しておく必要があり、要すればその範囲を B スケールで -100 以上に調整しておくことが望ましい。この調整は、単にささえピン P の位置を下方にずらせればよいのであるから、使用者において調整することももちろん可能であるが、それよりもかたさ計メーカーにおいてあらかじめ上記範囲の いしのかたさ が測定しうるごとく設計製作しておくことの方が望ましい。しかも いしのかたさ の測定は工場においても現在重要な問題となっており、ロックウエルかたさ計がそれ

に使用されうるならば、工場側の益するところきわめて大である。したがってロックウエルかたさ計の JIS 規格もこの点を考慮して決定されることを切に希望する。最後に御注意と御教示を頂いた吉沢教授に深謝する次第である。

注：一

(1) 原稿受付 昭和 30 年 6 月 7 日.

(2) 正員、東京工業大学、

(3) 正員，新潟大学工学部。

(4) 浅枝, 小野, 機械学会誌, 57 卷 428 号, 529 ページ (昭 29-9).

有限光源による照度分布⁽¹⁾加藤 清 雄⁽²⁾

On the Intensity Distribution of Illumination of Light on the Screen of Finite Distance from Sources

by Kivoo KATŌ

I. 緒言 高速運動体の運動経過を記録する方法として、光源と光電管を用いてその間に運動体を置き、運動体の運動に伴う移動陰影による光電管電流変化を増幅し、オシログラムをとるような場合、光源として電燈等の有限光源を使用すれば、照度分布の不均一に起因する比例関係からの偏差を生ずる。筆者はこの点に関し平易な計算方法により種々の異なった光源に対するこれらの偏差量を明らかにした。

光源の種類としては点光源、球面状光源、コイル状および円筒面光源を取扱い、かつ光源よりの距離をいろいろ変えてこれに対応していかように照度分布が異なるかを求めた。

II. 計算方法の概要および計算式

1. 計算方法の概要 第1図において, 光源から l の距離にあり, かつ OA に垂直にして Oz 方向およ

第 1 図 点光源の場合

び Oy 方向における各位置の単位面積上の照度変化を求め、更にこれより次のような照度比を求めた。ただし長さの単位は cm で表わす。

(1) 基準点の照度と任意点の照度との比 第1図における $A(l, 0, 0)$ 点の照度を E_0 とし、点 A より y および z 方向に距離 i および j なる点の照度を E_i および E_j とし、それらの基準点すなわち点 A の照度に対する比を H_i および H_j として

$$H_i = E_i/E_0 \dots\dots\dots (1)$$

$$H_j = E_j/E_0 \dots\dots\dots (2)$$

の値を求めた。ただし照度の単位は 10^{-4} lux とする。

(2) 基準点における帯状部分の照度と任意点における帯状部分の照度との比 第1図において点AよりAY方向にOAに垂直でAYを中心に幅 h の帯状部分を考え、この上で $y=i$ でAZ方向に幅1cmの帯

状部分の照度は $2 \int_0^{\frac{h}{2}} E_{y=i} dz$, 特に $y=0$ の点では

$2 \int_0^{\frac{\hbar}{2}} E_{y=0} dz$ となり，この二つの比を S_i で表わせば

$$S_i = \int_0^{\frac{h}{2}} E_{y=i} dz / \int_0^{\frac{h}{2}} E_{y=0} dz \dots\dots\dots (3)$$

次に同様の方法で AZ 方向についてのものを S_j で表わせば

$$S_j = \int_0^{\frac{h}{2}} E_{z=j} dy / \int_0^{\frac{h}{2}} E_{z=0} dy \dots\dots\dots (4)$$

以上のように各光源について光源からの距離 l の種々の値について H_i, H_j および S_i, S_j を求め、これを

表およびグラフに描いておけば点 A を通り OA に垂直面内の照度分布情况が明らかになる。しかし点および球面状光源については OA に対して対称であるから $H_i = H_j$ および同一の h については $S_i = S_j$ すなわち y, z 方向いずれも同一の分布情况を示す。

