531.382:621-755

空気圧式静つりあい試験機の研究*

武田晋一郎** 淡川泰正*** 鈴木広志****

A New Static Balancing Machine operating on the Pneumatic Principle

by Shinichirō TAKEDA, Yasumasa AWAKAWA and Hiroshi SUZUKI

We constructed a new static balancing machine operating on the pneumatic principle by which the unbalance of the rotors of electric machines could be read directly on an indicator and no lengthy operations required. The detail of the construction of the balancing machine is described with the schematic diagram and the precisely measured characteristic values of the principal parts of the machine. The maximum range of the indicator of the machine is ± 150 g-cm and the accuracy is about 1 g-cm through the whole range. The performance of the balancing machine was investigated theoretically on the statical equilibrium and on the dynamical aspects. The calculated period of the natural oscillation of the machine is 5.4 sec against 5.2 sec which is a measured value. The oscillation caused by the up and down motion of rotors damped out in about 20 sec. The measurement of the unbalance must be made twice for one rotor (x -direction and y -direction), so the total time of operation for the balancing of one rotor will be less than 60 sec.

1. 緒 言

回転体の静つりあい試験機については、平行ナイフエッジによる簡単な方法が実用されているが、これは測定者の熟練度に大いに依存する方法なのであまりよくない。そこで不つりあい量を直示する試験機が要望されているが、従来この方面で知られている Gishot, Losenhausen, 末広および Olsen-Lundgren の各静つりあい試験機⁽¹⁾は多量生産の現場において実用するには種々の難点があるのであまり実用されていない。筆者らは はん用電動機 の回転子の静つりあい試験機の生産工場現場において実用可能なものを研究し、空気マイクロメータの原理を測定装置に応用した空気圧式静つりあい試験機を試作し、これを現場において実用したところすぐれた性能を発揮することができた。

2. 静つりあい試験機の一般的原理

Losenhausen, 末広式などの静つりあい試験機の原理を示せば、第 1 図に示すように静つりあいを試験する回転体をナイフエッジを有する架台に載せて、その架台の鉛直線に対する傾斜角にて回転体の静不つりあいを検知するものである。したがって完全につりあいのとれた回転体を載せたとき、次の 4 個の中心点

第 1 図 静つりあい試験機の 4 中心点の図

- (1) 回転体重心 (2) 支持中心
(3) 架台重心 (4) 指示中心

が同一鉛直線上にのることが必要であり、またかなり高い精度でこのことが成立たねばならない。たとえば 5 kg の回転体で 1 g-cm の静不つりあい量を検知することができるためには、回転体重心の左右偏位 y は

$My = 1 \text{ g-cm}$, $M = 5 \times 10^3 \text{ g}$, $y = 0.2 \times 10^{-3} \text{ cm} = 2 \mu$ となつて、 2μ 以下でなければならない。架台の重心の左右偏位についても同様である。このことは架台の重量が回転体よりも一般に数倍大きいことを考えると、いさう精度を要するものである。

これらの諸中心をすべて同一鉛直線上に載せることは一般に相当困難のことである。このため従来は回転体を 0° の位置と 180° の位置で 2 回測定してその平均値をとる方法が用いられているが、この方法は多量

* 昭和 30 年 9 月 9 日 第 5 回応用力学連合講演会において講演、原稿受付 昭和 30 年 10 月 6 日。

** 正員、法政大学工学部。

*** 正員、日立製作所亀戸工場。

**** 法政大学工学部。

生産の現場用としては不適當である。

重心の鉛直線上の上下の位置は架台と回転体との合成重心が支持の中心に合致することが理想であるが少しは下がってもよい。その程度は末広式のような電気接点式ではその接点すきまの大きさで決定される。許容不つりあい量を $1\text{ g}\cdot\text{cm}$ としたとき架台と回転体の総重量 20 kg に対する許容重心下垂量は 100μ となり、重心の上下調整も相当注意しなければならない。不つりあい量の測定は Rosenhausen 式では普通のてんびんと同様に滑動おもりでつりあわせ、この滑動おもりの位置で指示させる。回転体の中心と支持の中心との不一致による誤差は回転体を 180° 回して再測定して、その平均値をとるものである。末広式では電気接点によって on-off 制御される電動機によって滑動おもりを自動的に移動せしめることができるが、回転体と支持の中心のずれによる誤差は回転体を 180° 回して再測定して修正することは前のものと同様である。

