第9図

らも $W(0)/Y_u=0$ および $W(l)/Y_u=1$ なる結果をうる。第9図および第10図の f の目盛は軸それ自体の振動数(実験値)から計算して、 α と f との関係を表示したものである。

9. 結 言

第1図に示すような、弾性支持されかつ軸を有する

第10図

機械系の強制変位による強制振動の諸種の性質を示す特性式を求め、その特別な場合に関しては数値計算を行って特性の傾向を明らかにし、更に実験の結果が数値計算の結果にほぼ合致することを示した。本研究の結果が第1図のような弾性支持された有軸機械系の強制変位による強制振動の問題、特に振動絶縁問題等の解決に役立てば幸である。

621-752.2:678.4:620.178.5

防振ゴムの動的特性の振幅依存性について*

関口久美** 小寺沢良一***

On the Amplitude Dependency of Rubber Vibration Isolator

by Hisayoshi SEKIGUCHI and Ryōichi KOTERAZAWA

In our experiment, we investigated the amplitude dependency of vibration characteristics which appears remarkably in tread type stocks of rubber especially in small amplitude, using at the same time unbonded type of rubber in order to compare the results with the case in which bonded type rubber used.

We obtained the results as follows:

- (1) Both bonded type and unbonded one show approximately the same amplitude dependency.
- (2) These are to be explained quantitatively by the theory proposed by Sawaragi.
- (3) No fundamental difference is found between the dynamical behaviours of two types of rubber, and these can be treated as materials having the same dynamical properties.

1. 結 言

防振ゴムの中で、いわゆる tread type と呼ばれる

カーボンブラックを多量に含むものにおいては、微小振幅において動的特性の振幅依存性が著しく、これが応力ひずみ曲線の非線型性からは説明できないものであることは周知の事実である⁽¹⁾。この特異な性質に関して、最近、榎木、得丸両氏は内部摩擦を考慮に入れた新たな力学的基礎式を提案され⁽²⁾、これまで単に実験事実としてのみ示されていたものに理論的な取扱い

* 昭和30年3月22日 関西支部第30期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和30年9月28日。

** 正員、姫路工業大学。

*** 准員、京都大学。

をなしうるようになった⁽³⁾⁽⁴⁾。この振幅依存性と並んで重要で、防振ゴムの設計を行う場合にまず第 1 番に問題となることに、接着型防振ゴムを使うか、非接着型防振ゴムを使うかという問題がある。これについては、実験的資料がほとんどないのが実情のようである⁽⁵⁾。本論文では、これに対する一つの資料を提供するために、接着型、非接着型を比較しながら、種々の周波数にわたって振幅依存性を中心にして実験した結果を報告し、あわせて理論的考察を行った。

2. 計算式の誘導

ある種の防振ゴムの力学的挙動は、第 1 図のモデルにより表わされ、これに対応して任意の時刻 t における応力 $\sigma(t)$ とひずみ $\epsilon(t)$ との関係を表わす基礎式は⁽²⁾

$$\epsilon(t) = \frac{1}{E} \sigma(t) + \int_0^\infty \Phi(\nu) \int_{-\infty}^t e^{-\nu(t-\tau)} \sigma(\tau) d\tau d\nu + \int_0^{\sigma_m^2} \varphi(S) (\sigma - 2S) dS \quad (1)$$

となる。第 1 図のモデルの I に対応するこの式の右辺第 1 項は純弾性を、II に対応する第 2 項は after effect を、III に対応する第 3 項はヒステリシス特性を表わす項で、

$\Phi(\nu)$ は $1/\eta$ に対応する時間おくれ要素 II の分布を表わす関数 $\varphi(S)$ は $1/E_s$ に対応する内部摩擦機構の分布を表わす関数である。

