薄板の曲げ加工の研究 (第 4 報)*

益 田 森 治** 森 田 稔***

On the Plastic Research of Bending of Sheet Metal (4th Report)

by Moriji MASUDA and Minoru MORITA

In the first report it was shown that the analysis of sheet metal bending might be based on the tensile stress-strain diagram only, although deformations were very complicated. From this point of view, the second and the third reports dealt theoretically with the plastic bending of sheet metal by V-type punch and die. And in those reports the profiles of sheet metal in early stages were analyzed.

In the present report, the analysis consists of two progressive cases as follows: —

(i) The point of contact of punch with sheet metal is being moved from the edge to the inside along the sheet metal.

(ii) The sheet metal is pressed between the faces of dies, and comes in contact with the whole surface.

The results agree very well with those of the experiments.

By these theoretical treatments, we can analyze the whole process of bending that effects on the angular springback $\Delta\theta$.

1. 緒 言

プレス工作における薄板の曲げは複雑な変形をたどるが、引張試験の結果を基準として解析をすすめてきしつかえないということを第 1 報⁽¹⁾で報告した。この観点に基いて、V 型による塑性曲げを第 2 報⁽²⁾では板がダイスの肩および斜面でささえられているときを、また第 3 報⁽³⁾では板の端がポンチにより曲げ返されているときについて解析し実験結果とよく一致した点について述べておいた。

本報では更に加工が進み、板がポンチとダイス斜面の間になじみ平らに曲げ返されるときまでを解析し、あわせて荷重除去後の はね返り量 を求めた。

2. 解 析

板の端がポンチ斜面により曲げ返されているとき、すなわち第 3 報で取り扱った状態から更に加工がすすむと板とポンチ斜面との接点は斜面に沿って内側に移動し、板の端はポンチ斜面から離れる。これを第 4 段階の過程とする。この段階から更に加工が進むと板の端はダイス斜面に触れ、板はダイスとポンチの間で曲げ返されて平らになって型の間になじんでいく。これを第 5 段階の過程と呼ぶこととする。

ここではこの二つの過程について解析をすすめる。

なお以下における記号は特に断りのない限り第 3 報と同様であって、板の幅： b 、厚さ： h 、長さ： l 、ダイス両肩間の距離： $2L$ 、板の中立軸の中央に選んだ原点に関する任意の点の座標： (x, y) 、中立軸上任意の点の傾斜： φ 、曲率半径： ρ 、原点から中立軸に沿って測った長さ： s 、曲げモーメント： M 、添字 $a_1, a_2, b, \dots$ はそれぞれ $A_1, A_2, B, \dots$ における値を示すものとする。また $\rho^{ii}, O^{iii} \sim E^{iii}$ などとして用いる記号 i, ii, iii, iv, v はそれぞれ第 1, 2, 3, 4, 5 段階の最後の板の状態を表わすものとする。

2.1 第 4 段階

2.1.1 理論 第 1 図において、板の端がポンチ斜面を離れ接点が斜面に沿って内側に移動し始めるときの板の形状を破線 $O^{iii} \sim E^{iii}$ で表わす。更にポンチが下降し実線 $O \sim B \sim E$ のように曲げられると、ポンチ斜面との接点 H はそれより少し前には板とポンチ斜面との接点より内側にある曲げモーメントを受けていたのであるが、この状態では曲げモーメント零となる。すなわち H 点の近くでは新たに unloading の状態が生じており、この境界を A_2 とする。一方ポンチ先端付近では相変らず板の曲率は増加するが次第にポンチ先端 R になじんでくるものと考え。

いま O : ポンチ先端, B : ダイスに接する点, E : 板の端とし, $O \sim G$: ポンチ R になじんだ部分, $G \sim A_1$: 荷重の増加に伴い各点の曲率が相変らず増力しておる範囲, $A_1 \sim A_2$: ポンチ力の微小増加に対し塑性曲率の変化がなく弾性的に変形しておる範囲, $A_2 \sim$

* 昭和 30 年 11 月 11 日 塑性加工専門講演会において講演、原稿受付 昭和 31 年 1 月 30 日。

、* 正員、東京工業大学。

第 1 図

D: 塑性曲率が逆
向きのモーメント
を受けて、代数的
に減少している範
囲, D~A₃: 最初
から負の曲げモー
メントを受け、負
の曲率が相変らず
増加の傾向にある
範囲, A₃~H: A₁
~A₂ と同様に
unloading の状態
にある範囲, H~

