629.113.041.5:629.113.073

自動車の運動性能に対するかじ取装置の弾性の影響*

藤 井 澄 二**

The Effect of the Flexibility of Steering Systems
on the Kinetic Characteristics of Automobiles

by Sumiji Fujii

In some tests of automobiles it is found that some cars show stronger understeering tendency than expected from their tyre characteristics. The main cause of this effect is considered to be the flexibility of their steering systems. According to the analysis in this paper the apparent cornering power of a front wheel is expressed as EK_f , where K_f is the actual cornering power of the wheel and E is a constant which is positive and smaller than the unity. This E depends on the cornering power, self-aligning moment, caster angle and the flexibility of the steering system, being $E=1$ for a rigid steering system. Thus, the apparent cornering power of the front wheels decreases, if the steering system is flexible, and this apparent decrease in the cornering power increases the understeering tendency and the directional stability of the car.

1. ま え が き

タイヤの性質をもとにして自動車の運動性能を調べることは多くの研究者によって行われ⁽¹⁾, また最近では近藤政市博士がきわめて体系的にこの方面の理論を展開された⁽²⁾. これらの研究によってまた自動車の oversteering あるいは understeering の性質と方向安定性とは密接な関係があることもわかっている. とここでここで起って来るひとつの問題は, 計算上不安定になりそうな自動車でも, 実際には安定に走れることがあるらしいのはどうしたことか, という疑問である. 近藤博士はこの一因として操縦の効果をあげておられる.

一方筆者が最近模型自動車を用いてハンドル固定にして定常旋回をさせる実験をしたところ, 重心位置を思いきり後退させて当然 oversteering となるように調節した場合にも understeering のごとき性質を示し, 速度の増加とともに旋回半径が増すことのあるのに気がついた. これは前輪と後輪との横すべり角の差から定義すれば oversteering なのであるが, かじ取

装置の弾性を考慮して, 自動車の運動を計算してみると, この弾性は自動車を見掛上 understeering の傾向にし, かつハンドル固定の場合の方向安定性を増すことがわかった.

このことは同時に可逆性かじ取歯車を使ったかじ取装置の場合にハンドルをある程度やわらかく持つというだけで自動車に方向安定性を与えることを示唆している. そうだとすれば自動車の位置や姿勢を知覚してハンドルを操作すること, すなわち操縦よりも一歩手前にも自動車を安定化する要素があることになる.

2. 自動車の運動方程式

以下の議論において問題となる点をはっきりさせるために風力の項および抵抗あるいはスラストの項は無視する. もし必要があればこれらの項は容易に導入することができる.

まず符号を次のように定める (第 1, 2 図).

S : 規準点から重心の走った距離

V : $=ds/dt$, 自動車重心の線速度 (一定)

φ : 規準線と自動車重心の軌跡の接線とのなす角度

θ : 規準線と自動車の前後方向中心線とのなす角度

* 昭和 31 年 2 月 17 日 機械力学・自動制御両部門合同講演会において講演, 原稿受付 昭和 31 年 4 月 12 日.

** 正員, 東京大学工学部.

ω : $=d\theta/dt$, 自動車車体の鉛直軸まわりの回転の角速度

α : 前車輪における転だ(舵)角

β : $=\varphi-\theta$, 自動車中心線と重心軌跡の接線とのなす角

γ : 個々の車輪の運動方向と重心の運動方向との差を示す角

ψ : $=\beta+\gamma$, 自動車中心線の方を規準とし個々の車輪の運動方向

σ : 横すべり角. 前車輪では $=\psi-\alpha$, 後車輪では $=\psi$

l : 軸距. $l=l_f+l_r$

l_f : 重心から前車軸までの距離

第 1 図

第 2 図

l_r : 重心から後車軸までの距離

m : 自動車の質量

J : 重心まわりの慣性モーメント

K : 車輪1個の cornering power

なお添字 f は前車輪, 添字 r は後車輪に関する量を示すものとする.

α, β, γ などの角度が小さいものとする

$$\left. \begin{aligned} \gamma_f &= \frac{l_f}{V} \omega && \text{前輪に対して} \\ \gamma_r &= \frac{l_r}{V} \omega && \text{後輪に対して} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

なる関係が成立つ. したがって前輪および後輪の横すべり角はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \sigma_f &= \psi_f - \alpha = (\beta + \gamma_f) - \alpha = \beta + \frac{l_f}{V} \omega - \alpha \\ \sigma_r &= \psi_r = \beta + \gamma_r = \beta - \frac{l_r}{V} \omega \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

となる. これより前車軸および後車軸に横方向に働く力 P は

$$\left. \begin{aligned} P_f &= 2K_f \left(\beta + \frac{l_f}{V} \omega - \alpha \right) && \text{前車軸} \\ P_r &= 2K_r \left(\beta - \frac{l_r}{V} \omega \right) && \text{後車軸} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる.

