置換法による力織機の下打式ひ投機構の解析*

鴨 川 寿**

Analysis of the Under Picking Motion of the Power Loom by the Replacement Method

by Hisashi KAMOGAWA

In this paper the use of the "Replacement method" for solving the under picking motion of the power loom is discussed. The picking stick and the side lever are replaced to the mechanical models which are transformed to the electric circuits by the concept of the "Mobility". Good agreement is obtained between the experimental and theoretical results, and it is shown that this method is more useful for determining the shuttle speed of the power loom than the others.

1. 緒 言 (第 1 図 参照)

力織機の ひ(杵)投運動 におけるシャトルの打出される速さをレバー, ステッキが弾性変形しないとする機構学的計算より求めると実測値よりはるかに低い値になる. このことに注目し最初にこれを定性的に説明したのは内田氏⁽¹⁾で, その後も Vincent 氏⁽²⁾, 渡辺氏⁽³⁾らによって取扱われている. 三氏の論文はいずれもシャトルとピッカを除くひ投機構全体を一つの質量のないばねに置換する立場をとって解析しているが, 下打式ひ投機構の場合には主としてステッキの質量を無視しているため特に実測と一致しないことが報告されている⁽⁴⁾. そこで筆者は先にこの欠点を除くため, 下打式の場合に対しステッキ, サイドレバーの両者をそれぞれ弾性はりと考え, またクロス・

キャノン等の質量を無視することなくマトリックス法を用いて解析した⁽⁵⁾. しかしながらこの方法では数値計算は はり を細長いとし, かつ高次の振動項を無視したにもかかわらず相当な労力を必要とした. そこで本文においてはステッキ, レバーの両弾性ははりを一つのばねと, その先端の等価質量とに置換することによって前記三氏の論文よりも実測とより一致し, かつ筆者の先のマトリックス法によるものより数値計算の簡易なことを目標として解析を試みた. 解析に当たって移動度法⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾を採用した. この方法は本題目のような線型のややこみ入った振動回路網には最も適していると考えたからである. 数値計算は従来の解析法⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾, 筆者の先の論文⁽⁵⁾との比較検討に重点がおかれた. 本解析ではタペット軸の運動は等角速度, または等角加速度と限定する必要はなく, またスエルの抵抗 R は元来シャトルの変位の関数として扱うべきであるが簡単のため本文では時間のみの関数とした.

記号

 M = シャトルとピッカの質量の和 m_0, m = おのおのサイドレバー, ピッキングステッキの等価質量 (付録参照) m_n = ノーズの質量 m_c = クロス・キャノンならびにステッキ・キャップの質量の和 R = シャトルがスエルから受ける抵抗 Q = ノーズがボウルから受ける力のレバーに垂直な成分 $f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_n, f_c$ = 第 3 図 に示すとき各点に働く力 V = シャトルの速さ v_0 = ノーズの周速度 $\dot{\phi}$ = レバー根元の角速度

a. 内田, Vincent 氏等

b. 筆者 1.

c. 筆者 2.

M : シャトルとピッカ R : スエルの抵抗 m_0 : レバーの等価質量 m : ステッキの等価質量

第 1 図 下打式ひ投機構のモデル

* 昭和 31 年 4 月 1 日 第 33 期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 31 年 4 月 10 日.

** 正員, 静岡大学工学部.

M : シャトルとピッカ

R : スエルの抵抗

m_0, m : おのおのレバー, ステッキの等価質量

$\frac{1}{c_0}, \frac{1}{c}$: おのおのレバー, ステッキのばねの等価こわさ

l_0, l : おのおのレバー, ステッキの長さ

第2図 置換されたひ投運動機構

v_1, v_2, v_3, v_4 =第3図に示すとき各点の速さ

l_0, l =おのおのレバー, ステッキの長さ

e =ステッキ回転軸とレバー回転面の距離

$b_c = m_c$ からステッキの回転軸までの半径

$b_n = m_n$ からレバーの回転軸までの半径

a_0, a =おのおのレバー, ステッキのダッシュ・ポットの許動係数

S_0, S =おのおのレバー, ステッキの等価ばねのこわさ(付録参照)
 c_0, c =おのおのレバー, ステッキのばねの compliance

$V, v_0, \dots, v_4$: 電圧

$Q, R, f_n, f_c, f_0, \dots, f_5$: 電流
 $\lambda_0, \lambda_1, 1/pm_0, \dots$: インピーダンス

