴流の境界 噴流の外側境界を精密に求めることは $\bar{u}=0$ の境界線上においても u' なる速度変動が存在し、さらに噴流軸と直角方向に速度成分 v が作用するのできわめて困難である。

よって発煙剤を噴出タンク内に入れて噴出気流を観測し、写真観測法によって噴流境界線を求めるとともに Nottage⁽¹²⁾ らが行っているように外側からの誘導二次空気に糸状の煙を含ませて、それが乱れて吹きとばされる位置を点綴して外郭線を定める煙霧法を併用して自然展開角 α を求めた。

また Tollmien によると乱流噴流では噴出速度に無関係に展開角 $\alpha=0.214$ であるが、著者および Nottage らの実験結果によると第 1 表に示すように、この値より幾分小さな展開角をとる。なお表中の () 内の値は気流写真から求めた値である。

すなわち噴流の展開角 α は噴出速度によってわずかに変化する性質をもち、しかも噴速がある程度以上に増大するとその変化は小さくなる傾向をもち一定展開角となる。

(3) ポテンシャルコアの消長

次にポテンシャルコアと混合領域との境界線について求めた結果は第 1 表に示すとおりである。表中の値は噴流中心軸上の風速 u_0 を測定し $u_c=u_0$ の限界点 ξ_L を求め、このポテンシャルコアの消失点からコアの境界線 β_2 を算出したものであり、() の値は噴口から直線的に円すい状にポテンシャル部分が減少するコアと混合領域の境界点を噴流断面風速分布から連ねて求めたものである。これらの値を比較するとわかるように幾分 (ξ_L) が ξ_L より大きな値を示しているが、これはコアの先

第 1 表

実験者	u_0 m/s	α 度	β_1	u_0 m/s	ξ_L	$-\beta_2$	u_0 m/s	ξ_L	$-\beta_2$
著者	4.10	23.4	— (0.207)	14.69	(8.00)	(0.125)	7.68	6.80	0.147
	14.69	19.9	0.175 —	20.06	(8.67)	(0.115)	9.36	6.94	0.144
	20.06	19.9	0.175 (0.178)	25.20	(8.67)	(0.115)	15.21	7.16	0.140
	25.20	19.9	0.175 —	41.51	(9.00)	(0.111)	19.41	7.33	0.136
	41.51	19.3	0.170 (0.178)	55.20	(9.00)	(0.111)	25.34	7.67	0.130
	55.20	19.3	0.170 —	3.94	6.67	0.150	30.43	8.00	0.125
Nottage	1.75	21.5	0.190	1.75	5.80	0.172	41.05	8.21	0.122
	2.50	21.5	0.190	2.50	7.80	0.128	52.33	8.33	0.120
	5.00	19.9	0.175	5.00	8.40	0.119			
	12.50	19.6	0.175	12.50	9.00	0.111			
	30.00	19.6	0.173	30.00	9.00	0.111			

端が鋭くとがらずに多少丸味をもつために中心速度から求めたコア長さが混合領域との境界線を延長して求めたものより短くなるものと考えられる。またコア先端位置を正確に実験によって求めることはむずかしいばかりでなく、消失点近傍は不安定な流れで前述のように一点では与えられないが、近似的にはポテンシャル部分は x 方向と β_2 のこう配をもつ円すい状をなすとみてよい。

しかしてポテンシャルコアは噴出速度によって生長を異にし、噴速が増大するほどコアは生長して消失点は噴出口面より離れるが、そのコア長さの増大率は減少し、Vorheis⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾ らの実験結果に見るように噴出速度を 60 000 ft/mn (300 m/s) に増大しても $\xi_L = L/R_0 = 10$ であるから、音速以下では噴速を大にしてもコアはほとんど伸びず、あまり目立って生長しないと考えられる。

一方噴出速度を低下させるとポテンシャルコアが全然消失して層流噴流に変化することは Nottage⁽¹⁵⁾ らの実験結果からも明らかであるが、それによると $u_0 = 100$ ft/mn でコア消失し、 $u_0 = 350$ ft/mn においては既に $\xi_L = 6$ のコアが生じている。