2. 各光源に対する計算式 (1) 点光源

$$H_i = I^3 / (l^2 + i^2)^{3/2} \dots \dots \dots (5)$$

$$S_i = \frac{l^2}{l^2 + i^2} \left\{ \frac{4l^2 + h^2}{4(l^2 + i^2) + h^2} \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (6)$$

(2) 球面状光源 この場合も計算式の結果は点光源と同一となり、全球面の光度が中心に集中したと同結果となる。したがって H_i, S_i とともに点光源の場合の式と同一である。

(3) コイル状光源 この場合計算を簡単にするために、コイルを同一ピッチすなわち、コイル半径 $r = 1$ でピッチ = 1, 巻数 n の円形コイルに置換して考え、まず単一円形コイルの関係点に及ぼす照度 e を考え、次にこれらの各コイル全体による照度 E を求める。ただしコイル線の太さは考えないものとする。

第2図においてそれぞれの符号を図のとおりとし、まず単位円形コイル S による点 P の照度を求めるには、 S と点 P を頂点として形成される斜円すい束を S の中心 C を通り CP に垂直な平面で切断したとすれば、その切り口はだ円コイル S' となり、点 P にお

第2図 コイル状光源の場合

ける S による照度は S' によるものとほとんど等しいはずである。この S' は l がコイル半径 r に比較して大きいとき長軸が S の半径にほとんど等しく、短軸は点 C の z 座標 ($z = k$) によって定まり、短軸の長さを b とすれば $b \approx r \cdot \sin \phi$ となる。

よって S' 上で ds なる微小長さによる点 P の単位面積上の照度 de は

$$de = I \cdot ds \cdot \cos \psi \cdot \cos \theta / (p')^2 \approx I \cdot ds \cdot \cos \theta / p^2 \\ = I \cdot ds \cdot l / p^3 = I \cdot l \cdot ds / \{l^2 + i^2 + (k-j)^2\}^{3/2}$$

ただし $p' \approx p$ と仮定し、 I はコイルの単位長さの光度であり、 ψ は ds の位置によって変る変数であるが ψ は小さいので $\cos \psi \approx 1$ と見てさしつかえない。

$$\therefore e = \int de = I \cdot l / \{l^2 + i^2 + (k-j)^2\}^{3/2} \cdot \int ds$$

となり、 $\int ds$ はだ円積分で離心率を用いない近似式を採用し、 $r = 1$ であるから

$$e = \frac{Il}{\{l^2 + i^2 + (k-j)^2\}^{3/2}} \left[3.9308 + \frac{1.244(k-j)}{\{l^2 + i^2 + (k-j)^2\}^{1/2}} + 1.1468 \frac{(k-j)^2}{l^2 + i^2 + (k-j)^2} \right] = f(k) \dots (7)$$

(a) H_i, H_j について 全コイルによる照度を求めるには

E_0 点 A における Ox 方向の照度

E_i, E_j, E それぞれ Q, R, P 点の照度

とすれば

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= 2 \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} f(k), & E_i &= 2 \sum_{\kappa=0}^{\frac{n}{2}} f(k)_{y=i} \\ E_j &= \sum_{k=\frac{n}{2}-j}^{\frac{n}{2}} f(k)_{y=0} + \sum_{\kappa=-\frac{n}{2}}^{\frac{n}{2}-j} f(k)_{y=0} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

ただし n はコイルの全巻数でコイルの中心を原点として考えた場合である。なお $f(k)_{y=0}$ は $y-z$ 平面上で $y=0$ (一定) での k の変化を示す。

以上をそれぞれ計算して前出の (1), (2) 式より H_i, H_j を求める。

(b) S_i, S_j について 一般に点 $P(l, i, j)$ の照度 E は i, j すなわち y, z の関数であるので $E = F(y, z)$ とおいて、これより S_i, S_j は次のように表わされる。

$$S_i = \int_0^{\frac{h}{2}} F(i, z) dz / \int_0^{\frac{h}{2}} F(0, z) dz \dots \dots \dots (9)$$

$$S_j = \int_0^{\frac{h}{2}} F(y, j) dz / \int_0^{\frac{h}{2}} F(y, 0) dy \dots \dots \dots (10)$$