E: 全く荷重が取り除かれてしまった範囲である。
いま $2P_1$: 板の中央部分に作用するポンチ力

P_2 : 点 H に作用する荷重の鉛直成分
とすれば、全体のポンチ力 $2P$ は

$$2P = 2(P_1 + P_2) \quad (1)$$

(a) O~G の範囲ではポンチ先端 R になじむもの
としたから

$$\rho = R + h/2 \quad (2)$$

(b) G~A₁ の範囲では (第 2 図 G~A₁ に対応)

$$M = A(1/\rho)^{1/n} \quad (3)$$

一方荷重とモーメントの関係は

$$M = P\{x_b - x + (y_b - y) \tan \omega_0\} - P_2\{x_h - x + (y_h - y) \tan \omega_0\} \quad (4)$$

ゆえに第 3 報 (4) 式と全く同様にして

$$\rho = \left[\frac{(1+n)P_1}{A \cos \omega_0} \{\sin(\omega_0 - \varphi) - \sin(\omega_0 - \varphi_{a1})\} + (1/\rho_{a1})^{\frac{1+n}{n}} \right]^{-\frac{n}{1+n}} \quad (5)$$

が導かれる。しかるに O~G では (2) 式が成立した
から

$$\int_{\varphi_g}^{\varphi_{a1}} \rho \cdot d\varphi + (R + h/2) \cdot \varphi_g = s_{a1} \quad (6)$$

第 2 図

が成立しなくてはならない。ただし G 点の位置は未
定である。

(c) A₁~A₂ の範囲 (第 2 図 A₁~A₂ に対応) で
は、近似的にポンチ斜面と板との接点が斜面に沿って
端から内側に移動し始めるときの曲率がそのまま残っ
ており、A₁A₂ は A₁ⁱⁱⁱA₂ⁱⁱⁱ が反時計方向に ($\varphi_{a1} - \varphi_{a1}^{iii}$)
だけ回転しかつ平行移動したものと仮定する。このと
きの回転角 β は

$$\beta = \varphi_{a1} - \varphi_{a1}^{iii} = \varphi - \varphi^{iii} \quad (7)$$

しかるに A₁ⁱⁱⁱA₂ⁱⁱⁱ の形状は既知で、それを

$$\rho^{iii} = f_1(\varphi^{iii}) \quad (8)$$

とすれば (7) 式から

$$\rho = f_1(\varphi - \beta) \quad (9)$$

により φ に対応する ρ を求めることができる。

(d) A₂~D の範囲 (第 2 図 A₂~B~F~D に対
応) において、A₂ 点は加工がすすむに従って前の段
階の状態より更に内側に移るが、この段階ではじめて
塑性曲率が減少する範囲となった部分では

$$-M = A \left(\frac{2}{\rho^{iii}} - \frac{1}{\rho} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (10)$$

また前の段階から引き続き塑性曲率が減少している部
分では

$$-M = A \left(\frac{2}{\rho^{ii}} - \frac{1}{\rho} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (10)'$$

が成立する。また荷重と曲げモーメントの関係は、B
点より内側では (4) 式、B 点より外側では

$$M = -P_2\{x_h - x + (y_h - y) \tan \omega_0\} \quad (11)$$

が成立する。(4), (11) 式を微分して

$dx = ds \cdot \cos \varphi$, $dy = ds \cdot \sin \varphi$ を代入し

$$\frac{dM}{ds} = -P_1 \cos(\omega_0 - \varphi) / \cos \omega_0 \quad (12)$$

$$\frac{dM}{ds} = P_2 \cos(\omega_0 - \varphi) / \cos \omega_0 \quad (12)'$$

が導かれる。(10), (10)' 式を変形して

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2}{\rho^{iii}} - \left(\frac{-M}{A} \right)^n \quad (13)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2}{\rho^{ii}} - \left(\frac{-M}{A} \right)^n \quad (13)'$$

また一方

$$d\varphi/ds = 1/\rho \quad (14)$$

しかるにこの範囲の ρ^{ii} , ρ^{iii} は s の関数として既に
わかっておるから (13) または (13)' 式と (12) また
は (12)' 式および (14) 式とを連立させ s を自変数と
して数値的に逐次積分を行えば ρ , φ , M が求められ
る。

