$$\begin{aligned}
(7) \quad \Delta u_{w0}/V &= (c/2H)(\delta\Gamma/Vc)\{E_1/2\xi - (D_1E_2 - D_2E_1)/(D_1^2 + E_1^2)\} + (c/2H)\{-E_1\xi'(\delta\Gamma/Vc)f_1(\xi_1\eta) \\
&\quad + D_1\xi'(\delta\Gamma/Vc)f_2(\xi_1\eta)\} - (c/H)\Sigma(\delta\Gamma/Vc)(\Delta\Gamma/\Gamma)(\eta \\
&\quad + \tan\beta_1)/\{\xi^2 + \tan^2\beta_1\} + (c/H)\{\sin\beta_1\cos\beta_1 \\
&\quad \times \Sigma(\xi\Gamma/Vc) - \pi\cos^2\beta_1\xi'(\delta\Gamma/Vc)\cot(m\pi/Z)\} \\
\Delta v_{w0}/V &= (c/2H)(\delta\Gamma/Vc)\{D_1/2\xi - (D_1D_2 + E_1E_2)/(D_1^2 + E_1^2)\} - (c/2H)\{D_1\xi'(\delta\Gamma/Vc)f_1(\xi_1\eta) + E_1 \\
&\quad \times \xi'(\delta\Gamma/Vc)f_2(\xi_1\eta)\} + (c/H)\Sigma(\delta\Gamma/Vc)(\Delta\Gamma/\Gamma)\xi/\xi^2 \\
&\quad + (\eta + \tan\beta_1)^2 - (c/2H)\{\cos^2\beta_1\Sigma(\delta\Gamma/Vc) \\
&\quad + \pi\cos\beta_1\sin\beta_1 \times \xi'(\delta\Gamma/Vc)\cot(m\pi/Z)\} \\
\Delta u_{w1}/V &= (\pi c/4H^2)(\delta\Gamma/Vc)(D_1E_1/\xi \\
&\quad - E_2 + F_1/\xi + (\pi c/2H^2)\{(D_2E_3 + D_3E_2) \\
&\quad \times \xi'(\delta\Gamma/Vc)f_1(\xi_1\eta) - (D_2D_3 - E_2E_3) \\
&\quad \times \xi'(\delta\Gamma/Vc)f_2(\xi_1\eta)\} - (\pi c/H^2)\{D_1E_1 \\
&\quad \times \xi'(\delta\Gamma/Vc)g_1(\xi_1\eta) - (D_1^2 - E_1^2)\xi'(\delta\Gamma/Vc)g_2(\xi_1\eta)\} \\
&\quad + (\pi c/H^2)\Sigma(\delta\Gamma/Vc)(\Delta\Gamma/\Gamma)E_2 \\
&\quad + (\pi^2 c/2H^2)\sin 2\beta_1\cos^2\beta_1\xi'(\delta\Gamma/Vc)\operatorname{cosec}^2(m\pi/Z) \\
\Delta u_{w1}/V &= (\pi c/4H^2)(\delta\Gamma/Vc)\{(D_1^2 - E_1^2)/\xi \\
&\quad - D_2 + F_2/\xi + (\pi c/2H^2)\{(D_1D_3 - E_2E_3) \\
&\quad \times \xi'(\delta\Gamma/Vc)f_1(\xi_1\eta) + (D_2E_3 + D_3E_2) \\
&\quad \times \xi'(\delta\Gamma/Vc)f_2(\xi_1\eta)\} - (\pi c/H^2)\{D_1^2 \\
&\quad - E_1^2\}\xi'(\delta\Gamma/Vc)g_1(\xi_1\eta) + 4D_1E_1\xi'(\delta\Gamma/Vc)g_2(\xi_1\eta)\} \\
&\quad + (\pi c/H^2)\Sigma(\delta\Gamma/Vc)(\Delta\Gamma/\Gamma)D_2 \\
&\quad - (\pi^2 c/2H^2)\cos 2\beta_1\cos^2\beta_1\Sigma(\delta\Gamma/Vc)\operatorname{cosec}^2(m\pi/Z)
\end{aligned}$$

621. 224. 011

水車案内羽根の自動閉鎖について*

神 元 五 郎** 安 藤 尚***

On the Self-Closing of the Guide Vanes in the Water Turbine

by Gorō KAMIMOTO and Hisashi ANDŌ

In the water turbine, the hydro-dynamic force produces the moment around the supporting shaft of the guide vanes. If this moment is produced so as to close the guide vanes, the water turbine can be protected from the accident in an emergency of the controlling apparatus for the water turbine. From this point of view, the investigation on the self-closing of the guide vane was performed.