これを実際に算出するには図式によった。

(4) 円筒面光源 この場合は (3) のコイルの場合のピッチ = 1 の条件をはずし式の $\sum$ を積分に変えればよい。しかし円筒面では後面 (第3図C側) の影

第3図 円筒状光源の場合

響は考える必要はなく、円筒面からの距離が比較的大きい点については円筒の前面 (第3図B側) と後面が及ぼす照度はおのおの相等しいと仮定し、コイルと同

様な計算を行いその値の 1/2 をとって大差ない⁽³⁾。

III. 計算結果 以上 II で述べた各式によって計算した結果を l を一定として H および S の i または

第 4 図 $l=10$ cm の場合の S の値

第 5 図 $l=100$ cm の場合の H および S の値

j による変化を n をパラメータとして代表的なものとして第 4 および 5 図に示す。第 4 図は $l=10$ と仮定した場合の線状分布および帯状分布を示し、第 5 図は $l=100$ と仮定した場合の H, S を示す。

n はコイルの巻数および円筒面では円筒の長さを表わす。 n の値は 5 より 125, 特に第 5 図では傾向を示すために $n=200$ をも記入した。 S の値は帯状部分の幅 h を 10 より 40 まで取扱った。 $l=10$ では H, S は同一の n に対して i または j により相当の差を生ずるが、 $l=100$ では H, S の値は同一の n に対してほとんど一致する。したがって第 5 図では H, S は同一の曲線で示されている。

IV. 結語 以上の結果を要約するに有限距離にある点光源と他の光源を対比して見ると

(1) 球面状光源では点光源と全く等しく全球面の光度が球の中心に集中した場合に等しい。

(2) コイル状光源および円筒面光源では点光源に対比して照度分布は相当の偏差を生ずるが、その偏差量はコイルおよび円筒面の長さ、光源よりの距離および軸と垂直方向または平行方向かによって異なる。ただし n は一定の場合についてである。

次に H と S の差違については距離 $l=100$ 以上ではほとんど等しく、その違いは 0.1% 以下で $l=50$ では 1%, $l=20$ では 4% 以下で、 $l=10$ で最大 5% 程度である。したがって $l=50$ 以上ではだいたい H と S の値は同値と見なしてさしつかえない。ただし $h=40$ 以下の場合である。

最後にこの研究を行うに当って東北大学高速力学研究所坪内教授の御指導を得たことを付記して衷心より深謝の意を表わします。

注:—

- (1) 昭和 29 年 3 月 5 日 九州支部第 7 期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 30 年 3 月 22 日。
- (2) 正員, 大分県杵築高等学校。
- (3) 実際には前面と後面による値は等しくなく説明を簡単にするため関係点と同一平面上に軸をもつ単位長さの円筒を考え、この単位円筒の B 側と C 側 (第 3 図) とに分け、 B 側の点 A に及ぼす照度を e_1 , C 側のものを e_2 で表わせば

$$e_1 = \int_{\frac{r}{l}}^{\frac{r}{l}} de = 2 \int_{\frac{r}{l}}^{\frac{r}{l}} \{I(l-x)(lx-x^2)\} dx / \{(r^2-x^2)^{\frac{1}{2}}(l^2+r^2-2lx)^2\} = 2rI/l^2 + r^2I\pi/2l^3.$$

$$\text{同様に, } e_2 = \int_{-\frac{r}{l}}^{\frac{r}{l}} de = 2rI/l^2 - r^2I\pi/2l^3$$

以上より全円筒面による点 A の照度 e は

$$e = e_1 + e_2 = 4rI/l^2 = E.$$

よって前面のみを考えるときの誤差を ϵ とすれば

$$\epsilon = e_1 - e/2 = e/2 \cdot \pi r/4l = E \cdot \pi r/4l$$

よって $l=100$ の場合について誤差を計算して見ると $r=1$ であるから誤差は 1% 以下であるが、 $l=10$ では約 8% となり相当大きな誤差を生ずる。