3. 空気圧式静つりあい試験機の原理と構造

静つりあい試験機が多量生産の現場において使用可能であるためには、測定操作が簡単で容易なこと、測定時間が短いこと、つりあいをとる作業時間が短いこと、および構造が堅固で寿命が長いことなどが要求される。測定操作を簡単にし測定時間を短くするには不つりあい量を自動的に測定して計器で直接指示すればよい。筆者らは末広式の静つりあい試験機の電気接点式自動平衡方式を空気圧式自動平衡方式に改めて前述の諸要件を満足せしめる静つりあい試験機を完成した。すなわち、架台の傾斜の検出には連続的に作用す

る空気圧式測定方式（空気マイクロメータ）を用い、つりあい偶力は検出空気圧によって変位する金属ベローズに直結したコイルばねによって発生せしめ、不つりあい量の指示は検出空気圧を受けて変位する複ベローズの圧力計を用いたのである。測定装置は自動平衡式であるから、空気源の圧力変動の影響を受けない。

原理的構造は第2図のとおりである。圧縮空気源（ 4 kg/cm^2 ）に連結されたニードル弁 V_1 （図略）、減圧用毛細管抵抗 R （図略）を通った空気は更にニードル弁 V_2 、防じん器 A （図略）、毛細管 R_0 および定圧調整弁 B を通って一定圧 100 mm Hg の下で計測部に入る。このときの空気の圧力は圧力計（ $0\sim 300\text{ mm Hg}$ ）に指示される。この定圧空気は毛細管 R_1, R_2 の方へ2分して流れノズル N_1, N_2 を通って外界に流出する。このとき、ノズル N_1 と N_2 との間に介在するフラップ F の位置によって N_1 と N_2 との流出抵抗に相違が生じ、したがってノズル N_1 と N_2 の背圧に相違が生ずる。ノズル背圧は相等しい特性（有効面積および圧力変位関係）を有する2個のりん青銅製ベローズ B_1 と B_2 の内部に伝達され、ベローズ連合体 B_1B_2 はフラップ F と反対方向に変位する。この変位によってつりあい用コイルばね S はその中央点が B_1B_2 と同じ方向に変位し、回転体の不つりあい量による偶力を打消す向きの偶力を発生する。これと同時に復元機構によってフラップ F は元の位置の方向に引戻されるので、ノズル背圧の相違はその増加をおさえられ、コイルばね S による偶力が回転体の不つりあい量による偶力とちょうど打消す値になって平衡状態になる。このときのノズル背圧差は導管 L_1 と L_2 とによって指示器のベローズ連合体 B_3B_4 に伝達されて、その変位を拡大指示する指針の目盛板に対する位置によって回転体の不つりあい量が指示されることになる。架台と計測装置との連合系の振動を減衰して指示の読取りを早くするため、シリコン油を制動液として用いたダッシュポット制振器 D_1 と D_2 を付加する。また、図には明示していないが、ノズル N_1 と N_2 とを一体にした左右に微動ねじで移動せしめる零調整装置とコイルばねの取付け点を上下にずらせる感度調整装置とがある。

第3図は製作された空気圧式静つりあい試験機の全体写真である。図の右上端の不つりあい量指示器は外径 168 mm の大形計器であるから、その指示は数メートル離れた場所から容易に読取ることができる。不つりあい量指示器は $\pm 150\text{ g}\cdot\text{cm}$ までの目盛になっている（第4図）。

回転体のひんぱんな載せおろしと衝撃緩和のためにカムを利用しハンドルの半回転で作用する回転体載せおろし装置を作ったので、回転体の載せおろしは静かに衝撃によってナイフエッジをそこなうことなしにすみやかに行うことができた。

ノズル N_1N_2 およびフラップ F を含む空気圧

第2図 空気圧式静つりあい試験機の原理的構造図

第 3 図 試作完成した静つりあい試験機

式測定装置の発信部の構造は第 5 図のとおりである。ベローズ B_1B_2 は外直径 50・7 mm, 内直径 36 mm, 有効面積 14・8 cm², 山数 12 のものである。ノズル N_1 N_2 は外側を円すい形にして噴出空気の吸引力によってフラップが吸付けられるのを防止してある。各部の連結導管は内