This paper contains certain experimental results of a model of circular wing lattice with the spiral casing and the two methods of calculating the moment around the supporting shaft of the vanes, i. e. one method is that based on the theory of circular wing lattice developed by the present author and the other that developed from the thin airfoil theory of Munk.

Numerical examples coincide considerably well with experimental results.

風どう実験によって反動型水車の案内羽根の模型内における流れを測定した。そして、この研究では特に案内羽根の流れによる自動閉鎖に関する実験に重点を置いて、案内羽根の支持点回りのモーメントを測定した。更に、このモーメントを理論的に算出する方法を述べ、実験との比較を行った。

更にこのモーメントを理論的に求める二つの方法を述べる。その一つは著者の一人が先に発表した円形翼列薄翼理論⁽¹⁾に基くものであり、他は Munk の薄翼理論⁽²⁾の円形翼列への適用によるものである。

2. 実験装置

実験装置全体は第 1 図に、またうず巻室の詳細は第

1. 緒 言

水車案内羽根は流れの流体力学的な力により、その支持軸の回りにモーメントを生ずる。このモーメントを水車調整装置の故障時に閉鎖の方向に働かせることが、最近の水車設計上問題となっている。

本実験は空気試験により案内羽根の支持軸回りのモーメントをてんびんを用いて測定したのであるが、その支持軸の位置がモーメントに及ぼす影響を調べるために、支持軸の位置を前縁から 44.44%, 50%, 55%, 60% に変えて行った。

第 1 図

2 図に示す。

シロッコファン (静圧 120 mmaq, 風量 110 m³/mn, 回転数 1800 rpm, 所要動力 7.5 HP) により吸込まれ

* 昭和 30 年 3 月 23 日 関西支部第 30 期定時総会講演会および昭和 30 年 9 月 8 日 第 5 回応用力学連合講演会において講演、原稿受付 昭和 30 年 10 月 29 日。

** 正員、京都大学工学部。
*** 准員、京都大学工学部大学院学生

第 2 図

第 3 図

た気流はうず巻室、吸出し管を通り、整流格子、整流網を経て、シロッコファン吐出口より大気中に放出される。実験に使用された翼型は第3図に示されるもので取付け角を変えうるよう支持軸を有し、その位置は図のごとく4個所に変えることができる。てんびんによりモーメントを測定する翼には、できるだけ摩擦を少なくするため一端は玉軸受、他端はピボットでささえられる。圧力分布測定翼は黄銅製で、その幅の中央に27個の圧力測定孔がある。うず巻室の吸込口には、その中央にプラントル型ピトー管を固定し、この点における流入速度を測定する。またうず巻室に続く吸出し管に半径方向に移動できる円筒型ピトー管をそう入し、円形翼列内部の循環を測定する。流量は流れが整流格子を経て十分一様になった所の円筒部の速度分布をプラントル型ピトー管で測定して求めている。

3. 実験結果

a) ステーパーンの後流分布 案内羽根のおかれている流れのようすを知るために、ステーパーンの後流分布を求めた。第2図のB付近にて、ステーパーンの1ピッチにわたって翼幅中心の全圧総失を円筒型ピトー管で測定した。そして後流内の全圧と吸込口における全圧との差を Δh 、吸込口中央における動圧を $\frac{1}{2} \rho v_i^2$ として

$$\Delta h = \zeta \frac{1}{2} \rho v_i^2$$

よりこの分布を求め、その等高線を第4図に示した。

この図からわかるように案内羽根のおかれている流れには、ステーパーンの背面にかなり境界層が発達しそれが下流に伸びている。

b) 翼面圧力分布 翼面圧力分布は第2図における翼D'の翼幅の中央に設けられた圧力測定孔によって測定できる。第5図は支持軸の位置が翼弦長に対して前縁から50%にある場合翼の取付け角を変えた圧力分布を示す。図の縦軸の圧力係数は、基準圧力、基準速度として吸込口の中央にとり、これをそれぞれ p_i, v_i とすると翼面の圧力 p に対して