この基礎式に従う材料に、強制応力

$$\sigma = \sigma_m \sin \omega t \quad (2)$$

が加わった場合には⁽³⁾、これに対応するひずみも近似的に正弦波となり、第二次高調波以下を省略して

$$\epsilon = \sigma_m \{ J_1 \sin \omega t - J_2 \cos \omega t \} \quad (3)$$

と書くことができる。ここに J_1, J_2 はそれぞれ複素コンプライアンスの実数部、虚数部であって

$$J_1(\omega, \sigma_m) = \frac{1}{E} + \int_0^\infty \frac{\nu}{\nu^2 + \omega^2} \Phi(\nu) d\nu + \frac{F(\sigma_m)}{\sigma_m} \quad (3a) *$$

$$\epsilon = R(\sigma, \sigma_m) = \begin{cases} -\frac{1}{E_s}(\sigma_m - S) : -\sigma_m \leq \sigma \leq -\sigma_m + 2S \\ \frac{1}{E_s}(\sigma - S) : -\sigma_m + 2S \leq \sigma \leq \sigma_m \\ \frac{1}{E_s}(\sigma_m - S) : \sigma_m - 2S \leq \sigma \leq \sigma_m \\ \frac{1}{E_s}(\sigma + S) : -\sigma_m \leq \sigma \leq \sigma_m - 2S \end{cases} \begin{cases} \dot{\sigma} > 0 \\ \dot{\sigma} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

となり

$$A_1 = F(\sigma_m) = \oint R(\sigma, \sigma_m) \sin \omega t d(\omega t) \quad (8)$$

により計算の結果

$$* J_2(\omega, \sigma_m) = \int_0^\infty \frac{\omega}{\nu^2 + \omega^2} \Phi(\nu) d\nu + \frac{W(\sigma_m)}{\pi \sigma_m^2} \quad (3b)$$

と表わすことができる。 $F(\sigma_m)$, $W(\sigma_m)$ は (1) 式の第 3 項に由来する σ_m の関数で $W(\sigma_m)$ は静的履歴曲線の囲む面積に等しく

$$W(\sigma_m) = 4 \int_0^{\sigma_m} \varphi(S) S (\sigma_m - S) dS \quad (3c)$$

となる。すなわち、(1) 式の第 1 項、第 2 項には振幅依存性はなく、第 3 項が振幅依存性を説明すべき項である。また、(3b), (3c) より

$$\varphi(\sigma_m) = \frac{\pi}{4} \left[\frac{2}{\sigma_m} \{ J_2(\omega, \sigma_m) - J_2(\omega, 0) \} + 4 \frac{d}{d\sigma_m} J_2(\omega, \sigma_m) + \sigma_m \frac{d\sigma_m^2}{d^2} J_2(\omega, \sigma_m) \right] \quad (4)$$

をうるから、応力振幅を 0 より変化して J_2 を求めれば、その囲みにおける分布関数 $\varphi(S)$ を決定することができる⁽³⁾⁽⁴⁾。

次に (3a) 式の $F(\sigma_m)$ については、(4) 式により決定された $\varphi(S)$ により $F(\sigma_m)$ を介して J_1 の振幅による変化をも説明できるはずである。(3b), (3c) 式を導く方法⁽³⁾と同様に応力を (2) 式で表わしたときのひずみを

$$\epsilon = R(\sigma, \sigma_m) = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + \dots + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + \dots \quad (5)$$

とおき、高調波を省略して

$$F(\sigma_m) = A_1 \quad (6)$$

とする。これを第 3 図に示す第 1 図 III のモデルの単一モデルに適用すると、このモデルの応力-ひずみ履歴曲線は第 2 図のようであるから

第 2 図

第 3 図

第1図Ⅲのように S の種々の値を持つモデルが直列に結合されていて、しかも S の連続的に分布している場合に一般化すると、

$$F(\sigma_m)/\sigma_m = \int_0^{\sigma_m} \varphi(S) f_1(S/\sigma_m) dS \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$f_1(S/\sigma_m) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \left\{ \sin^{-1} \left(1 - 2 \frac{S}{\sigma_m} \right) + \left(1 - 2 \frac{S}{\sigma_m} \right) \times \sqrt{\frac{S}{\sigma_m} \left(1 - \frac{S}{\sigma_m} \right)} \right\} \quad \dots\dots\dots (10a)$$

$$\cong 1 - \frac{S}{\sigma_m} \quad \dots\dots\dots (10b)$$

$S=0$ における $\varphi(S)$ の分布は有限であるから⁽⁸⁾

$$\lim_{\sigma_m \rightarrow 0} F(\sigma_m)/\sigma_m = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