第 4 図 不つりあい量指示器

第 5 図 不つりあい量測定装置発信部

直径 5 mm のビニール管を用いた。

この静つりあい試験機では、回転体の軸心が正しく支持の中心（ナイフエッジの先端）に一致するように回転体の支持部の左右微調整を行った。これは十分につりあいのとれた標準回転体を 0° と 180° の両位置で測定したとき常に指示器が零をさすように調整することによって比較的容易に行うことができた。また回転体の種類がちがうための重心の上下は別に調整用おもりをあらかじめ用意してこれを載せおろしすればよい。この試験機は零調整が簡単に行えるので、100 回の計測に 1 回の割合で標準回転体を載せて零調整を行

うだけで x -方向、 y -方向各 1 回の測定によって回転体の不つりあい量を知ることができる。不つりあい質量の存在する方向と量とは

$$\theta = \tan^{-1}(my)/(mx), \quad mr = \sqrt{(mx)^2 + (my)^2}$$

によって求めることができる。

しかし、多量生産の場合には θ -方向と不つりあい量 mr をいちいち求めるのは面倒であって、むしろ x -方向、 y -方向につりあい穴明けを 2 個行う方がはるかに簡単である。更に進んでは一定の質量のリングを多数あらかじめ用意しておき、これを x -方向および y -方向のつりあい穴にたたき込む方が作業時間がいっそう短くなるものと考えられる。

4. 各部特性定数

製作した空気圧式静つりあい試験機の作動に関与する各部要素の特性定数を測定した結果を以下に順々に述べる。

(1) 慣性モーメント 架台と回転体の支持中心の回りの慣性モーメント J を振動周期法による実験的方法で求め、

$$J = 1.43 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

(2) つりあい用ばねの特性 つりあい用ばね S の特性としてばねの中央点の変位 x と支持の中心の回りの偶力 N との関係を取り、これを測定した。この関係は直線的であって

$$\frac{4N}{4x} = 70 \text{ g} \cdot \text{cm/mm} \quad \dots\dots\dots (2)$$

(3) ベローズの特性 検出部ベローズ B_1, B_2 および指示器ベローズ B_3, B_4 の圧力変位特性はいずれも直線的で相等しく

$$\frac{4x}{4p} = 0.045 \text{ mm/cm Aq} \quad \dots\dots\dots (3)$$

また有効面積もほとんど等しく、14・8 cm² である。

(4) 指示器の指度と圧力差との関係 指針の回転角 1° がちょうど不つりあい量 1 g·cm に相当するように目盛を定めた。ベローズ B_3B_4 の圧力差 p と指針回転角 θ との関係は直線的で

$$\frac{4\theta}{4p} = 2.8 \text{ deg/cm Aq}, \quad \frac{4(mr)}{4\theta} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm/deg} \quad \dots\dots\dots (4)$$

である。最大目盛 150 g·cm の指度を生ずる圧力差は 53.6 cm Aq である。

(5) ノズルの特性 噴口直径 0.5 mm の 2 個のノズル N_1N_2 は厚さ約 0.4 mm のりん青銅板のフラップを 0.1 mm のすきまをあけて対向している。フラップの変位 y に対するノズル背圧の差 $p = p_1 - p_2$ は直線的に変化し⁽²⁾、その関係は

$$\frac{4p}{4y} = 1124 \text{ cm Aq/mm} \quad \dots\dots\dots (5)$$

で表わされる。

(6) 毛細管の特性 毛細管 R_1 と R_2 とは全長 65 mm, 内径 0.5 mm の銅管でその抵抗係数 R_1 および

R_2 は相等しく

$$R = 48 \text{ mm Aq/cm}^3/\text{s} \dots\dots\dots (6)$$

(7) **ダッシュポット制振器** この制振器の減衰偶力 $F d\theta/dt$ を架台の自由振動の振動減衰率を測定して求め

$$F = 0.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \dots\dots\dots (7)$$

(8) **空気消費量** 空気圧式測定装置を通過する空気量を測定して

$$\text{空気消費量} = 2.5 \text{ l/mn} = 150 \text{ l/h} \dots\dots\dots (8)$$

(9) **空気圧系統の時定数** 架台を固定したとき, 1 容量系と見られる空気圧系統の時定数 τ を指示器の指針の角度の減衰の割合を高速写真撮影によって求め

$$\tau = 0.2 \text{ s} \dots\dots\dots (9)$$

5. 作 動 実 験

試作完成した静つりあい試験機の性能試験結果と電動機製作工場において電動子の静つりあい修正作業用としての実用試験結果について述べる。

(1) **精度試験** 分銅にてつりあい量を試験機に与えたときの指示器の指度を読み, 試験機の精度試験を行った。誤差はきわめて小さく, 最大目盛 (150 g-cm) の 1% (1.5 g-cm) 以下であった。