$$(p - p_i) / \left(\frac{1}{2} \rho v_i^2 \right)$$

で表わされる。また取付け角 β^* は第3図のようにとった角である。

第5図において翼面圧力分布が取付け角 50° を境にして 50° 以上では背面の圧力が腹面の圧力より高く、 50° 以下では逆になっている。このことは案内羽根の自動閉鎖作用上重要なことである。

c) 円形翼列内部における循環 円形翼列内に生じた循環を円筒部で測定した。この循環分布を次の無次元の形で表わす。

円筒部の直径	D_1
接線分速度	v_i
円筒部循環	$\Gamma_0 = 2\pi r v_i$
単位翼幅当りの流量	$Q_1 = Q/b$

第 4 図

とすると循環分布 $\Gamma/Q_1 = (2\pi r b v_i)/Q$ となり、これを第6図に示す。案内羽根を除いたうず巻室のみの流れでは点線のごとき循環の分布となる。

第 5 図

第 6 図

第 7 図

d) 支持軸回りのモーメント 第2図における翼 A' の支持軸回りのモーメントを てんびん で測定した. 支持軸の位置を前縁から 44.44%, 50%, 55%, 60% に変えた場合に得られた結果を, 第7図に示す. この図でモーメント係数 c_m' は次のごとく定義される.

- M_0 単位幅の翼の支持軸回りのモーメント
 v_i うず巻室吸込口中央の流速
 c 翼弦長

$$c_m' = M_0 / \left(\frac{1}{2} \rho v_i^2 c^2 \right)$$

かつ頭上げのモーメントを正としている.

第7図は支持軸の位置を変えることにより取付け角に対してモーメント係数がどのように変るかを示している. すなわち支持軸の位置を後縁に近付けるほど, 取付け角の変化に対するモーメント係数の変化の割合が大きくなる. しかし閉鎖方向のモーメントが作用する取付け角の範囲は, 支持軸の位置に無関係にほぼ一定である. 案内羽根の自動閉鎖作用の点から考えれば, 与えられた案内羽根の開度の範囲内で, 常に閉鎖方向のモーメントが作用することが必要である. したがって $c_m' - \beta^*$ 曲線にて $c_m' = 0$ となるとき取付け角が問題になる. これを零モーメント角とすると, 零モーメント角が案内羽根の最大開度に相当する取付け角より小さい取付け角であることが望ましい. 零モーメント角を決定する因子は, 後に述べる理論によってわかるように翼型, 翼列条件およびうず巻室の形に

よってきまる翼列外部の循環の大きさである. 翼の前縁後縁を通る対数うず線に対して そり も小さく, 厚み も小さい場合には, 翼列外部の循環の大きさが最も重要な因子であって, この循環の大きさが小さくなるほど, 零モーメント角は小さい.

4. 理論計算

a) 円形翼列薄翼理論 第8図に示すように対数うず線から成る円形翼列は, z -面の単位円に写像できる. この図において前縁後縁の中心に対して張る角を τ , $\nu = \log_e R_B/R_A$, $\beta = \tan^{-1} \tau/\nu$ 前縁後縁に対応する θ の値をおのおの θ_L, θ_T とする. κ は定数で次の関数からきまる.

第 8 図

$$\frac{N}{4} = \frac{\nu}{\tau^2 + \nu^2} \tanh^{-1} \frac{2\kappa\nu}{\sqrt{K}} + \frac{\tau}{\tau^2 + \nu^2} \tanh^{-1} \frac{2\kappa\tau}{\sqrt{K}} \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

$$K = (1 + \kappa^2)^2 \nu^2 + (1 - \kappa^2)^2 \tau^2 \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

与えられた翼列の翼型は θ をパラメータとして次のごとく表わす。

$$\log r = \frac{2}{N} \cdot \frac{\nu}{\tau^2 + \nu^2} \left[\nu \tanh^{-1} \frac{2\kappa \cos \theta}{1 + \kappa^2} + \tau \tanh^{-1} \frac{2\kappa \sin \theta}{1 - \kappa^2} \right] + \frac{\nu}{2} + a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta' + b_n \sin n\theta') \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

$$\varphi = \frac{2}{N} \cdot \frac{\tau}{\tau^2 + \nu^2} \left[\nu \tanh^{-1} \frac{2\kappa \cos \theta}{1 + \kappa^2} + \tau \tanh^{-1} \frac{2\kappa \sin \theta}{1 - \kappa^2} \right] + \frac{\tau}{2} + a_0' + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n' \cos n\theta' + b_n' \sin n\theta') \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