となり、また (3a) 式の第1項、第2項は σ_m に無関係であるから

$$J_1(\omega, \sigma_m) = J_1(\omega, 0) + F(\sigma_m)/\sigma_m \\ = J_1(\omega, 0) + \int_0^{\sigma_m} \varphi(S) f_1(S/\sigma_m) dS \quad \dots\dots\dots (12a)$$

と書くことができる。 J_2 についても同様の関係が成立し⁽⁸⁾

$$J_2(\omega, \sigma_m) = J_2(\omega, 0) + W(\sigma_m)/\pi\sigma_m^2 \\ = J_2(\omega, 0) + \frac{4}{\pi\sigma_m^2} \int_0^{\sigma_m} \varphi(S) S(\sigma_m - S) dS \quad \dots\dots\dots (12b)$$

と書ける。このようにして (12), (4) を用いて、振幅依存性を周波数依存性と切りはなして取り扱うことができる。

3. 実験装置ならびに方法

第4図に実験装置と試験片の略図を示す。接着型は上下の鉄板にゴムを接着したもの、非接着型は接着し

(a) 実験装置

(b) 試験片

第1表 成分表

Duro No.	50
FAQ (No.3)	100
い お う	3
亜 鉛 華	10
ステアリン酸	1.5
促進剤 (DH)	1.0
かせいマグ	2
カーボン micronex	40
計	157.5

加硫条件 132.9°C, 35分

3 kg/cm²

3 kg/cm², 20分 二次加硫

ないで0番の研摩紙でみがいて実験を行った。第1表は成分を示す。この試験片を(a)図のように装置に取り付けて おもりと付属ばねとともに1自由度の振動系を構成させ、これに加振用ばねを通じて、偏心を取り付けたモータにより加振力を加えて強制振動をさせる。

実験は共振法により、圧縮状態で行った。試験片は恒温そう中であって、バイメタルで ±1°C の範囲で一定温度に保たれ、またばねにより平均荷重を任意に調節できる。共振振動数は おもり を加減して共振振幅は偏心を調節して変化させる。

いま、ゴムの釣合い位置からの変位を x 、外力の円振動数を ω 、ゴムからうける力を P 、質量を m 、偏心を e 、加振用ばね定数を k_s とすると、この振動系の運動方程式は

$$m\ddot{x} + P = k_s e \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。一方 (2), (3) 式より $\sin \omega t$, $\cos \omega t$ を消去すると

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= E_d \epsilon + C_d \dot{\epsilon} \\ E_d &= \frac{J_1}{J_1^2 + J_2^2}, \quad C_d \omega = \frac{J_2}{J_1^2 + J_2^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

なる関係を得、更に試験片の断面積を A 、長さを l とすると、

$$P = kx + C\dot{x}, \quad k = E_d \frac{A}{l}, \\ C = C_d \frac{A}{l} \quad \dots\dots\dots (15)$$

と書くことができる。(15), (13) より、通常の1自由度の振動方程式を得るから、共振円振動数 ω_n 、共振振幅 x_m を実験的に求めれば

$$k = m\omega_n^2, \quad C\omega = P_0/x_m \quad \dots\dots\dots (16)$$

の関係によって k , $C\omega$ が求まり (15), (14) により、 E_d , $C_d\omega$, J_1 , J_2 が求まる。ただし、付属ばねのばね定数はゴムのそれに比して小さいものとして省略した。