(2) **振動周期と減衰率** 試験機の架台 (全装置との連成振動をする) の固有振動の周期は約 5.2 s である。この振動は東芝シリコン油 (粘度 10^4 cs) を満たした直径 20 mm, 厚さ 1 mm の円板を有するダッシュ・ポット型制振器によってすみやかに減衰される。第 6 図はその減衰曲線を示したもので, これを見ればかなり大きい振幅で始まった振動も約 25 s で完全に減衰してしまうことがわかる。したがって電動子を試験機に載せたとき指度を読みうるまでの時間はだいたい 20 s 以下で十分である。ゆえに, 1 個の電動子のつりあい量の測定時間は 2 回測定として約 50 s を見ておけば十分と思われる。

第 6 図 試験機の振動の減衰曲線

(3) **圧縮空気源の影響** 圧縮空気源の圧力変化は 100 mm Hg を標準圧力としたとき 60~160 mm Hg の間で指度は少しも変化せず, 50 mm Hg のとき約 10% の指度の減少が 100 g-cm の指度のところで認められたに過ぎない。したがって圧縮空気源の圧力変動による誤差は実用上は零とみることができる。

(4) **角位置変更実験** つりあい量のある電動子を試験機に載せてその種々の角位置における指示不

つりあい量を読みとれば第 7 図の結果をうる。この変化は正しき正弦波形をなしているので, 試験機が常に正確に水平な方向のつりあい量の成分を指示していることがわかり, 間接にこの試験機が正しく作動していることを示している。

$$(mx) = (mr) \cos \theta$$

第 7 図 つりあい量のある回転体の種々の角位置における指示不釣りあい量

(5) **電動子を変えるとき** 電動子を含む架台の重心は水平方向だけをナイフエッジの先端に正確に合せ, 上下方向は少しかたよった状態で使用するので, 電動子の種類が変わって回転軸直径の大きさが異なるとかなり重心の上下が生じ指度にも影響が生じる。たとえば, 単相誘導電動機の 1 馬力用と 2 馬力用の電動子に対する感度を比較測定すれば次のようになる。

種 類	軸 径	重 量	100 g-cm に対する指度
1 馬力用	20 mm	5.1 kg	100 g-cm
2 馬力用	25 mm	7.5 kg	115, 120 g-cm

この欠点を避けるため, 電動子の種類が変わったときの重心の上下移動を補正する重心移動補正用分銅を準備しておき, これを所定位置に載せ変えることを行えばよい。上記の電動子については 1 馬力用を標準とすれば, 2 馬力用のときにはその軸心が 0.35 cm だけ高くなるので, 支持の中心より下方 12 cm の距離に $m \times 12 = 7.5 \times 10^3 \times 0.35$ すなわち $m = 220$ g の分銅を載せればよいことになる。

(6) **作業時間測定** 3 相 2 馬力誘導電動機アルミ電動子のつりあい取り作業時間を実際生産工程中に測定したところ, 静つりあい試験機を用いたとき平均 0.92 mn を要したが, 平行ナイフエッジの方法で熟練者が行ったときは平均 1.26 mn を要した。静つりあい試験機を用いた方が平均で 0.34 mn (20 s) だけ早いわけである。百分率で表わすと約 16% だけ作業時間が短縮されることになる。

6. 空気圧式静つりあい試験機の作動理論

空気圧式静つりあい試験機の作動を理論的に研究した結果を静的理論と動的理論に分けて述べる。

(1) **静的理論** 試験すべき回転体のつりあい量 (mX) g-cm が試験機によってその指示量 $(mX)_i$ として出るまでの量的関係を静的過程について研究した

ものを静的理論とする。回転子を含む架台の支点の回りの偶力の平衡条件から、架台の傾き角 θ とベローズ $B_1 B_2$ の変位 x_2 とつりあい偶力 mgX との間に

$$(mgX) \cos \theta = k(x_2 + a_2 \theta) + Mgh \sin \theta \quad \cdots (10)$$

が成立つ。 k はつりあい用ばねのこわさ定数、 a_2 はつりあい用ばねの架台取付け点の支持中心からの距離、 Mgh は架台の重心下偏量である。傾き角 θ は小さく、重心の上下調整は完全に行ってあるとすれば (10) 式は簡単になって