T_0, T_1 : 変圧器

第3図 第2図の等価回路

$$v_1 = b_n/l_0, v_2 = l/e, v_3 = b_c/e, \dot{\Phi} = v_0/b_n, m' = m + M,$$

$$m_3 = \frac{1}{\nu_2} m_0 + (\nu_3^2/\nu_2) m_c, J = m_c b_c^2, J' = e^2 m_0 + J,$$

$$\lambda_0 = 1 / \left(\frac{1}{a_0} + \frac{1}{pc_0} \right), \lambda_1 = 1 / \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{pc} \right),$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\nu_2} \lambda_1 + \nu_2 \lambda_0$$

2. 置換の検討とその等価回路

付録第A1図(a)の回転はりの先端のたわみおよび根元の曲げモーメントの両者が第A1図(b)のモデルのそれに近似的に等しくなるようなモデルの等価こわさ S , 等価質量 m が(A9)式によって与えられるための七つの仮定の妥当性について検討してみよう。仮定(i), (ii)を要約するとステッキ, レバーの両回転はりの変形が微小であるということになる。これについては長さが短くかつ大きなたわみを起すのはステッキの方であるから, これについて考えるだけでよい。この実測の一例をあげると, ステッキの長さ 680 mm に対し先端の最大たわみは 9 mm 程度である⁽⁹⁾。仮定(iii), (iv)についてもはりの特別な点を除いては成立することが概算の結果判明する。仮定(v)について検討してみる。現在最も多く使用されている織機の一例について述べると, I/AI^2 (I, A, l : おのおのはりの断面二次モーメント, 断面積, 長さ)の値はステッキ 1/2 100, レバー 1/1 400 程度である。したがってこの仮定が成立すると考えてよい。仮定(vi)については2回転はりともに木材であることを考慮に入れればよい。仮定(vii)については現今の織機のステッキ, レバーの r の値はほぼ1程度である。よってステッキ, レバーともに第A1図(b)のごとく置換して近似計算を行うことができる。なお本文では取扱いを更に一般化するためダッシュ・ポットをばねと並列に入れた。次にステッキ, レバーはともに木材であるのに反してステッキ・キャップ等は鋳鉄製で十分な強度を有しているから剛体とみなし, さらにシャトルとピッカを一つの質点とみなしても, 問題の本質を変更することにはならない。これらの諸事実よりひ投機構は第2図のように書き直される。このような振動網は移動度の概念を利用し電氣的等価回路に書き直すと計算に便利である。そこでこれを用い $v_3/v_2 = b_c/e, v_4/v_3 = l/e$ が近似的に成立するとし第2図より得られたのが第3図である。図の T_0 は巻数が一次側 b_n , 二次側 l_0 , また T_1 は巻数一次側 e , 二次側 b_c および l の変圧器である。この図では $v_0, v_1, v_2, v_3, v_4, V$ を電圧, $R, Q, f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_n, f_c$ を電流, $\lambda_0, \lambda_1, 1/pm_n, 1/pm_0, 1/pm_c, 1/p(m+M)$ をインピーダンスと考えればよい。

3. 計 算

第3図から次の関係が得られる。

$$f_0 + f_n = Q \dots \dots \dots (1) \quad f_1/f_0 = \nu_1 \dots \dots \dots (2)$$

$$f_2 + f_3 = f_1 \dots \dots \dots (3) \quad f_3 = \nu_2 f_4 + \nu_3 f_c \dots \dots (4)$$

$$f_4 = f_5 + R \dots \dots \dots (5) \quad v_1/v_0 = 1/\nu_1 \dots \dots \dots (6)$$

$$v_3/v_2 = \nu_3 \dots \dots \dots (7) \quad v_4/v_2 = \nu_2 \dots \dots \dots (8)$$

