片側に半円切欠きを有する片持はりの応力分布*

島 田 平 八**

Photoelastic Study of the Stresses of the Cantilever
with a Semi-circular Notch

by Heihachi SHIMADA

The stresses of the cantilever with a semi-circular notch have been investigated photoelastically. In the experiments, the test pieces are made of KT-102 (epoxy resin), having 4 types of semi-circular notch.

Consequently, under the condition of cantilever, the maximum stress developed at the boundary of the notch is a function of the 3 parameters, namely, the radius of the semi-circular notch, the distance of the loading point from the clamped end, and the distance of clamped end to center of the semi-circular notch.

The stress concentration of pure bending is applied to the cantilever, having same notch, in some range.

1. はじめに

片側に半円切欠きを有する帯板の研究は引張り⁽¹⁾と単純曲げ⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾の場合および集中曲げ⁽³⁾の場合には理論的実験的になされてきたが片持はりの場合については研究がなされていないように思われるので片側に半円切欠きを有する片持はりについて光弾性実験によりその応力分布を調べ、半円の大きさ、半円の位置および荷重位置の応力分布に及ぼす影響を明らかにし、半円周上に最大応力の生ずる範囲（支持端の応力集中を除外して）を明らかにし、また単純曲げの既知の研究結果との関係もあわせ明らかにした。

2. 実 験

実験材料は KT-102（科学研究所製）の厚み約 5.6 mm のものを使用した。試験片の形状は第 1 図に示す

第 1 図

もので、 a の 4 種類のものをおのおの 2 枚ずつ使用した。 a, b および h の寸法は第 1 表に示す。 l_0, l' を各種に変えて実験した。

荷重方法は一端を万力で押え、その圧縮力を半円周

* 昭和 31 年 4 月 1 日 第 33 期通常総会講演会において講演、
原稿受付 昭和 31 年 4 月 19 日。

** 正員、東北大学工学部。

第 1 表

試片番号	a	b	h
5—1	5.006	20.003	5.605
5—2	4.998	20.000	5.605
7.5—1	7.498	20.001	5.605
7.5—2	7.500	19.998	5.605
10—1	10.003	19.998	5.610
10—2	9.995	20.000	5.610
12.5—1	12.496	20.001	5.600
12.5—2	12.505	20.001	5.605

上に影響のない範囲で最も大きく加えた。これは等色しま写真を見ながら調節した（第 2 図 (a) 参照）。これは第 1 図の点線方向より荷重した場合に支点の移るのを除くために考慮した。荷重片は直径 5 mm の黄銅の棒を用い、試験片に食込むのを除いた。その他実験についての一般的注意を払うとともに明暗両しま写真をとった。第 2 図 (b) は片持はりの等色線図の一部である。

3. 結 果

実験の結果より荷重点が点線方向より荷重しても実線方向より荷重しても半円周上の応力の絶対値は変わらないことがわかったので以下省略する。無次元にするために $l_0/b = \alpha, l/b = \beta, l'/b = \gamma, a/b = \lambda$ とおく。

(1) 半円周上の応力分布 半円周上の応力 σ_θ を σ_B で割った値の一部を第 3 図に示すような角度で位置を表わして示したのが第 3 図である。ここに σ_B

第 2 図

$=6Pl/hb^2$, すなわち P なる荷重が l なる点に作用したときの B 点 (第 1 図) の理論上の応力値である。第 3 図は $\lambda=0.5$ の場合の応力分布を表わし, (a), (b), (c), (d), (e), (f) 図はそれぞれ $\alpha=1, 1.5, 2, 2.5, 3.5, 4.5$ を示している。図よりわかるように γ が小さくなるにつれて σ_0/σ_B が少くなり, 曲線が θ の大きい方, つまり支持端側に移る。なお $\gamma=0$ のときでも, $\theta=90^\circ$ の点に応力が残ることがわかった。

(2) σ/σ_0 と β との関係 $\lambda=0.25$ の場合の σ/σ_B と β との関係を示したのが第 4 図 (a) で, 図中の $\odot, \times, \triangle, \square, +, \bullet$ 印はそれぞれ $\alpha=1, 1.5, 2, 2.5, 3.5, 4.5$ の実験値を示している。ここに σ とは半円周上の最大応力値である。 β が増すにつれて σ/σ_B の値は急に増大し, 後ゆるくなる傾向にある。第 4 図 (b), (c), (d) はそれぞれ $\lambda=0.375, 0.5, 0.625$ の場合の σ/σ_B と β との関係を示したもので, 図中の印は第 4 図 (a) に同じ, 同じ傾向にある。

(3) σ/σ_B および σ/σ_B' と γ との関係 $\lambda=0.25$ の場合の σ/σ_B および σ/σ_B' と γ との関係を示したのが第 5 図 (a) で, 図中の $+, \odot, \times, \triangle, \square, \bullet$ 印はそれぞれ $\beta=3.5, 4, 4.5, 5, 5.5, 6$ の実験点で第 4 図と同じものである。ここに $\sigma_B'=6Pl/h(b-a)^2$