$$mgX = k(x_2 + a_2 \theta) \quad \cdots (10')$$

となる。架台の傾き角 θ はフラップの変位 y を起すが、フラップの支持端がベローズ $B_1 B_2$ の連接棒の上にあるので、ベローズ $B_1 B_2$ の変位 x_2 がフラップの変位に負フィードバックされるので

$$y = a_1 \theta b_1 - x_2 b_2 \quad \cdots (11)$$

となる。ただし a_1 は架台の垂直棒がフラップ板と接触する点の支持中心までの距離、 b_1 と b_2 とはフラップ板の先端の変位 $a_1 \theta$ と起点の変位 x_2 とがそれぞれノズル対向点に起す変位の比を表わすものである。試作したつりあい試験機では $b_1 \approx b_2$ で、その値は 1/2 に等しくなっている。したがって追従比はちょうど 1 になっているわけである。

フラップ・ノズルすきまの変化 y によるベローズ $B_1 B_2$ の内部圧の差 p は差動的に配置した 2 個のノズル・フラップ系の特性によって決定される。差動的配置のノズル・フラップすきまをいねいに調整し、適当な毛細管抵抗 R_1, R_2 を選定すれば、微小な変化 y に対して差圧 p が直線的に変化する⁽²⁾。

$$p = -\frac{1}{G} y \quad \text{または} \quad y = -Gp \quad \cdots (12)$$

この差圧 p を受けてベローズ $B_1 B_2$ の変位 x_2 が生ずる。この変位はベローズ系 $B_1 B_2$ のこわさだけでほとんど決定され、つりあい用ばねの伸縮の影響はきわめて小さい (2% 程度) ので、これを省略すると

$$x_2 = c_2 p \quad \cdots (13)$$

また、差圧 p を受けて指示器のベローズ $B_3 B_4$ の変位が生じ、これが指針の回転角 φ に転化し、目盛板によってつりあい量 $(mX)_i$ が指示される。

$$(mX)_i = Fp \quad \cdots (14)$$

係数 F はベローズ $B_3 B_4$ の特性、拡大機構の拡大率および目盛間隔によるものである。

連立方程式 (10') (11) (12) (13) を解いて p と θ を求めると、次のようになる。

$$p = \frac{a_1 b_1}{a_1 b_1 c + a_2 b_2 c_2 - a_2 G} \frac{(mgX)}{k} \quad \cdots (15)$$

$$\theta = \frac{b_2 - G/c_2}{a_1 b_1 + a_2 b_2 - a_2 G/c_2} \frac{(mgX)}{k} \quad \cdots (16)$$

(15) を (14) に代入すれば

$$(mX)_i = \frac{F}{c_2 k} \frac{a_1 b_1}{a_1 b_1 + a_2 b_2 - a_2 G/c_2} (mgX) \quad \cdots (17)$$

となるので、(17) の右辺の係数を g で割った値がちょうど 1 に等しければ、つりあい試験機は静的には正確

なわけである。ノズル・フラップの特性として G はきわめて小さいので $G/c_2 \approx 0$ とすることができる。この場合には (15) (16) は簡単になって

$$p = \frac{a_1 b_1}{a_1 b_1 + a_2 b_2} \frac{(mgX)}{c_2 k}, \quad \theta = \frac{b_2}{a_1 b_1 + a_2 b_2} \frac{(mgX)}{k} \quad \cdots (18)$$

となるので、ノズル・フラップの特性を知らなくても差圧 p および傾き角 θ を知ることができる。試験機の感度は

$$\frac{dp}{d(mgX)} = \frac{a_1 b_1}{a_1 b_1 + a_2 b_2} \frac{1}{c_2 k} \quad \cdots (19)$$

となり、ベローズ定数 c 、ばね定数 k に逆比例し追従比 b_2/b_1 によって変化する。またばね取付け点と支持中心との距離 a_2 にだいたい逆比例する性質があるから感度調整にばね取付け点の位置の微動調整を用いることができる。

(2) 動的理論 空圧式静つりあい試験機の動特性すなわち固有振動の周期、減衰率などを試験機の各部定数より解析的に研究したものを動的理論とする。試験すべき回転体を含む架台の鉛直線との傾き角 θ を用いた運動方程式は

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + F \frac{d\theta}{dt} + k(x_2 + a_2 \theta) = 0 \quad \cdots (20)$$