自動車重心の法線方向の加速度は $(ds/dt) \cdot (d\varphi/dt)$ で与えられるが, これを書き直せば

$$\frac{ds}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = V \cdot \frac{d}{dt} (\beta + \theta) = V \frac{d\beta}{dt} + V\omega \dots\dots\dots (4)$$

となる. これより法線方向の運動方程式として

$$\begin{aligned} mV \frac{d\beta}{dt} + mV\omega &= -(P_f + P_r) \\ &= -2K_f \left(\beta + \frac{l_f}{V} \omega - \alpha \right) - 2K_r \left(\beta - \frac{l_r}{V} \omega \right) \end{aligned}$$

あるいは, さらに整理して

$$\begin{aligned} mV \frac{d\beta}{dt} + 2(K_f + K_r)\beta \\ + \left\{ 2(K_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \right\} \omega &= 2K_f \alpha \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

をうる.

他方重心まわりの回転については, P_f および P_r が重心のまわりに持つモーメントを考えれば

$$\begin{aligned} J \frac{d\omega}{dt} &= -P_f l_f + P_r l_r \\ &= -2K_f \left(\beta + \frac{l_f}{V} \omega - \alpha \right) l_f + 2K_r \left(\beta - \frac{l_r}{V} \omega \right) l_r \end{aligned}$$

あるいは整理し直して

$$\begin{aligned} 2(K_f l_f - K_r l_r) \beta + J \frac{d\omega}{dt} + 2(K_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \omega \\ = 2K_f l_f \alpha \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

が成立する.

3. かじ取装置の弾性の影響を入れた式

次にかじ取装置の弾性の影響を考える. まずハンドルで 転だ しようとした角, したがってキングピンに路面からモーメントが加えられていないときの前車輪の転だ角 (これを仮にハンドル角と呼ぶ) を A とする. 実際に車輪で 転だ された角度は α である. ハンドルからキングピンに至る弾性をキングピンまわりのばね定数であらわし, これを k_s とすればかじ取装置からキングピンに加わっているモーメント M_s は

$$M_s = k_s (A - \alpha) \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる. 他方路面から車輪を通じて, キングピンに加わるモーメント M_a は self-aligning moment M_a とキャスタ角にもとづくモーメントとの和で

$$M_a = M_a + \gamma RC \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここに η はキヌスタ角, R は前車輪の半径, C は cornering force とする。横すべり角の小さい間は M_a も C も横すべり角に比例するものと考えられるから k_e を比例定数として

$$M_a = k_e \sigma_f \dots\dots\dots (9)$$

と書ける。ここに

$$k_e = dM_a / d\sigma_f + \eta R K_f \dots\dots\dots (10)$$

である。(7) と (9) との両モーメントの釣合いから

$$M_s + M_a = k_e (A - \alpha) + k_e (\psi_f - \alpha) = 0 \dots\dots (11)$$

をうる。これより

$$k_e A + k_e \psi_f = (k_s + k_e) \alpha$$

$$\text{あるいは } \alpha = \frac{k_s}{k_s + k_e} A + \frac{k_e}{k_s + k_e} \psi_f$$

をうる。ここで

$$k_s / (k_s + k_e) = E \dots\dots\dots (12)$$

とおけば

$$\alpha = EA + (1-E) \psi_f \dots\dots\dots (13)$$

となる。 $k_s \rightarrow \infty$ に対しては $E=1$ でハンドル角と車輪の転だ角とは一致し、また $k_s=0$ では $E=0$, $\alpha=\psi_f$ で前車輪が‘流されている’ことを示す。

(13) に $\psi_f = \beta + (l_f/V) \omega$ なる関係を入れ、さらに (13) の α を (5), (6) の両式に代入すればそれぞれ

$$\begin{aligned} mV \frac{d\beta}{dt} + 2(K_f + K_r) \beta \\ + \left\{ 2(K_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \right\} \omega \\ = 2K_f \left\{ EA + (1-E) \left(\beta + \frac{l_f}{V} \omega \right) \right\} \end{aligned}$$