ここに N は翼の枚数, $\theta' = \theta - \theta_T$, a_n, b_n, a_n', b_n' は, 翼のそり厚みを表わす。そり厚みが非常に小さいときはそれらの間に次の関係がある。

$$\frac{\tau}{\nu} a_n' = -a_n, \quad \frac{\tau}{\nu} b_n' = -b_n \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

円形翼列薄翼理論により Z 面上の流れに対応して ζ 面上の単位円回りの流れの複素ポテンシャルが決定できる。したがって, また翼面速度分布も求まる。翼の厚みが十分薄いならば, 背腹面の速度差は, 循環分布 $\gamma(s)$ を与える。

前縁後縁を通る対数うず線上の微小部分におけるうずを $\gamma(s)ds$ とする。このうず $\gamma(s)ds$ は近似的に翼列中心におかれた吸込み Q と, 翼列外部の循環 Γ_{∞} による流れの中にある。そのとき支持点 $P(r_0, \varphi_0)$ 回りのモーメント dM_0 は, Kutta-Joukowski の定理により直ちに求まる。

$$dM_0 = \frac{\rho Q}{2\pi r} \gamma(s) ds \{ r_0 \cos(\varphi - \varphi_0) - r \} - \frac{\rho \Gamma_{\infty}}{2\pi r} \gamma(s) ds \cdot r_0 \sin(\varphi - \varphi_0) \quad \dots\dots\dots(4.6)$$

ここで頭上げのモーメントを正とする。(4.6) を前縁から後縁まで, それらの二点を通る対数うず線に沿って積分することによりモーメントは次のようになる。

$$M_0 = -\frac{\rho Q}{2\pi} \int \gamma(s) ds + \frac{\rho Q r_0}{2\pi \cos \alpha_0} \cos(\varphi_0 - \alpha_0) \int \gamma(s) \frac{\cos \varphi}{r} ds \quad * \\ v(\theta) = \frac{\nu Q + \tau \Gamma_{\infty}}{2\pi N(\tau^2 + \nu^2)} \cdot \frac{4\kappa\sqrt{K} \sin \theta'}{1 - 2\kappa^2 \cos 2\theta + \kappa^4} + \frac{2\kappa(\tau Q - \nu \Gamma_{\infty})}{\pi N\sqrt{K}(\tau^2 + \nu^2)} \cdot \frac{(1 - \kappa^4)(\tau^2 + \nu^2) \cos \theta' + 4\kappa^2 \tau \nu \sin \theta'}{1 - 2\kappa^2 \cos 2\theta + \kappa^4} \\ - \frac{\nu Q + \tau \Gamma_{\infty}}{2\pi \nu} \cdot \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left\{ \sum n \left(\frac{\tau}{\nu} a_n - a_n' \right) \cos n\theta' + \sum n \left(\frac{\tau}{\nu} b_n - b_n' \right) \sin n\theta' \right\} \\ + \frac{\tau Q - \nu \Gamma_{\infty}}{2\pi \nu} \cdot \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left\{ \sum n \left(\frac{\tau}{\nu} a_n - a_n' \right) \sin n\theta' - \sum n \left(\frac{\tau}{\nu} b_n - b_n' \right) \cos n\theta' \right\} \\ + \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1 - \kappa^2}{1 + 2\kappa \cos \theta + \kappa^2} \quad \dots\dots\dots(4.9)$$

翼の回りの循環 Γ は次のごとくなる。

$$\frac{N\Gamma}{Q} = -\frac{4\kappa(\tau - \nu \frac{\Gamma_{\infty}}{Q})}{\sqrt{K} - 2\kappa\nu} + \frac{N(\nu + \tau \frac{\Gamma_{\infty}}{Q})}{\nu} \cdot \frac{1 + \kappa^2}{1 - \kappa^2} \cdot \frac{\sqrt{K} + 2\kappa\nu}{\sqrt{K}} \cdot \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left[\frac{\tau}{\nu} \sum n a_n - \sum n a_n' \right] \\ + \frac{N(\tau - \nu \frac{\Gamma_{\infty}}{Q})}{\nu} \cdot \frac{1 + \kappa^2}{1 - \kappa^2} \cdot \frac{\sqrt{K} + 2\kappa\nu}{\sqrt{K}} \cdot \frac{\nu^2}{\tau^2 + \nu^2} \left[\frac{\tau}{\nu} \sum n b_n - \sum n b_n' \right] \quad \dots\dots\dots(4.10)$$