である。フラップの変位は (11) で表わされる。ベローズ $B_1 B_2$ の変位 x_2 と内部差圧 p との関係は

$$x_2 = c_2 p = c_2 (p_1 - p_2) \quad \cdots (21)$$

である。ベローズ B_1 と B_2 の内部圧 p_1 と p_2 の変化は内部空気の状態変化を等温変化と仮定し毛細管 R_1, R_2 よりの流入空気量 Q_1, Q_2 とノズル N_1, N_2 よりの流出空気量 q_1, q_2 との差より決定される。ベローズ系 $B_1 B_2$ の内部容積を V_1 、空気密度を ρ とおけば $B_1 B_2$ 内部の空気量 M_1 の変化を表わす式は

$$\frac{dM_1}{dt} = \rho_1 Q_1 - \rho_1 q_1 \approx \rho_0 (Q_1 - q_1) \quad \cdots (22)$$

となる。また $M_1 = \rho_1 V_1$ として左辺を計算すると

$$\begin{aligned} \frac{dM_1}{dt} &= \frac{d}{dt} (\rho_1 V_1) = \frac{d\rho_1}{dt} V_1 + \rho_1 \frac{dV_1}{dt} \\ &= \rho_0 \frac{V_1}{P_0} \frac{dp_1}{dt} + \rho \left(A_2 \frac{dx_2}{dt} + A_3 \frac{dx_3}{dt} \right) \end{aligned}$$

ただし $A_2 x_2$ は B_1 の容積変化、 $A_3 x_3$ は B_3 の容積変化である。これを (22) に代入し整理すると

$$\frac{V_1}{P_0} \frac{dp_1}{dt} = (Q_1 - q_1) - \left(A_2 \frac{dx_2}{dt} + A_3 \frac{dx_3}{dt} \right) \quad \cdots (23)$$

同様にベローズ $B_2 B_4$ 系の内部圧 p_2 について

$$\frac{V_2}{P_0} \frac{dp_2}{dt} = (Q_2 - q_2) + \left(A_2 \frac{dx_2}{dt} + A_3 \frac{dx_3}{dt} \right) \quad \cdots (24)$$

指示ベローズ $B_3 B_4$ の変化 x_3 は

$$x_3 = c_3 (p_1 - p_2) = c_3 p \quad \cdots (25)$$

ノズル N_1, N_2 の差圧 p_1, p_2 とそれぞれの流量 q_1, q_2 との関係はフラップの変位 y に対して次のような形で変化すると考えられる。

$$q_1 = q_0 \left(1 - \frac{y}{h_0} \right) \left(1 + \frac{dp_1}{2p_0} \right),$$

$$q_2 = q_0 \left(1 + \frac{y}{h_0}\right) \left(1 + \frac{\Delta p_2}{2p_0}\right) \dots\dots\dots (26)$$

これはよく調整されたノズル・フラップ系について、平衡点 ($p_1 = p_2 = p_0$) からの小さい変化 (y および $p_1 = p_0 + \Delta p_1$, $p_2 = p_0 + \Delta p_2$) に対して近似的に成立つことが理論的にも実験的にも証明される。試作完成した試験機ではノズル N_1 , N_2 は対称的に作られているとしてある。毛細管 R_1 , R_2 における圧力差と流量との関係は層流と仮定して

$$P_0 - p_1 = R_1 Q_1, \quad P_0 - p_2 = R_2 Q_2 \dots\dots\dots (27)$$

とする。 P_0 は圧縮空気の測定部における原圧である。対称構造の仮定より $R_1 = R_2 = R$, $V_1 = V_2 = V$ とおき、(23) と (24) との差をとり (26)(27) を代入すれば、差圧 p に対する微分方程式 (28) をうる。

$$\begin{aligned} Q_1 - Q_2 &= (P_0 - p_1)/R_1 - (P_0 - p_2)/R_2 = -p/R \\ q_1 - q_2 &= (\Delta p_1 - \Delta p_2) q_0 / 2p_0 - 2g_0/h_0 \\ &= p q_0 / 2p_0 - 2g_0/h_0 \\ \frac{dx_2}{dt} &= c_2 \frac{dp}{dt}, \quad \frac{dx_3}{dt} = c_3 \frac{dp}{dt} \\ \left(\frac{V}{P_0} + 2c_2 A_2 + 2c_3 A_3\right) \frac{dp}{dt} &+ \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2p_0/q_0}\right) p \\ &= \frac{2q_0}{h_0} y \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

さらに (11) の y の値を (28) の右辺に代入すると

$$\frac{V_0}{P_0} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{R_0} p = \frac{2q_0}{h_0} a_1 b_1 \theta \dots\dots\dots (29)$$