(e) D~A₃ の範囲 (第 2 図 D~A₃ に対応) では
 $-M = A(-1/\rho)^{1/n} \quad (15)$

および (12)' 式が成立する。ゆえに (12)', (15) 式を
用い境界条件として A₃ 点の曲率半径 ρ_{a3} および φ_{a3}
をとれば (5) 式と同じようにして

$$-\rho = \left[\frac{(1+n)P_2}{A \cos \omega_0} \{ \sin(\varphi - \omega_0) - \sin(\varphi_{a3} - \omega_0) \} \right. \\ \left. + (-1/\rho_{a3})^{\frac{1+n}{n}} \right]^{\frac{-n}{1+n}} \dots\dots\dots (16)$$

が導かれる。ただし

$$\int_{\varphi_d}^{\varphi_{a3}} \rho \cdot d\varphi = s_{a3} - s_d \dots\dots\dots (17)$$

を満足しなくてはならない。

(f) $A_3 \sim H$ の範囲 (第 2 図 $A_3 \sim H$ に対応) では, 近似的に $A_3^{iii}H^{iii}$ が時計方向に角 γ だけ回転しかつ平行移動したものと仮定する。

$$\gamma = \varphi_{a3}^{iii} - \varphi_{a3} = \varphi^{iii} - \varphi \dots\dots\dots (18)$$

しかるに, $A_3^{iii}H^{iii}$ の形状は既にわかっているからそれを

$$\rho^{iii} = f_2(\varphi^{iii}) \dots\dots\dots (19)$$

とおけば, (18) 式から

$$\rho = f_2(\varphi + \gamma) \dots\dots\dots (20)$$

によって φ に対応する ρ を計算できる。

(g) $H \sim E$ の範囲 (第 2 図 $H \sim E$ に対応) では, この段階で曲げモーメント零となり弾性的に変形するが, この変形量は板の曲率が小さいため無視することができない。ゆえに HE は近似的に $H^{iii}E^{iii}$ が時計回りに $(\varphi_h^{iii} - \varphi_h)$ だけ回転した後平行移動しかつ荷重が取り除かれて弾性変形したとする。すなわち HE 上の各点の回転角 ζ は

$$\zeta = (\varphi_h^{iii} - \varphi_h) - \frac{1}{EI} \int_{s_h}^s M^{iii} \cdot ds = \varphi^{iii} - \varphi \dots\dots\dots (21)$$

(18) 式によって

$$\varphi_h^{iii} - \varphi_h = \gamma \dots\dots\dots (22)$$

また M^{iii} は

$$-M^{iii} = A \left[\frac{(1+n)P_2^{iii}}{A \cos \omega_0} \{ \sin(\varphi - \omega_0) - \sin(\varphi_h^{iii} - \omega_0) \} \right]^{\frac{1}{n+1}} \dots\dots\dots (23)$$

ゆえに (21), (22), (23) により ζ は

$$\zeta = \gamma - \frac{A}{EI} \int_{\varphi_h^{iii}}^{\varphi^{iii}} \left[\frac{(1+n)P_2^{iii}}{A \cos \omega_0} \{ \sin(\varphi - \omega_0) - \sin(\varphi_h^{iii} - \omega_0) \} \right]^{\frac{n-1}{n+1}} \cdot d\varphi \dots\dots\dots (24)$$

一方 ρ' を弾性的に変形した後の各点の曲率半径とすると

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{\rho^{iii}} - \frac{M^{iii}}{EI} \quad \text{すなわち} \quad \rho' = \frac{EI\rho^{iii}}{EI - M^{iii}\rho^{iii}}$$

しかるに ρ^{iii}, M^{iii} は φ^{iii} の関数として既にわかっているから

$$\rho' = f_3(\varphi^{iii})$$

とおく。ゆえに

$$\rho = f_3(\varphi + \zeta) \dots\dots\dots (25)$$

によって φ に対応する ρ を計算することができる。

以上によって各範囲の基礎式が導かれたが, ポンチ

斜面との接点 H が内側に移動するに従い A_3 点は D 点より更に内側に移ってくる。この場合には $A_2 \sim E$ の範囲を $A_2 \sim A_3, A_3 \sim H, H \sim E$ の範囲に分けて先に導いたと同様に取り扱えばよい。