である。図において $\gamma \geq 1.5$ の範囲では各 β につき直線的に変化し, 更に次式を満足している。

$$\begin{cases} \sigma/\sigma_B = 3.00 \gamma / \beta = 3.00 l' / l & \dots\dots\dots (1) \\ \sigma/\sigma_B' = 1.68 \gamma / \beta = 1.68 l' / l & \dots\dots\dots (1)' \end{cases}$$

図中の実線は (1), (1)' 式の値を示している。同様に $\lambda=0.375, 0.5, 0.625$ については第 5 図 (b), (c), (d) にそれぞれ示している。これらの λ についても $\gamma \geq 1.5$ の範囲では次の諸式に良く一致している。 $\lambda=0.375$ については

$$\begin{cases} \sigma/\sigma_B = 3.72 \gamma / \beta = 3.72 l' / l & \dots\dots\dots (2) \\ \sigma/\sigma_B' = 1.45 \gamma / \beta = 1.45 l' / l & \dots\dots\dots (2)' \end{cases}$$

$\lambda=0.5$ については

$$\begin{cases} \sigma/\sigma_B = 5.18 \gamma / \beta = 5.18 l' / l & \dots\dots\dots (3) \\ \sigma/\sigma_B' = 1.29 \gamma / \beta = 1.29 l' / l & \dots\dots\dots (3)' \end{cases}$$

$\lambda=0.625$ については

$$\begin{cases} \sigma/\sigma_B = 8.32 \gamma / \beta = 8.32 l' / l & \dots\dots\dots (4) \\ \sigma/\sigma_B' = 1.17 \gamma / \beta = 1.17 l' / l & \dots\dots\dots (4)' \end{cases}$$

実線はこれらの諸式の値を示している。また第 4 図の実線は (1), (2), (3) および (4) の諸式より求めた値である。 $\gamma \geq 1.5$ の範囲でよく一致している。

(4) 単純曲げの応力集中率との関係 既知の単純曲げの応力集中率と σ/σ_B' を比較するには, K は

第 3 図

第 6 図の場合 $K = \sigma_A / \sigma_{\text{nom}}$, $\sigma_{\text{nom}} = \frac{6M_b}{h(b-a)^2}$ なるゆえに σ / σ_B' を $1/1$ で割ったものと比較すればよい。すなわち (1)', (2)', (3)', (4)' 式の右辺の定数と比較することになる。これまでの研究の値と著者の定数を示したのが第 6 図である。実線は Leven & Frocht⁽³⁾ の光弾性実験値で、点線は玉手統⁽¹⁾氏の理論計算値、×印は西田正孝⁽²⁾氏の光弾性実験値、○印は著者の値である。光弾性実験の単純曲げの値とよく一致しており、著者の実験の精度の良いことを示している。これよりわかることは片側に半円切欠きを有する片持はりに $r \geq 1.5$ の範囲で既知の単純曲げの K を適用しうるが、 $r < 1.5$ の範囲には一律に適用出来ないことである。

(5) 半円周上に $\sigma / \sigma_B \geq 1$ の生ずる α と β の範囲 半円周上に $\sigma / \sigma_B \geq 1$ の生ずる範囲すなわち B 点の理論上の応力値より半円周上の最大応力が大きくなる α と β の関係を示したのが第 7 図である。図中の ●, ×, ○, □ 印はそれぞれ $\lambda = 0.25, 0.375, 0.50,$

0.625 の値であり、 α と β との関係を表した次の実験式を満足している。 $\sigma / \sigma_B \geq 1$ なるには

$$\beta \geq 1.45 - 1.2\lambda + (1.76 - 0.8\lambda) \times (\alpha - 1) \dots (5)$$

図の実線は (5) 式の等号の値である。なお支持端の応力集中率が 1.5, 2 等の場合にはそれぞれ第 4 図 (a),

第 4 図

第 5 図

第 6 図

(b), (c), (d) の σ/σ_B の 1.5, 2 の α , β をとれば限界の値が得られる。

(6) 半円周上の最大応力値の生ずる位置 第 8 図に示したのが半円周上の最大応力値を生ずる位置を図の方向に角度 θ° で縦軸に表わし、横軸に γ としたものである。 $\alpha=1\sim 4.5$ の範囲では α のいかにかわらず γ と λ のみによる。また $\gamma=0$ すなわち半円の中心線上に荷重点の来た場合には λ のいかにかわらず 125° の位置に来ることがわかった。

第 7 図

第 8 図

4. おわりに

片側に半円切欠きを有する片持はりで半円の大きい 4 種について光弾性実験を行い、応力分布を求め次の結果を得た。

- (1) 各 λ に対して σ/σ_B と β との関係を求めた。
- (2) 各 λ に対して σ/σ_B および σ/σ_B' と γ との関係を求めた。
- (3) 片持はりに対する既知の単純曲げの K の適用しうる範囲 $\gamma \geq 1.5$ を得た。
- (4) 半円周上に最大応力値の生ずる範囲を求め実験式を得た。

文 献

- (1) 王手, 機械学会論文集, 18 巻 75 号, 7~15 ページ (昭 27)。
- (2) 西田, 理研彙報, 23 輯 3~4 号 (昭 19)。
- (3) M.M. Leven & M.M. Frocht, *Proc. Soc. exp. Stress Anal.*, 11, 2, p. 179~184 (1954)。