$\cos \varphi/r$, $\sin \varphi/r$ を Fourier 級数に展開する。

$$\frac{\cos \varphi}{r} = \sum e_n \cos n\theta' + \sum f_n \sin n\theta' \quad \dots\dots\dots(4.11)$$

$$\frac{\sin \varphi}{r} = \sum g_n \cos n\theta' + \sum h_n \sin n\theta' \quad \dots\dots\dots(4.12)$$

$$* \quad + \frac{\rho Q r_0}{2\pi \cos \alpha_0} \sin(\varphi_0 - \alpha_0) \int \gamma(s) \frac{\sin \varphi}{r} ds \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

ここで

$$\Gamma_{\infty}/Q = \tan \alpha_0$$

翼の背腹面に沿う速度に対応して, 単位円上の速度 $v(\theta)$ をそれぞれ $v_1(\theta)$, $v_2(\theta)$ とすると, $\gamma(s)ds$ は次のようになる。

第 9 図

$$ds = (r \cdot d\varphi) / \sin \beta$$

翼面上の速度 v は, 次の関係から求まる。

$$v = v(\theta) |d\zeta/dZ|$$

$$\text{ここに} \quad \left| \frac{dZ}{d\zeta} \right| = \frac{r}{N} \cdot \frac{4\kappa\sqrt{K_1} \sin \theta'}{1 - 2\kappa^2 \cos 2\theta + \kappa^4}$$

$$\text{かつ} \quad K_1 = K/(\tau^2 + \nu^2)$$

$$\text{また} \quad \frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{4\tau\kappa}{N\sqrt{\tau^2 + \nu^2}} \cdot \frac{\sqrt{K_1} \sin \theta'}{1 - 2\kappa^2 \cos 2\theta + \kappa^4}$$

以上の関係を用いて結局

$$\gamma(s)ds = \{v_1(\theta) - v_2(\theta)\} \left| \frac{d\zeta}{dZ} \right| \frac{rd\varphi}{\sin \beta} = \{v_1(\theta) - v_2(\theta)\} d\theta \quad \dots\dots\dots(4.8)$$

となる。ここで $v(\theta)$ は次式から求まる。

$$\dots\dots\dots(4.9)$$

以上の関係を用いて (4.7) を積分すると, 翼の支持軸回りのモーメントが得られる。

いまモーメント係数 c_{m_0} を次のように定義する。

$$M_0 = c_{m_0} \frac{\rho}{2} v_0^2 c^2$$

ここで v_0 は翼列最外周における流れの速度, c は翼弦長である. そのとき c_{m_0} は

$$c_{m_0} = -\frac{4\pi \cos^2 \alpha_0}{c^2} \cdot \frac{\Gamma}{Q} + 2\left(\frac{r_0}{c}\right)\left(\frac{1}{c}\right) \cos(\varphi_0 - \alpha_0) K_1 + 2\left(\frac{r_0}{c}\right)\left(\frac{1}{c}\right) \sin(\varphi_0 - \alpha_0) K_2$$

となる. ここで K_1, K_2 は翼列条件, 翼型によってきまる関数である.