および

$$\begin{aligned} 2(K_f l_f - K_r l_r) \beta + J \frac{d\omega}{dt} + 2(K_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \omega \\ = 2K_f l_f \left\{ EA + (1-E) \left(\beta + \frac{l_f}{V} \omega \right) \right\} \end{aligned}$$

となる。この両式を整理し直せば

$$\begin{aligned} mV \frac{d\beta}{dt} + 2(EK_f + K_r) \beta \\ + \left\{ 2(EK_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \right\} \omega \\ = 2EK_f A \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(EK_f l_f - K_r l_r) \beta \\ + J \frac{d\omega}{dt} + 2(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \omega \\ = 2EK_f l_f A \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

の両式をうる。(14), (15) の両式を (5), (6) の両式と比較してみると, K_f のかわりに EK_f , α のかわりに A が入った以外は、全く同じものであることがわかる。つまり、かじ取装置の弾性は見掛け上前車輪の

cornering power を低下させたことになる。

4. 直線走行の安定性

ハンドル固定の場合の安定性を考えるため, (14), (15) で $A=0$ においてみる。すれば両式は

$$\begin{aligned} mV \frac{d\beta}{dt} + 2(EK_f + K_r) \beta \\ + \left\{ 2(EK_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \right\} \omega = 0 \dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2(EK_f l_f - K_r l_r) \beta + J \frac{d\omega}{dt} \\ + 2(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \omega = 0 \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

となる。この特性方程式は

$$\begin{vmatrix} mV\lambda + 2(EK_f + K_r) & 2(EK_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \\ 2(EK_f l_f - K_r l_r) & J\lambda + 2(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (18)$$

で与えられる。これを展開すれば

$$\begin{aligned} mJV\lambda^2 + 2\{m(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) + J(EK_f + K_r)\} \lambda \\ + 4(EK_f + K_r)(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \\ - 2(EK_f l_f - K_r l_r) \left\{ 2(EK_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \right\} = 0 \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

となる。(19) の λ の係数は常に正であるから、定数項が正であれば運動は安定である。すなわち

$$\begin{aligned} 4(EK_f + K_r)(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \\ - 2(EK_f l_f - K_r l_r) \left\{ 2(EK_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \right\} > 0 \end{aligned}$$

が安定の条件である。この式を開いて整理し直すと、安定の条件として

$$EK_f K_r l^2 - (EK_f l_f - K_r l_r) \frac{mV^2}{2} > 0 \dots\dots\dots (20)$$

をうる。これより

$$EK_f l_f - K_r l_r < 0 \dots\dots\dots (21)$$

ならば常に安定で、また

$$EK_f l_f - K_r l_r > 0 \dots\dots\dots (21)'$$

ならば

$$V_0 = \sqrt{\frac{2EK_f K_r l^2}{m(EK_f l_f - K_r l_r)}} \dots\dots\dots (22)$$

で与えられる限界速度 V_0 以上で不安定となることがわかる。このことから、 E が小さいこと、つまりかじ取の系統に弾性のあることは自動車のハンドル固定の場合の運動を安定化する傾向にあると言える。

5. 定常旋回

次に自動車が一定速度で旋回を行う場合を考えてみよう。この場合には $\beta = \text{一定}$, $\omega = \text{一定}$ と考えられるから, (14) および (15) より

$$2(EK_f + K_r)\beta + \left\{ 2(EK_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \right\} \omega = 2EK_f A \quad (23)$$

$$2(EK_f l_f K_r - K_r l_r) \beta + 2(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \omega = 2EK_f l_f A \quad (24)$$

の両式が得られる。ここで

$$A = \begin{vmatrix} 2(EK_f + K_r) & 2(EK_f l_f - K_r l_r) \frac{1}{V} + mV \\ 2(EK_f l_f K_r - K_r l_r) & 2(EK_f l_f^2 + K_r l_r^2) \frac{1}{V} \end{vmatrix}$$

とし、これを展開して計算してみると

$$A = \frac{4}{V} EK_f K_r l^2 - 2(EK_f l_f - K_r l_r) mV \quad (25)$$

となる。これを用いて (23), (24) を解けば

$$\beta = \frac{\left(\frac{l_r}{l} + \frac{l_f}{K_r l^2} \cdot \frac{mV^2}{2} \right)}{1 - \left(\frac{EK_f l_f - K_r l_r}{EK_f K_r l^2} \right) \cdot \frac{mV^2}{2}} \cdot A \quad (26)$$

$$\text{および } \omega = \frac{V}{1 - \left(\frac{EK_f l_f - K_r l_r}{EK_f K_r l^2} \right) \cdot \frac{mV^2}{2}} \cdot \frac{A}{l}$$

$$\text{あるいは } \frac{\omega}{V} = \frac{1}{1 - \left(\frac{EK_f l_f - K_r l_r}{EK_f K_r l^2} \right) \cdot \frac{mV^2}{2}} \cdot \frac{A}{l} \quad (27)$$