をうる。ただし

$$V_0 = \text{全有効容積} = V + 2c_2 A_2 + 2c_3 A_3 \dots\dots\dots (30)$$

$$R_0 = \text{全有効抵抗} = 1 / \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2p_0/q_0} + \frac{1}{h_0/2q_0 b_2 c_2} \right) \dots\dots\dots (31)$$

これは空気圧システムの微分方程式で、(20) は機械部系統の微分方程式であって、この2個の方程式が連立方程式となって空気圧式静つりあい試験機の動作を決定することになる。したがって、 θ および p の正確な解は (20) と (29) とより p または θ を消去して得られる次の形の微分方程式を解いて求めることができる。

$$\begin{aligned} J \frac{d^3 \theta}{dt^3} + \left(F + \frac{J P_0}{R_0 V_0} \right) \frac{d^2 p}{dt^2} + \left(k a_2 + \frac{P_0}{R_0 V_0} \right) \frac{dp}{dt} \\ + \left(\frac{k a_2 P_0}{R_0 V_0} + \frac{2 a_1 b_1 c_2}{V_0} \frac{2 q_0}{h_0} \right) p = 0 \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

この三次方程式によって振動の安定性を調べると空気圧系統の時定数 τ が非常に小さい場合と非常に大きい場合とに安定な解があることがわかる。

試作完成した静つりあい試験機では空気圧系統の時定数 τ が架台の振動の固有周期 T にくらべて著しく小さいので安定な解の存在する場合に当り、また次のように近似式にて解を求めることができる。

空気圧系統の時定数 τ は差圧 p に対する微分方程式 (29) によって

$$\tau = \frac{R_0 V_0}{P_0} = \frac{V + 2c_2 A_2 + 2c_3 A_3}{P_0 \left(\frac{1}{R} + \frac{q_0}{2p_0} + \frac{2q_0 b_2 c_2}{h_0} \right)} \dots\dots\dots (33)$$

によって与えられ、約 0.2 s と計算される。これに対して架台の振動周期は約 5.2 s であるから、このような近似取扱いには十分理由のあることである。 $\tau \approx 0$ とすれば、各瞬間に差圧 p と変位 y とが直ちに対応して

$$\begin{aligned} p &= -1/G \cdot y = -1/2G \cdot (a_1 \theta - c_2 p) \\ p &= -\frac{1}{2} \frac{a_1 \theta}{G} / \left(1 - \frac{1}{2} \frac{c_2}{G} \right) \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

$G \approx 0$ のときは上の式から $p = a_1 \theta / c_2$, $x_2 = a_1 \theta$ となるので、架台の運動方程式 (20) は

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + F \frac{d\theta}{dt} + k(a_1 + a_2) \theta = 0 \dots\dots\dots (35)$$

となる。この場合には自由振動の周期 T は

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k(a_1 + a_2)}{J} - \frac{F^2}{4J^2}}} \dots\dots\dots (36)$$

対数減衰率 δ は

$$\delta = \frac{2\pi F/2J}{\sqrt{\frac{k(a_1 + a_2)}{J} - \frac{F^2}{4J^2}}} \dots\dots\dots (37)$$

によって求めることができる。

(3) 理論と実験との比較 試作完成した試験機の各部特性定数 (前出)

$$\begin{aligned} a_1 &= 186 \text{ mm} & a_2 &= 110 \text{ mm} \\ b_1 &= \frac{16}{33} & b_2 &= \frac{17}{33} \\ c_2 &= 0.045 \text{ (mm/cm Aq)} & k &= 70 \text{ (g-cm/mm)} \\ 1/G &= 1124 \text{ (cm Aq/mm)} \end{aligned}$$

これから、まず G/c_2 を計算すると

$$G/c_2 = 1/1124 \times 1/0.045 = 0.020 \dots\dots\dots (38)$$

となり、これは1に比して相当に小さいので $G/c \approx 0$ と見ることは妥当である。

$$a_1 + a_2 = 290 \text{ mm}, \quad J = 1.43 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$F = 0.70 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

を (36) に代入して固有周期 T を計算すると

$$T = 5.44 \text{ s} \dots\dots\dots (39)$$

となる。これは実測値 5.2 s とよく一致している。

制振係数 F は今の場合には固有周期に余り大きい影響を与えないから、これを省略すると

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{J}{(a_1 + a_2)k}} \dots\dots\dots (40)$$