4. 実験結果とその考察

実験は 20°C、平均応力 3.3 kg/cm² で行った。実験的に得られた E_d , $C_d\omega$, J_1 , J_2 ならびに損

第 5 図

第 6 図

第 7 図

率 $C_d \omega / E_d = J_2 / J_1 = \tan \phi$ (ϕ は応力と ひずみ の間の位相角) を第 5 図, 第 6 図, 第 7 図に示す. ただし, これらは前節 (15) 式の A, l として無荷重状態における値を用いた見掛け上の値で, 後の $\varphi(S)$ も同様に扱う. おのおの (a) は接着型, (b) は非接着型の結果である. とともに横軸に応力振幅をとり, 周波数をパラメータにとってある. 第 5 図 (a) においては, E_d は振幅の増加とともに減少して $\sigma_m = 1.5 \text{ kg/cm}^2$ で振幅のごく小さいときに比べて約 10% の減少を示し, 周波数が増加すると増加して毎分 1500 回転では 600 回転のときに比して 10% ばかり大きくなっている. $C_d \omega$ は微小振幅で特に著しい変化を示して振幅とともに増大し, 最大値に達した後, ごくわずかなではあるが減少に移る. そして周波数の高い場合には小さい値をとっている. 第 5 図 (b) の非接着型においてもほぼ同様の傾

第 8 図

向を示し、絶対値においては接着型に比して E_d で約 15%, $C_d\omega$ で約 30% 小さい。これは試験片両端の接触面において接着されていないために横方向のひずみが制限されることが少なく、縦方向にひずみやすくなるためと考えられる。横方向にひずむ結果として、鉄板とゴムの間の外部摩擦が入って来るはずであるが、第7図の損率をみると、非接着型の方がかえって小さくなっているから、外部摩擦の損失は無視してよいと思われる。次に第6図の J_1, J_2 の曲線を見ると、各周波数の曲線がほぼ平行であるとみられるから、これを更に閉りょうにするために、 $\sigma_m = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ の値を基準として J_1, J_2 の変化分だけを $\Delta J_1, \Delta J_2$ として取り出すと、接着型、非接着型についてそれぞれ第8図(a)(b)のようになり、だいたい一つの曲線上にのるから、振幅依存性は周波数により変化せず、これから切りはなして取り扱う。すなわち、前述の理論で取り扱うわけであって、 J_2 を図示の曲線で表わして分布関数 $\varphi(S)$ を求めると第9図のようになり、接着型、非接着型ともにほぼ同様の値を持っていて、非接着型の方がやや大きくなっている。この $\varphi(S)$ より J_1 を計算すると第8図の J_1 曲線のようになり、ほぼ実験と一致する。ただし振幅の小さい所では測定が困難で、したがって誤差が大きく、また振幅0の近傍のデータはとれないから、外挿によって $\varphi(S)$ を求めている。

なお、以上の諸結果より、接着型と非接着型の相違については、両者ともほぼ同程度の振幅依存性と損率を持っており、単に非接着型においてやや剛性係数の小さいことがおもな相違点であって、動的特性には何ら本質的な差はないと言って良いであろう。

5. む す び

接着型防振ゴムと、非接着型防振ゴムを比較しながら、主として振幅依存性について述べたが、第1に、実験的に接着型、非接着型ともにほぼ同様な振幅依存性、周波数依存性を持つことを示し、第2に、複素コンプライアンスの虚数部から求めた $\varphi(S)$ から実数部

第 9 図

を計算して実験と一致することを示し、接着型、非接着型ともに $\varphi(S)$ によつて動的特性の振幅依存性が説明できることを明らかにした。

第3に、接着型、非接着型の相違点としては、振幅依存性、損率ともほぼ同一で、非接着型の方が約 15% 剛性係数が小さいことがおもな相違点であって、両者の動的特性に特記すべき差はないと言える。

終りに本研究を行うにあたって御指導、御叱正を賜った京都大学西原利夫教授、榎木義一教授ならびに実験に協力して頂いた姫路工業大学振動実験室の方々と試料を作って頂いた日輪ゴム工業会社に深甚の謝意を表する。

文 献

- (1) Gui, Wilkinson & Gehman, *Ind. Eng. Chem.*, Vol. 44, No. 4 (1952).
- (2) Dillon D.H., Prettyman I.B. & Hall G.L., *J. Appl. Phys.*, Vol. 15 (1944).
- (3) 榎木・得丸, 材料試験, 2 巻 5 号 (昭 28-5).
- (4) 榎木・得丸, 機械学会論文集, 20 巻 91 号 (昭 29).
- (5) 榎木・得丸・青井, 機械学会誌, 56 巻 418 号 (昭 28-11).
- (5) 静的試験の結果が下記に掲載されている。
日立評論, 33 巻 5 号「防振ゴムの応用」(昭 26-6).