が得られる。

もし転だ角をキングピンにおける角度 α に採れば (5), (6) の両式から

$$\frac{\omega}{V} = \frac{1}{1 - \left(\frac{K_f l_f - K_r l_r}{K_f K_r l^2} \right) \cdot \frac{mV^2}{2}} \cdot \frac{A}{l} \quad (28)$$

をうることになる。

(27), (28) において

$$\frac{\omega}{V} = \frac{d\theta}{dt} \bigg/ \frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{ds} \quad (29)$$

は定常旋回においては単位距離についての自動車の方向変換の角度を示すと同時にまた重心軌跡の曲率（あるいは旋回半径の逆数）を示す。一方転だした際の横すべり角が零で、かつかじ取機構が変形しないものとし、その時ハンドルに着目すれば

$$\frac{\omega}{V} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{A}{l} \quad (30)$$

また前車輪に着目すれば

$$\frac{\omega}{V} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\varphi}{ds} = \frac{\alpha}{l} \quad (31)$$

となる。

さて oversteering を定義するのに“転だ角を一定にして同じ速度で旋回する時、幾何学的に期待される旋回角速度よりも速く旋回する性質”と仮にし、understeering をその逆とすると、ハンドルに着目した場合には (27) と (30) とを比較し

$$EK_f l_f - K_r l_r > 0 \quad (32)$$

が oversteering の条件となり、前車輪に着目すれば (28) と (31) とを比較して

$$K_f l_f - K_r l_r > 0 \quad (33)$$

がその条件となる。 $E < 1$ であるから、ハンドル角 A を一定にした場合 (32) の方が前車輪の転だ角 α を一定にした場合 (33) よりも understeering の傾向に出て来ることがわかる。またこれらの式と安定条件とを比較してみると、(32) で与えられる条件の方が安定条件との関連が深いこともわかる。またこれらの結果から、(33) を満足するという意味で oversteering の車（タイヤのみの特性から考えると oversteering の車）でも、かじ取装置に弾性があると見掛け上 understeering になってしまうことがあることになる。

6. 定常旋回におけるハンドル角の補正

東大生産技術研究所の平尾教授の経験によると、ある自動車で一定の円周上を走行する際、速度を変えるたびにハンドル角の修正を必要としたが、しかも前車輪における転だ角は一定のままであったという。このことの説明は次のように行うことができる。

一定半径の円周上を走行する際には $d\theta/ds$, したがって ω/V は一定である。また前車輪における転だ角 α が一定であることから、(28) によって速度のいかんにかかわらず ω/V が一定になるための条件として

$$K_f l_f - K_r l_r = 0 \quad (34)$$

が出て来る。つまり式 (33) の定義における中立の steering である。

いま (27) にこの (34) の条件を入れてみると、(27) は

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{ds} = \frac{\omega}{V} &= \frac{1}{1 - \left(\frac{EK_f l_f - K_r l_r}{EK_f K_r l^2} \right) \cdot \frac{mV^2}{2}} \cdot \frac{A}{l} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{l_f}{K_r l^2} \left(\frac{1}{E} - 1 \right) \cdot \frac{mV^2}{2}} \cdot \frac{A}{l} \end{aligned}$$

となる。これより

$$A = \left\{ 1 + \left(\frac{1}{E} - 1 \right) \cdot \frac{l_f}{K_r l^2} \cdot \frac{mV^2}{2} \right\} l \cdot \frac{d\varphi}{ds} \quad (35)$$

をうる。 $V=0$ では $A=l \cdot (d\varphi/ds)$ で幾何学的に必要な転だ角とハンドル角とは一致するが、速度を大きくすると $(1/E)-1 > 0$ であるために $d\varphi/ds$, すなわち旋回の曲率を一定に保つためにはハンドル角 A を (35) 右辺括弧内の第 2 項の分だけ増さねばならなくなる。

このことは逆に言えばハンドル角 A を一定にしても、速度が増すと大きな円を描いて旋回するようになる。これらのことは平尾教授の実験のようすをよく説明しうるものである。