となる。これを計算すると 5.3 s となり実測値によく一致した値になる。(40) は簡単な式であるから便利である。固有周期 T および T_n がペローズの特性定数 c_2 には無関係であることは試験機の設計において注意すべきことである。 T および T_n はつりあい用ばねのこわさ k に強く依存し、 T を小さくするには、慣性モーメント J を小さくし、ばねこわさ k を大きくすればよいことがわかる。 k を余り大きくすると試験機の感度に悪影響をおよぼすから、慣性モーメント J の値をできるだけ小さくすることが望ましい。試作したものは J が少し大きすぎるが、これは容易に $1/10$ にまで減らすことができると考えられるので、周期 T を現在の値 5.4 s から 1.7 s まで小さくすることができよ

う。このときには指示器の指示は約 7~8s で確定するから、いっそう作業速度を向上させることができるであろう。

7. 結 言

回転体の静つりあい試験機の多量生産工場における実用可能なものを空気マイクロメータの原理を応用した空気圧式自動平衡測定方法によって完成した。空気マイクロメータの微小変位に対する高感度と連続的性質とによってほぼ満足すべき性能を持った静つりあい試験機を製作することができ、現在工場現場において順調に使用されている。

同装置をもっと小形軽量にし、慣性モーメントを小さくすれば固有振動周期がいっそう小さくなって測定時間はさらに短くなる。また、不つりあい量の検出装置に電気的方法を利用して測定装置をすべて電氣的にしたエレクトロニック方式の静つりあい試験機も比較的容易に製作しうることと考えられるので、これらの諸点を考慮したいっそう完全な静つりあい試験機を機会を得て研究したいと思っている。

文 献

- (1) 明石和衛, 渡辺清, 鈞合試験, 岩波講座機械工学, 7~10 ページ.
- (2) 日本規格協会, 空気マイクロメータの手引, 23 ページ, 37 図.

621.983.3

円筒容器の再絞り加工*

馬 場 秋 次 郎**

Researches on the Redrawing of Cylindrical Shells

by Akijirō BABA

Both the direct and reverse redrawing forces of circular shells were estimated by stress analysis where the thickness and the yield stress of the blank were assumed to be constant over the deforming region and the equivalent stress of the blank was assumed to be in proportion to n power of the equivalent logarithmic strain. In the case of redrawing of a cup primarily drawn under practical drawing ratio, intermediate annealing was always favourable for every material. The larger the modulus of work-hardening of the material was, the greater effect the intermediate annealing had. The redrawing ratio was lowered when the plane drawing ratio was increased, whether the intermediate annealing was done or not. The total drawing ratio, however, was raised when the plane drawing was done under higher drawing ratio. These conclusions were confirmed by experiments on Al, Cu and 70:30 Brass.

1. 緒 言

剛性体のダイスとポンチでの絞り加工においては、ポンチ頭部角に接する材料の破断によって、絞り限界が規正される。平板絞りで取扱いうる最大素板直径は、材料の種類や絞り型の諸寸法によって異なるが、だいたいポンチ直径の 2~2.5 倍の範囲である。再絞り加工は、この範囲以上の素板が必要な容器の成形に使われる一つの方法で、広く利用されている。この加工法は、最終的な容器を絞るのに必要な全変形量を幾回かに分けて与えるもので、作業方法として、直接再絞り法と逆再絞り法があることも広く知られている。

これら再絞り加工についての系統的な研究はきわめ

て少いが、最近、二、三の論文が発表された。すなわち Chung⁽¹⁾は逆再絞り加工について簡単な計算を行って、逆再絞りに適当な容器直径と板厚の関係を示した。更に彼⁽²⁾は、再絞りに関して系統的な実験的検討を行い、直接再絞りとは逆再絞りの比較も行っている。

この論文では、直接再絞りならびに逆再絞り加工における絞り力ならびに絞り限界などの一般的傾向を検討した。近似計算にあたっては、円筒の平板絞りにおける考え方を用い、必要に応じて実験的検討もあわせて行った。

2. 近 似 計 算

a. 再絞り力 この論文では平板絞りの絞り力を求める簡単な取扱法を、そのまま再絞り加工にあてはめた。すなわち Chung や Sachs など行ったように、純絞り変形に要する力、曲げならびに曲げもどし

* 昭和 28 年 11 月 6 日 塑性加工に関する専門講演会において一部講演, 原稿受付 昭和 30 年 12 月 5 日.

** 正員, 千葉大学工学部.