すなわち噴出速度を徐々に増加してゆくと、ポテンシャルコアがそれに比例して生長するのではなく、ある限界噴速に達すると急に第 1 表に示したようなコアが生成し、さらに噴速を増大してもコア長さは余り伸びず、およそ $\xi_L = 10$ を限度として生長しないと考えられる。

(4) 混合距離係数 実験的に β_1 , β_2 が決まると混合距離係数 c^2 は ξ の関数として (13) 式から算出できる。第 6 図はこの関係を図示したものである。すなわち β_1 , ξ 一定の場合には、 ξ_L が大きいほど、つまりポテンシャルコアが長くなるほど c^2 は増大し、また ξ_L , ξ 一定の場合には β_1 の増加につれて c^2 は大きくなる。

一方噴出速度に対する β_1 , ξ_L の関係は上述のよう

第 6 図

に噴速が増加すると β_1 は減少し ξ_L は増加する。したがって ξ 一定の噴流断面における噴速と c^2 の間には一意的な関係は見られない。しかし β_1 , ξ_L の変化は少く、またその増減が c^2 に及ぼす影響は互に他を打消し合うような関係であるため噴速による c^2 の変化は小さい。

Kueth⁽¹⁶⁾ は噴速 u_0 および ξ に無関係に一定な値として $c^2 = 0.00496$ としているが、 β_1 , ξ_L が増大すれば次第にこの値に近い c^2 となることは第 6 図からも想定できる。

たとえば $u_0 = 20.06$ m/s, $\beta_1 = 0.175$, $\xi_L = 8.67$ の場合には $\xi = 8$ においては $c^2 = 0.0025$ である。

(5) せん断応力および渦粘性係数 一般に $(\tau/\rho u_0^2) = f(\beta_1, \xi_L, \xi, \eta)$ であるが、噴出速度 u_0 に対する β_1 , ξ_L が既知であるから、この値からせん断応力の噴流断面における分布を求めると第 6 図に示すようになる。しかして (15) 式から

$$\frac{\partial(\tau/\rho u_0^2)}{\partial \eta} = -(1-5\eta^{\frac{2}{3}}+4\eta^{\frac{4}{3}}) \dots \dots \dots (a)$$

よって $0 \leq \eta \leq 1$ の範囲内において

$$\eta \cong \sim 0.40 \text{ のとき } \frac{\partial(\tau/\rho u_0^2)}{\partial \eta} \cong 0$$

すなわち混合領域内では $\eta = \sim 0.40$ を境として τ のこう配の符号が変化する。

また $|\tau/\rho u_0^2|$ は ξ については c^2 と同じ関係になるから ξ 方向の変化の傾向は前項で述べたものと一致する。

渦粘性係数 ϵ は (17) 式で与えられるように混合領域の外側および内側で 0 となり、混合部分では η については τ と同じような分布をなし、 ξ , u_0 の増加に比例して増大する性質をもつ。

いま $\beta_1 = 0.180$, $\xi_L = 8$, $\eta = 0.5$ のポテンシャルコア先端を含む噴流断面における混合領域では

$$\epsilon/R_0 u_0 = \sim 0.008 \quad \therefore R_0 u_0/\epsilon \cong 130$$

この関係は管内流れの場合の Re 数 $= D^* u^*/\nu$ と対称して考えると管径 D^* , 管内流速 u^* に対し噴口半径 R_0 , 噴出速度 u_0 をとった無次元数であって管内流れの Re 数に比べて著しく小さな値となる。

すなわち ν と ϵ は本質的に異なり (16) 式のように定義した渦粘性係数は ν に比較して見掛け上非常に大きな値をとることがわかる。換言すれば自由噴流の乱流によるせん断応力は粘性のみの場合に比べて相当大きな値である。