$$\begin{aligned} K_1 = & \pi \sin(\beta - \alpha_0) \cos \beta \left[\sum n e_n \left(\frac{\tau}{\nu} a_n - a_n' \right) + \sum n f_n \left(\frac{\tau}{\nu} b_n - b_n' \right) \right] \\ & + \frac{4\pi}{N} \left[\sum \kappa^{2n+1} e_{2n+1} \sin\{(2n+1)\theta_T - \alpha_0\} + \sum \kappa^{2n+1} f_{2n+1} \cos\{(2n+1)\theta_T - \alpha_0\} \right] \\ & + \frac{2\pi\Gamma}{Q} \cos \alpha_0 \sum (-1)^n \kappa^n (e_n \cos n\theta_T - f_n \sin n\theta_T) \dots\dots\dots (4.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_2 = & \pi \sin(\beta - \alpha_0) \cos \beta \left[\sum n g_n \left(\frac{\tau}{\nu} a_n - a_n' \right) + \sum n h_n \left(\frac{\tau}{\nu} b_n - b_n' \right) \right] \\ & + \frac{4\pi}{N} \left[\sum \kappa^{2n+1} g_{2n+1} \sin\{(2n+1)\theta_T - \alpha_0\} + \sum \kappa^{2n+1} h_{2n+1} \cos\{(2n+1)\theta_T - \alpha_0\} \right] \\ & + \frac{2\pi\Gamma}{Q} \cos \alpha_0 \sum (-1)^n \kappa^n (g_n \cos n\theta_T - h_n \sin n\theta_T) \dots\dots\dots (4.13) \end{aligned}$$

b) Munk の薄翼理論 円形翼列の場合に, おのおのの翼は一樣でない流れの中におかれている. この一樣でない流れの接線方向および法線方向の分速度およびその速度こう配を $u_0 + u_x \cdot x$, $v_0 + v_x \cdot x$ とする.

第 10 図

翼の前縁を $x=-1$, 後縁を $x=+1$ におく. いまその線の上面に吸込み, 下面に吹出しの分布を置く. その大いさは翼面の境界条件から次のように求まる. すなわち下面に対しては

$$q = -u_0 \frac{dy}{dx} - u_x \cdot x \frac{dy}{dx} + v_0 + v_x \cdot x, \dots\dots\dots (4.14)$$

上面に対しては

$$-q = -u_0 \frac{dy}{dx} - u_x \cdot x \frac{dy}{dx} + v_0 + v_x \cdot x \dots\dots\dots (4.15)$$

となる.

この分布により x_0 に誘導される速度は

$$u_q(x_0) = \pm \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} q \cdot \frac{1}{x-x_0} \sqrt{\frac{1-x^2}{1-x_0^2}} dx \dots\dots\dots (4.16)$$

となる.

上式にて翼の上面に対しては-, 下面に対しては+をとる.

Joukowski の仮説から, 翼の回りの循環 Γ は次のようにきまる. *

$$\begin{aligned} \frac{u_0}{Q} = & \frac{1}{2\pi r_1} \cos \theta_0 + \frac{1}{2\pi r_1} \cdot \frac{\Gamma_\infty}{Q} \sin \theta_0 + \frac{n+1}{4\pi r_1} \cdot \frac{\Gamma}{Q} \sin \theta_0 + \frac{n^2-1}{48\pi r_1^2} \cdot \frac{\Gamma}{Q} \sin 2\theta_0 \\ \frac{v_0}{Q} = & -\frac{1}{2\pi r_1} \sin \theta_0 + \frac{1}{2\pi r_1} \cdot \frac{\Gamma_\infty}{Q} \cos \theta_0 + \frac{n+1}{4\pi r_1} \cdot \frac{\Gamma}{Q} \cos \theta_0 + \frac{n^2-1}{48\pi r_1^2} \cdot \frac{\Gamma}{Q} \cos 2\theta_0 \\ \frac{u_x}{Q} = & \frac{1}{2\pi r_1^2} \cos 2\theta_0 + \frac{1}{2\pi r_1^2} \cdot \frac{\Gamma_\infty}{Q} \sin 2\theta_0 + \frac{(n+1)(n+5)}{24\pi r_1^2} \cdot \frac{\Gamma}{Q} \sin 2\theta_0 \\ \frac{v_x}{Q} = & -\frac{1}{2\pi r_1^2} \sin 2\theta_0 + \frac{1}{2\pi r_1^2} \cdot \frac{\Gamma_\infty}{Q} \cos 2\theta_0 + \frac{(n+1)(n+5)}{24\pi r_1^2} \cdot \frac{\Gamma}{Q} \cos 2\theta_0 \dots\dots\dots (4.20)^{(3)} \end{aligned}$$

$$* \quad \Gamma = -2 \int_{-1}^{+1} q \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx \dots\dots\dots (4.17)$$

Γ により x_0 に誘導される速度は

$$u_\Gamma(x_0) = \mp \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x_0^2}} \dots\dots\dots (4.18)$$

となる. この式で翼の上面に対して-, 下面に対して+をとる.