2.1.2 数値計算と実験結果

(a) 計算手順 曲げ過程を示すパラメータとして中央のポンチ力 P_1 をとる。各範囲に分けて求めた基礎式を連結する手順は, 1). まず板の中央に近く G 点の位置 s_g を仮定する。したがって $O \sim G$ は (2) 式により計算できる。2). 次に A_1 の位置 s_{a1} は, (5), (6) 式を満足するように仮定すると β が決まり, したがって $A_1 \sim A_2$ は (9) 式により計算できるが A_2 点の位置は未定である。3). 一方板の端に近く H 点の位置 s_h を仮定する, 回転角 γ は $\gamma = \varphi_h^{iii} - \alpha$ (α はポンチ斜面が x 軸となす角) により決まるから $H \sim E$ は (24), (25) 式によって計算できるが P_2 の値がわからないので, 4). 適当に P_2 を仮定したうえで (12)', (20), (14) 式を用い H 点より逐次内側に微小距離 δs をへだてて各点の M, φ , および $1/\rho$ を計算する。そこで前の段階の最後の状態 ($\varphi_e^{iii} = \alpha$) の曲げモーメント M^{iii} と, いま求めた M とを比較し $M = M^{iii}$ となる点の位置 s_{a3} を求めれば A_3 点が定まる。更にこの A_3 点から出発し微小距離 δs をへだてて内方に各点の $M, \varphi, 1/\rho$ を (12) または (12)' 式と (13) または (13)' 式および (14) 式を用いて計算し再び $M = M^{iii}$ となる点 A_2 の位置 s_{a2} を求める。この A_2 点の傾斜を φ_{a2} とする。 φ_{a2}^{iii} と比較して

$$\varphi_{a2} = \varphi_{a2}^{iii} + \beta \dots\dots\dots (26)$$

が成立しなくてはならず, また G 点においては

$$R + h/2 = \left[\frac{(1+n)P_1}{A \cos \omega_0} \{ \sin(\omega_0 - \varphi_g) - \sin(\omega_0 - \varphi_{a1}) \} + (1/\rho_{a1})^{\frac{1+n}{n}} \right]^{\frac{-n}{1+n}} \dots\dots\dots (27)$$

が成立しなくてはならない。また

$$(x_h - h/2 \cdot \sin \varphi_h) \tan \alpha = y_h - h/2 \cdot (1 - \cos \varphi_h) + R(\sec \alpha - 1) \dots\dots\dots (28)$$

$$P\{x_h - x_g + (y_h - y_g) \tan \omega_0\} - P_2\{x_h - x_g + (y_h - y_g) \tan \omega_0\} = A \left(\frac{1}{R + h/2} \right)^{1/n} \dots\dots\dots (29)$$

を満足しなくてはならない。すなわち最初に仮定した 4 個の量 s_g, s_{a1}, s_h, P_2 を (26)~(29) 式に示す 4 個の条件を満足するように決定すればよい。このためには繰返し計算を行う。なお (28) 式は H 点がポンチ斜面上にある条件で, (29) 式は G 点における曲げモーメントの関係である。

(b) 計算例と実験結果 第 3 報の実験を対象として数値計算を行った。材料はアルミニウムでその定数は

$$\begin{aligned} \epsilon < 0.04 \quad \text{では} \quad n = 2.600, \quad F = 2230 \text{ kg/cm}^2 \\ \epsilon < 0.08 \quad \text{では} \quad n = 3.002, \quad F = 1816 \text{ kg/cm}^2 \\ E = 6.8 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

第 3 図

第 4 図

第 5 図

試片の大きさは

$$l = 6.8 \text{ cm}, \quad b = 3.0 \text{ cm}, \quad h = 0.15 \text{ cm}$$

工具寸法

$$2L = 4.8 \text{ cm}, \quad \alpha = 45^\circ, \quad R = 0.1 \text{ cm}$$

である。板の端 E がダイス斜面に触れるときの数値計算の結果は

$$P_1 = 61.00 \text{ kg}, \quad P_2 = 6.98 \text{ kg}, \quad s_{a1} = 0.1606 \text{ cm}$$