(6) 流量および運動量 流量比は (20) 式で与えられるように実験によって β_1 , ξ_L がわかると ξ の関係となり、その場合の流量比増加率は (21) 式から

$$\left[\frac{d}{d\xi} \left(\frac{Q}{Q_0} \right) \right]_{\xi=0} = \frac{9}{10} \beta_1 + \frac{11}{10} \beta_2 \dots\dots\dots (b)$$

したがって

$$|\beta_2| \leq \frac{9}{11} \beta_1 \text{ のとき } \left[\frac{d}{d\xi} \left(\frac{Q}{Q_0} \right) \right]_{\xi=0} \cong 0$$

しかるに実験結果から明らかなように流量は噴流軸方向に増加するから

$$|\beta_2| \leq \frac{9}{11} \beta_1 \dots\dots\dots (c)$$

でなければならない。すなわち (c) 式によって β_1 に対するポテンシャルコア生成角 β_2 の極限值が与えられることになるが、またこの式は噴速が減少して β_1 が増すほどコアの極限長さは短くなる実験結果と符号する。また実験値も (c) 式を満足する範囲内にある。

第 7 図は各断面の風速分布の実験値から図式積分法によって流量比の x 方向についての増加率を求めた値と、この場合の展開角 β_1 , ξ_L (β_2) の値から (20) 式で与えられる理論計算値とを比較したものである。すなわち計算値は幾分実験値より小さな値をとるが、その傾向は十分察知できる。

また (20) 式からわかるようにポテンシャルコア長さ ξ_L が等しければ β_1 が増大するほど流量比は増加し、 β_1 が等しければコア長さが増大するほど流量比は増加する。このような相関関係から噴速が増大した

第 7 図

場合 β_1 は減じコア長さは増すという噴出気流の性質を考えると、噴速が変わっても流量増加率に及ぼす影響は比較的小さいと推論される。

次に運動量については圧力こう配がない場合には理論上一定であるが、(23) 式によって運動量を計算すると第 7 図にみるように x 方向に一定でなく多少減少するような形となり理論と矛盾するが、このことは運動量を展開⁽¹⁷⁾して考えるとわかるように一般に流量比の増加割合、速度こう配、速度分布には運動量を一定にする関係がなければならず、Tollmien らのように運動量一定のもとに求めた複雑な速度分布形の代りに、それらを基にして、境界条件 (8) 式を満足する簡潔な近似式を用いたことに起因すると考えられる。

しかして実験結果から x 方向の運動量の変化を計算すると噴流が進むにつれ噴口がもつ運動量より幾分減少した値となるが、このことはこれまで圧力こう配を無視して考えてきたが、実際には噴口付近での圧力こう配があることによる影響と考えられる。また Nottage の実験結果も運動量は x 方向に減少する傾向をとっている。

このように運動量についてはよく説明できないが、前述のように流量増加割合、混合領域内の流れなどについては比較的よく実験結果を説明できる。

5. 結 言

1) 噴流外側境界は直線をなし、噴出速度の増加につれて自然展開角は幾分減少する傾向をもつが、その変化はわずかであり、実験範囲内の噴速では $\alpha \cong 20^\circ$ である。

2) ポテンシャルコアは噴出速度に応じて $\xi_L = 6 \sim 10$ の生長区間が存在し、その消失点は一定点では与えられない。

3) 混合領域内の軸方向速度 u は x に無関係に η のみの関係として表わしうる。したがって等速位置は直線上に存在する。

4) コア自体が生長するから混合距離もしたがって軸方向に変化し、必ずしも一定値ではない。しかしその変化度は小さい。

5) 噴流に伴う二次誘導空気による流量の増加率は β_1, β_2, ξ の関数であるが、噴速にあまり左右されず噴口直径の 5~6 倍の位置で噴口流量の 2 倍に達する。