(4.16), (4.18) から そり の線に沿う循環分布は次のようになる.

$$\gamma(x_0) = -\frac{\Gamma}{\pi} \sqrt{\frac{1}{1-x_0^2}} - \frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} q \frac{1}{x-x_0} \sqrt{\frac{1-x^2}{1-x_0^2}} dx \dots\dots\dots (4.19)$$

次に翼における速度および速度こう配を求める. 翼

第 11 図

列において翼弦の中心の半径を r_1 , 翼弦長を c , 翼弦が翼弦の中心を通る半径方向となす角を θ_0 とし, おのおのの翼を前縁から $c/4$ におかれたうず Γ でおきかえる. 翼弦長は半径 r_1 に比して小さく, 翼数も少いとする. そのとき

$$\left(r_1 + \frac{c}{4} \cos \theta_0, \frac{c}{4} \sin \theta_0 \right) \text{ にあるうず}$$

を除いた他のうず, 原点におかれた吸込み Q およびうず Γ_0 により翼弦の中心に誘導される速度および速度こう配は次のようになる.

ここで $\Gamma_\infty + n\Gamma = \Gamma_0$, $c=2$
 翼の回りの循環 Γ は (4.14), (4.17), (4.20) から決定
 される. x を $x = -\cos \theta$ とおき, dy/dx を次の級数
 で表わす.

$$\frac{dy}{dx} = - \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos n\theta \quad \dots\dots\dots (4.21)$$

そのとき

$$\Gamma = -\pi \left[u_0(2c_0 - c_1) + u_x \cdot \left(c_0 - c_1 + \frac{c_2}{2} \right) + 2v_0 + v_x \right] \quad \dots\dots\dots (4.22)$$

あるいは

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma}{Q} = & \left[2 \left(\sin \theta_0 - \frac{\Gamma_\infty}{Q} \cos \theta_0 \right) + \frac{1}{r_1} \left(\sin 2\theta_0 - \frac{\Gamma_\infty}{Q} \cos 2\theta_0 \right) \right. \\ & - 2c_0 \left\{ \cos \theta_0 + \frac{\Gamma_\infty}{Q} \sin \theta_0 + \frac{1}{2r_1} \left(\cos \theta_0 + \frac{\Gamma_\infty}{Q} \sin 2\theta_0 \right) \right\} \\ & + c_1 \left\{ \cos \theta_0 + \frac{\cos 2\theta_0}{r_1} + \frac{\Gamma_\infty}{Q} \left(\sin \theta_0 + \frac{\sin 2\theta_0}{r_1} \right) \right\} + \frac{c_2}{2r_1} \left(\cos 2\theta_0 + \frac{\Gamma_\infty}{Q} \sin 2\theta_0 \right) \Big] \\ & + \left[2r_1 + (n+1) \cos \theta_0 + \frac{(n+1)(n+2)}{6r_1} \cos 2\theta_0 + c_0(n+1) \left(\sin \theta_0 + \frac{n+2}{6r_1} \sin 2\theta_0 \right) \right. \\ & \left. - \frac{c_1}{2} (n+1) \sin \theta_0 \left(1 + \frac{n+2}{3r_1} \cos \theta_0 \right) + c_2 \frac{(n+1)(n+5)}{24r_1} \sin 2\theta_0 \right] \quad \dots\dots\dots (4.23) \end{aligned}$$

(4.19) から そり の線に沿っての循環分布は次のごとくなる.

$$\begin{aligned} \gamma(x_0) = & \frac{\Gamma}{\pi} \cdot \frac{1}{\sin \psi} - u_0 \left\{ 2c_0 \cot \psi + c_1 \frac{\cos 2\psi}{\sin \psi} - 2 \sum_{n=2}^{\infty} c_n \sin n\psi \right\} \\ & - u_x \left\{ -c_0 \frac{\cos 2\psi}{\sin \psi} - c_1 \cot \psi \cos 2\psi - \frac{c_2}{2} \cdot \frac{\cos 4\psi}{\sin \psi} + 2 \cos \psi \sum_{n=3}^{\infty} c_n \sin n\psi \right. \\ & \left. - 2v_0 \cot \psi + v_x \cdot \frac{\cos 2\psi}{\sin \psi} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.24) \end{aligned}$$

ここで $x_0 = -\cos \psi$.