$$s_{a2} = 0.5005 \text{ cm}, \quad s_h = 2.200 \text{ cm}$$

となった。更に全荷重 $2P$, 曲げ角 $\theta = 2\varphi_e$ を求めると

$$2P = 135.96 \text{ kg}, \quad \theta = 89^\circ 20'$$

となる。また中立軸上の任意の点の φ , (x, y) , ρ を計算しその結果からたわみ曲線を求めたのが第 3 図である。

以上の結果を実験値と比較してみる。第 4 図ポンチ力・曲げ角線図において Δ で示す計算値は実験値とよく一致しており、上述の考え方が妥当であることがわかる。

2.2 第 5 段階 更に、ポンチが下降し、第 5 図 $O \sim B \sim E$ のように曲げられると板の端はダイス斜面に触れ曲げ返される。

すなわち、 $D \sim E$: 最初から負の曲げモーメントを受け負の曲率を有していたものがこの段階で初めて正の曲げモーメントを受け負の塑性曲率が減少している

第 6 図

範囲, $D \sim A_4$: 最初正の曲げモーメントを受け正の曲率に曲げられた後負の曲げモーメントを受け負の曲率まで曲げ返されたものがこの段階で再び正の曲げモーメントを受け負の塑性曲率が減少している

範囲, $A_3 \sim A_4$: unloading の状態にあってポンチ力の微小増加に対し塑性曲率の変化しない範囲である。 A_3 点より内側の $O \sim G$, $G \sim A_1$, $A_1 \sim A_2$, $A_2 \sim A_3$ の範囲ではそれぞれ前の段階と同じ変形過程にある。

いま P_3, P_4 をそれぞれ点 B, E に作用する荷重の鉛直成分とすると、ポンチ力 $2P$ は

$$2P = 2(P_1 + P_2) = 2(P_3 + P_4) \quad (30)$$

(a) $O \sim G$ の範囲では前段階と同様に (2) 式が成立し

(b) $G \sim A_1$ の範囲 (第 6 図 $G \sim A_1$ に対応) では (3) 式および

$$M = P_3 \{x_b - x + (y_b - y) \tan \omega_0\} + P_4 \{x_e - x + (y_e - y) \tan \omega_0\} - P_2 \{x_h - x + (y_h - y) \tan \omega_0\} \quad (31)$$

が成立するから、2.1.1 (b) と同様にして (5) 式が導かれる。また (6) 式も成立しなくてはならない。

(c) $A_1 \sim A_2$ の範囲 (第 6 図 $A_1 \sim A_2$ に対応) では $A_1^{iv} A_2^{iv}$ の形状がそのまま残っているものと仮定し 2.1.1 (c) と同様に取り扱う。このときの回転角を β とすると

$$\beta = \varphi - \varphi^{iv} = \varphi_{a1} - \varphi_{a1}^{iv}$$

かつ ρ^{iv} は既にわかっているから、これを

$$\rho^{iv} = f_4(\varphi^{iv})$$

とおくと

$$\rho = f_4(\varphi - \beta) \dots\dots\dots (32)$$

により φ に対応する ρ が求められる。

(d) $A_2 \sim A_3$ の範囲 (第 6 図 $A_2 \sim A_3$ に対応) において, この段階で初めて塑性曲率が減少する状態になった部分では

$$-M = A \left(\frac{2}{\rho^{iv}} - \frac{1}{\rho} \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (33)$$

が成立しその他の部分では引き続き (10) または (10)' 式が成立する。一方曲げモーメントと荷重の関係は, B 点より外側において

$$M = -P_2 \{x_h - x + (x_h - y) \tan \omega_0\} + P_4 \{x_e - x + (y_e - y) \tan \omega_0\} \dots\dots\dots (34)$$

ゆえに

$$\frac{dM}{ds} = (P_2 - P_4) \frac{\cos(\omega_0 - \varphi)}{\cos \omega_0} \dots\dots\dots (35)$$

が導かれる。 B 点より内側では (12) 式が成立するから (12) または (35) 式と, (10) または (10)' または (33) と, (14) 式を用い 2・1・1 (d) において述べたと同じ方法によりこの範囲の M, ρ, φ を計算することができる。

(e) $A_3 \sim A_4$ の範囲 (第 6 図 $A_3 \sim A_4$ に対応) では $A_3^{iv} A_4^{iv}$ の形状がそのまま残っているものと仮定し 2・1・1 (f) と同様に取り扱う。このときの回転角を γ とすると

$$\gamma = \varphi_{a_4^{iv}} - \varphi_{a_3} = \varphi^{iv} - \varphi$$

また既にわかっている $A_3^{iv} A_4^{iv}$ 形状を $\rho^{iv} = f_5(\varphi^{iv})$

とおくと

$$\rho = f_5(\varphi + \gamma) \dots\dots\dots (36)$$

により φ に対応する ρ を求めることができる。

(f) $A_4 \sim D$ の範囲 (第 6 図 $A_4 \sim D$ に対応) では曲げモーメントと曲率との間に

$$M = A \left\{ 2 \left(\frac{1}{\rho^{ii}} - \frac{1}{\rho^{iv}} \right) + \frac{1}{\rho} \right\}^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (37)$$