注：—

- (1) 昭和 29 年 10 月 31 日 名古屋臨時大会講演会において講演、原稿受付 昭和 30 年 6 月 4 日。
- (2), (3) 正員、大阪大学工学部。
- (4) 准員、大阪大学工学部大学院。
- (5) W. Forstall, A.H. Shapiro; Appl. Mech., J., Vol. 17, 1950, p. 399.
- (6) Tollmien; Z. f. Angew Math. u. Mech., Bd. 6, 1926, S. 468.
- (7) Schlichting; Z. f. Angew Math. u. Mech., Bd. 13, 1933, S. 260.
- (8) Kuethe; Appl. Mech., J., Vol. 57, 1935, p. A87.
- (9) Tomotika; Roy. Soc. London, Proc., Ser. A, Vol. 165, 1938, p. 65.
- (10) three-halves power curve 文献 (5) 参照。
- (11) H. B. Nottage, J. G. Slaby, W. P. Gojsza; Heat. Piping & Air Condng., January, 1952, p. 165.

- (12) H. B. Nottage, J. G. Slaby, W. P. Gojsza; Heat. Piping & Air Condng., July, 1952, p. 123.
- (13) 文献 (11) 参照, および V. Cleaves, L. M. K. Boelter; Chem. Engg. Progres, Vol. 43, March, 1947, p. 123.
- (14) Albertson, J. F. Taylor, H. L. Grimmer, E. W. Comings, W. Zimm, G. L. Turve らの実験結果によると $u_0=591\sim18000$ ft/mn の範囲で $\xi L=6\sim10$ のコアの生長区間がある。
- (15), (16) それぞれ文献 (11), (8) 参照。
- (17) 単位体積のもつ運動量を m で表わすと $m=\rho u$ である。よって噴流の一つの断面 A における運動量 M は一般に

$$M = \iint_A \rho u \, dA$$

で表わされる。しかし一般に m は x, y の関数であるから一点 (x_0, y_0) で Taylor 展開し二次以下の項を無視すると

$$m(x, y) = m(x_0, y_0) + (x-x_0) \frac{\partial m}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial m}{\partial y}$$

$$\therefore M = m(x_0, y_0) \iint_A u \, dA + \iint_A (x-x_0) \frac{\partial m}{\partial x} u \, dA + \iint_A (y-y_0) \frac{\partial m}{\partial y} u \, dA$$

したがって

$$M = u(x_0, y_0) Q_0 \left(\frac{Q}{Q_0} \right) + 2\pi \rho \int_0^{r+b} (x-x_0) \frac{\partial u}{\partial x} u y \, dy + 2\pi \rho \int_0^{r+b} (y-y_0) \frac{\partial u}{\partial y} u y \, dy$$

$$= f[Q/Q_0, \partial u/\partial y, \partial u/\partial x, u]$$

532.526.4

広がり流れにおける乱流境界層

第3報 壁面近くの総合速度分布について⁽¹⁾

古 屋 善 正⁽²⁾

Turbulent Boundary Layer in Diverging Flow

(The 3rd Report, Universal Velocity Distribution near the Wall)

by Yoshimasa FURUYA

Measurements of skin frictions and velocity profiles in turbulent boundary layers with adverse pressure gradients are presented. The skin friction was measured by a surface Pitot tube of the stanton type which was calibrated under various pressure gradients.

It is said that all velocity distributions near the wall expressed in the universal form u/u^* vs. u^*y/ν are almost the same irrespective of pressure gradient. Our experiments showed that this relationship holds up to a short distance before the separation point. However, near the separation point ($H>1.7$) the value of coefficient a_1 in the universal velocity distribution $u/u^*=a_1+a_2 \log_{10}(u^*y/\nu)$ diminished as shown in Fig. 12 and the measured values of skin friction were greater than that predicted by the equation of Ludwig and Tillmann.

緒 言

円管流または平板に沿う乱流境界層の速度分布はよく知られているように摩擦速度 $u_{\tau}=\sqrt{\tau_0/\rho}$ を用いて次の総合速度分布 (universal velocity distribution)

の形で表わされる。

$$u/u_{\tau}=f(u^*y/\nu) \text{ または } =a_1+a_2 \log_{10}(u^*y/\nu)$$

広がり流れまたは圧力上昇のある流れの乱流境界層の速度分布も上式の総合形に書けば壁に近い部分だけは圧力こう配にかかわらず同じであると仮定されてい