7. あとがき

以上のように、かじ取系統に弾性があると前車輪の cornering power が低下したのと同じ効果を生じ

- (1) ハンドル固定の場合の方向安定性を増し
 (2) 定常旋回において自動車の understeering
 の傾向を増す

などのことがわかる。これらの議論は、可逆性歯車を用いたかじ取装置において、ハンドルを持つ手の弾性の影響についても示唆を与える。つまりハンドルをやらなく持つということだけでも方向安定性が増しうるということになる。

以上の研究に際し終始近藤政市博士の論文を参考にさせて頂いたこと、および平尾教授より有益な談話を

伺ったことを付記して両氏に感謝の意を表する。

文 献

- (1) R.D. Evans, *S.A.E.J.*, Vol. 36, No. 1 (1935).
 K.A. Stonex, *S.A.E.J.*, Vol. 48, No. 2 (1941).
 G. Grime and C.G. Giles, *P.I.M.E. Automobile Division*, (1954-55, No. 1).
 T.J.P. Joy and D.C. Hartley, *P.I.M.E. Automobile Division*, (1953-54, No. 6).
 A.W. Bull, *S.A.E.J.*, Vol. 45, No. 2 (1939).
 (2) 近藤, 自動車技術会誌, Vol. 7, No. 1, 2, 5, 6, 8, 10, 11, (1953), Vol. 8, No. 2, 7, (1954).

621.888.6:534.1.096:678.01

防振ゴムの振幅依存性に及ぼす温度の影響*

西原利夫** 関口久美*** 小寺沢良一****

Influence of Temperature on the Amplitude Dependence of a Rubber Vibration Isolator

by Toshio NISHIHARA, Hisayoshi SEKIGUCHI and Ryōichi KOTERAZAWA

Whether the temperature has an influence on the amplitude dependence of the rubber vibration isolator is a problem of interest. It was studied using a vibration isolator made of a sort of rubber containing carbonblack at a proportion of 40 parts per 100 of natural rubber under the condition of temperature range of $0^{\circ}\text{C}\sim 75^{\circ}\text{C}$ and amplitude range of $0.3\sim 3\%$ at constant frequency of 1000 c. p. m. As a result, it was found that the dependence of dynamical modulus and dynamical internal friction on amplitude is not affected by the change of temperature, and this can be explained by introducing the idea of static hysteresis as independent of temperature. The following three items are also discussed,

1. The relation between the results of vibration tests and the creep tests,
2. The temperature dependence of vibration characteristics of the above material,
3. The amplitude dependence of vibration characteristics of Neoprene and of Hycar-OR-25.

1. 緒 言

tread type 防振ゴムの振動特性の振幅依存性, すなわち動的こわさ係数が振幅の増加とともに減少する現象については, すでに Dillon⁽¹⁾, Gui⁽²⁾, 戸原⁽³⁾氏らにより多くの実験結果が発表され, この現象が特に微小振幅において著しく現われること, カーボンブラックの多いほど, また同量のカーボンブラックを含むものではその粒子の細かいものほど著しく現われること, 加硫を完全に行うことにより減少させることなどが明らかにされている。このような実験的研究に対して, 最近榎木氏ら⁽⁴⁾⁽⁵⁾は流性学的な観点からすべり摩擦機構の分布を表わす関数により, この現象を定

量的に説明することを提唱している。しかしながら, その理論を裏付ける実験結果は未だ十分とは言えない。この見地から, 本研究では $0\sim 75^{\circ}\text{C}$ の範囲で温度を変化させた場合にいかなる結果をうるかを研究し, 複素コンプライアンスの実数部と虚数部に現われる非線型性, およびクリープ試験に現われる非線型性の間の関連性を上記理論に基いて検討した。

2. 実験装置および実験方法

実験装置の略図を第1図に示す。恒温そう中で一定温度 ($\pm 1^{\circ}\text{C}$) に保たれた試験片は, 付加質量としてのおもりと付属ばねとともに一自由度の振動系を構成し, モータにより回転する偏心によって加振ばねを介して強制振動を行う。試験片にかかる平均荷重は調節用ばねにより任意に調節できる。モータの回転数, すなわち振動の周波数を変化させて共振周波数 ω_n , 共振振幅 x_m を求めれば, 次式により動的こわさ係数

* 昭和31年3月20日 関西支部第31期定時総会議演会において講演, 原稿受付 昭和31年4月19日。

** 正員, 京都大学。

*** 正員, 姫路工業大学。

**** 准員, 京都大学大学院学生。