が成立するものとする。この式は (10) 式と同様に材料のバウシンガ効果と unloading の際の弾性変形を無視することにより誘導される。一方荷重と曲げモーメントの関係は H 点より外側において

$$M = P_4 \{x_e - x + (y_e - y) \tan \omega_0\} \dots\dots\dots (38)$$

が成立するから, したがって

$$\frac{dM}{ds} = -P_4 \frac{\cos(\omega_0 - \varphi)}{\cos \omega_0} \dots\dots\dots (39)$$

が導かれる。 H 点より内側においては (35) 式が成立したから (37) 式を変形し

$$\frac{1}{\rho} = \left(\frac{M}{A} \right)^n - 2 \left(\frac{1}{\rho^{ii}} - \frac{1}{\rho^{iv}} \right) \dots\dots\dots (40)$$

(40) 式と, (35) または (39) 式と, (14) 式を連立させて 2・1・1 (d) と同様な方法によりこの範囲の M, ρ, φ を求めることができる。なお ρ^{ii}, ρ^{iv} は s の関数として既に知られている。

(g) $D \sim E$ の範囲 (第 6 図 $D \sim E$ に対応) では

$$M = A \left(\frac{1}{\rho} - \frac{2}{\rho^{iv}} \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (41)$$

および (39) 式が成立する。ゆえに (41), (39), (14) 式を連立させ (f) において述べた方法によってこの範囲の M, ρ, φ が求められる。

以上によって板を七つの範囲に分けて基礎式が導かれた。各部を連結して計算を行うには, まず曲げ過程を示すパラメータとして, この段階においても同様に中央のポンチ力 P_1 をとり, 点 G の位置 s_g , 点 A_1 の位置 s_{a_1} , E 点の傾斜 φ_e および P_2, P_4 を仮定する。これに対し

$$y_e - y_b - (x_e - x_b) \tan \alpha = \frac{h}{2} \cdot \{\cos \varphi_e - \cos \alpha + (\sin \varphi_e - \sin \alpha) \tan \alpha\} \dots\dots\dots (42)$$

および (26)~(29) の 5 個の条件を満足するように第 4 段階において述べたと同様な方法で繰返し計算を行い, 5 個の仮定量 $s_g, s_{a_1}, \varphi_e, P_2, P_4$ を決定すればよい。なお (42) 式は点 B, E がダイス斜面上にあることを示す。

3. はね返り

3・1 理論 負荷時の板の形状と曲げモーメントの分布がわかれば, ポンチ力を除去した時の曲げ角の変化は第 3 報 (19), (19)' 式により計算できる。

3・1・1 第 4 段階 板を七つの範囲に分けて

$$\Delta \theta = \frac{2}{EI} \left\{ \int_0^{\varphi_g} M \cdot \left(R + \frac{h}{2} \right) d\varphi + \int_{\varphi_g}^{\varphi_{a_1}} M \cdot \rho \cdot d\varphi + \int_{s_{a_1}}^{s_{a_2}} M \cdot ds + \int_{s_{a_2}}^{s_f} M \cdot ds + \int_{s_f}^{s_d} M \cdot ds + \int_{\varphi_d}^{\varphi_{a_3}} M \cdot \rho \cdot d\varphi + \int_{s_{a_3}}^{s_h} M \cdot ds \right\} \dots\dots\dots (43)$$

ただし被積分関数 M, ρ は 2・1 (a)~(f) においてすでに求めたごとく φ または s の関数である。

3・1・2 第 5 段階 ここではこの段階の最後の状態すなわち板がポンチとダイス斜面で曲げ返され平ら ($1/\rho = 0$) になった後荷重を除去したときの はね返りを求める。