支持点 $x_m = -\cos \psi_m$ 回りのモーメントは Kutta-Joukowski の定理により直ちに求まる. 与えられた
 翼の そり が十分小さいときには法線速度成分に基く

モーメントは無視しうる.

$$M_0 = \int_{-1}^{+1} \rho(u_0 + u_x \cdot x) \gamma(x_0) (x_0 - x_m) dx_0 \quad \dots\dots\dots (4.25)$$

モーメント係数を用いて表わせば

$$\begin{aligned} c_{m0} = & \frac{2\pi^2 r^2 M_0}{\rho Q^2 \left(1 + \frac{\Gamma_\infty^2}{Q^2} \right)} = \frac{2\pi^2 (r_1^2 + 2r_1 \cos \theta + 1)}{1 + \frac{\Gamma_\infty^2}{Q^2}} \left[\frac{u_0}{Q} \cdot \frac{\Gamma}{Q} \cos \psi_m + \left(\frac{u_0}{Q} + \frac{u_x}{Q} \cos \psi_m \right) \right. \\ & \times \left[\frac{\pi}{8} \left\{ 4 \frac{u_0}{Q} (2c_0 - c_2) + \frac{u_x}{Q} (-2c_1 + c_3) + 8 \frac{v_0}{Q} \right\} \right] \\ & \left. - \frac{u_x}{Q} \left[-\frac{1}{2} \frac{\Gamma}{Q} + \frac{\pi}{8} \left\{ 2 \frac{u_0}{Q} (c_1 - c_3) + \frac{u_x}{Q} (-2c_0 + c_4) - 2 \frac{v_x}{Q} \right\} \right] \right] \quad \dots\dots\dots (4.26) \end{aligned}$$

となる. ここで r は翼列最外周の円の半径である.

以上二つの計算方法を用いて翼面回りの循環を計算し, これを第 12 図に示す. この図には同時に翼面上にて実測された圧力分布よりベルヌーイの定理を用いて速度分布を求め, それより翼面回りの循環を求めたものおよび円筒部にて実測された翼列内部の循環 Γ_0/Q より

$$\Gamma_\infty/Q + N\Gamma/Q = \Gamma_0/Q$$

の係数を用いて翼面回りの循環を求めたものを付記した.

二つの計算方法を用いて案内羽根支持軸回りのモーメントのモーメント係数を算出した結果を第 13 図(a)に示す. この図において実線は てんびん によって実測されたもの, 点線は翼幅中央において測定された翼面圧力分布から算出したもの, 一点鎖線は Munk の近似理論により, 2 点鎖線は円形翼列薄翼理論により理論的に計算されたものである. また c_m' は先に定

義したごとくうず巻室吸込口中央における流入速度に関するモーメント係数で, 理論計算で定義した c_{m0} はベルヌーイの定理を用いて c_m' に容易に換算できる.

第 13 図 (a) は支持軸が前縁から翼弦長の 50% の位置にある場合についてであるが, 更に 44.44%, 55%, 60% ついても実測値と Munk の近似理論による計算値とを比較し, これを第 13 図 (b)(c)(d) に示した.

5. 結 論

a) 円形翼列薄翼理論および Munk の薄翼理論を用いて, 水車案内羽根支持軸回りのモーメントを算出する方法を述べた. その計算結果は実験とよく一致している.

b) 水車案内羽根の取付け角が零モーメント角より大きい所では, 案内羽根に閉鎖方向のモーメントが作用する. この零モーメントを決める因子として翼型, 翼列条件, うず巻室の形によって決まる翼列外部の循

第 12 図

第 13 図 (a)

第 13 図 (b)

第 13 図 (c)

第 13 図 (d)

環および支持軸の位置がある。しかし翼の前後縁を通る対数らせん線に対して そり も厚みも小さい場合はうず巻室の形によって決まる翼列外部の循環が最も重要な因子となる。

$c_m' - \beta^*$ 曲線において、零モーメント角付近における曲線のこう配は支持軸の位置を後縁に近付けるほど急になる。

文 献

- (1) 神元, 機械学会論文集, 18 卷 77 号 (1952).
- (2) M. Munk, *Fundamentals of Fluid Dynamics for Aircraft Designers*, New York, 1929.
- (3) 藤本・神元・広瀬, 京都大学工学研究所研究報告, 1 卷 5 号.