第 5 図 $O \sim B \sim E$ において, ポンチとダイスのすきまが板厚に近づき板が平らになるに従って G 点はポンチ R に沿って外方に, また A_2, A_1 点は互に近づきながら内方に移動する。一方 A_3, A_4 点はともに F に接近してゆく。すきまが板厚に等しくなると A_1, A_2 点は G 点と一致し, A_3, A_4 点は F 点に一致する。すなわち

(a) $O \sim G$ の範囲では (3) ならびに (2) 式が成立するから

$$M = A(R + h/2)^{1/n} \dots\dots\dots (44)$$

ただし $s_g = (R + h/2) \cdot \alpha$

(b) $G \sim F$ では, いずれも正の曲率に曲げられた後に逆方向の曲げモーメントを受けて曲げ返され $1/\rho = 0$ となる範囲であるから, (10)', (10) および (33)

式にそれぞれ $1/\rho=0$ を代入し

$$-M=A(2/\rho^{ii})^{1/n} \dots\dots\dots (45)$$

$$-M=A(2/\rho^{iii})^{1/n} \dots\dots\dots (46)$$

$$-M=A(2/\rho^{iv})^{1/n} \dots\dots\dots (47)$$

が導かれる。ただし (45)~(47) の 3 式は、それぞれ ρ^{ii} , ρ^{iii} , ρ^{iv} が過去における板の正の曲率の最大値となった部分に適用される。

(c) $F \sim D$ の範囲では (40) 式より

$$M=A\left\{2\left(\frac{1}{\rho^{ii}}-\frac{1}{\rho^{iv}}\right)\right\}^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (48)$$

が導かれ

(d) $D \sim E$ の範囲では (41) 式より

$$M=A(-2/\rho^{iv})^{1/n} \dots\dots\dots (49)$$

が導かれる。

ゆえに はね返り角 $\Delta\theta$ は

$$\Delta\theta = \frac{2}{EI} \left\{ \int_0^{s_g} M \cdot ds + \int_{s_g}^{s_f} M \cdot ds + \int_{s_f}^{s_d} M \cdot ds + \int_{s_d}^{s_e} M \cdot ds \right\} \dots\dots\dots (50)$$

により計算できる。(50) 式の被積分関数 M は (44)~(49) 式により ρ^{ii} , ρ^{iii} , ρ^{iv} の関数であるが、これらは既に s の関数としてわかっている。

3・2 数値計算と実験結果 2・1・2 と同じように第 3 報の実験を対象に行った。

(a) **第 4 段階** 2・1・2 (b) で示した例について $\Delta\theta$ を求めてみると $\Delta\theta = -1^\circ 30'$ となった。この値は第 4 図に ▲ で示してある。実験結果との食い違いは $20'$ 程度であるが、実験値のグラフでもわかるとおり、このときの状態はわずかの荷重の変化に対してもはね返りは急激に変動する過程であり、このための実験誤差と、また解析に種々な仮定を設けていることを

考えると計算結果は実験値によく一致していると言っ
てよい。

(b) **第 5 段階** 3・1・2 において述べたところに
従い $\Delta\theta$ を求めた結果は $\Delta\theta = +16'$ を得た。また、
モーメントの分布から荷重を求めると 496 kg となっ
た。この値は第 4 図に ● で示してあり、実験結果と比
較しよく一致していることがわかる。

4. 結 言

プレス工作における薄板の曲げをできるだけ簡単な
形で解決したいという考えから研究を進めているが、
本報で述べたことを要約すると次のようになる。

V 型による曲げの変形過程を更に追跡して

(i) 板の端がポンチにより曲げ返されて、ポンチ
斜面との接点が、端から更に内側に移動しておるとき
と、

(ii) 板がポンチとダイスの間で曲げ返され平らに
なじむまで

の 2 段階に分けて、曲げ形状ならびに荷重除去後の
はね返りを解析して実験結果とよく一致することを確
かめた。プレス 工作における 曲げ加工後の はね返り
は荷重をある値以上に保つならばほとんど変化しなく
なるが、このときの はね返り量 $\Delta\theta$ にもっとも大き
く影響を及ぼす板の曲げ過程をその全過程にわたって
明らかにすることができた。

文 献

- (1) 益田・中村, 機械学会論文集, 18 巻 71 号, 26 ページ
(昭 27).
- (2) 益田・室田, 機械学会論文集, 20 巻 90 号, 114 ページ
(昭 29).
- (3) 益田・室田・森田, 機械学会論文集, 21 巻 106 号, 431 ページ
(昭 30).