$$v_0 = f_n \frac{1}{pm_n} \dots\dots\dots (9)$$

$$v_2 = f_2 \frac{1}{pm_0} \dots\dots\dots (10)$$

$$v_3 = f_c \frac{1}{pm_c} \dots\dots\dots (11)$$

$$V = f_5 \frac{1}{pm'} \dots\dots\dots (12)$$

$$v_1 - v_2 = f_1 \lambda_0 \dots\dots\dots (13)$$

$$v_4 - V = f_4 \lambda_1 \dots\dots\dots (14)$$

これから *

$$V = \frac{\frac{1}{\nu_1} v_0 - (\lambda_0 \lambda_1 m_3 p + \lambda_2) R}{\lambda_0 \lambda_1 m_3 m' p^2 + (\lambda_2 m' + \lambda_0 m_3) p + \frac{1}{\nu_2}} \dots\dots\dots (15)$$

$$v_2 = \frac{\frac{1}{\nu_1 \nu_2} (1 + \lambda_1 m' p) v_0 - \lambda_0 R}{\lambda_0 \lambda_1 m_3 m' p^2 + (\lambda_2 m' + \lambda_0 m_3) p + \frac{1}{\nu_2}} \dots\dots\dots (16)$$

$$Q = \left(\frac{1}{\nu_1^2 \lambda_0} + m_n p \right) v_0 - \frac{1}{\nu_1 \nu_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_0} R - \frac{1}{\nu_1 \nu_2} \frac{\lambda_1}{\lambda_0} \left(\frac{1}{\lambda_1} + m' p \right) \frac{\frac{1}{\nu_1} v_0 - (\lambda_0 \lambda_1 m_3 p + \lambda_2) R}{\lambda_0 \lambda_1 m_3 m' p^2 + (\lambda_2 m' + \lambda_0 m_3) p + \frac{1}{\nu_2}} \dots\dots\dots (17)$$

$$f_3 = \frac{\left\{ \frac{\nu_3^2}{\nu_1 \nu_2} \lambda_1 m_c m' p^2 + \left(\frac{\nu_2}{\nu_1} m' + \frac{\nu_3^2}{\nu_1 \nu_2} m_c \right) p \right\} v_0 + (1 + m_0 \lambda_0 p) R}{\lambda_0 \lambda_1 m_3 m' p^2 + (\lambda_2 m' + \lambda_0 m_3) p + \frac{1}{\nu_2}} \dots\dots\dots (18)$$

が得られる。

4. 特 殊 例

$$\lambda_0 = p/S_0, \quad \lambda_1 = p/S \dots\dots\dots (19)$$

なる特別の場合について考える。これを (15), (16), (17), (18) に代入すると

$$V = \frac{S_0 \text{Sel}_0 l \dot{\Phi} - \{J' p^3 + (S_0 e^2 + S l^2) p\} R}{f(p)} \dots\dots\dots (20)$$

$$v_2 = \frac{S_0 e^2 l_0 (m' p^2 + S) \dot{\Phi} - \text{Sel} p R}{f(p)} \dots\dots\dots (21)$$

$$Q = \frac{l_0}{b_n} (m_n \bar{p} v_2 + f_3) + b_n m_n (p \dot{\Phi}) \dots\dots\dots (22)$$

$$f_3 = \frac{(S_0 l_0 J m' p^3 + S_0 S l_0 l^2 m' + J p) \dot{\Phi} + \text{Sel} (m_0 p^2 + S_0) R}{f(p)} \dots\dots\dots (23)$$

ただし $k_1 = m' J'$, $k_2 = (J' + l^2 m') S + S_0 e^2 m'$, $k_3 = S_0 S e^2$, $k_4 = \sqrt{k_2^2 - 4 k_1 k_3}$, $f(p) = k_1 p^4 + k_2 p^2 + k_3$ (24)

である。今 (20), (21), (23) の分母の根を

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \sqrt{\frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 4 k_1 k_3}}{2 k_1}}, & p_2 &= -\sqrt{\frac{-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 4 k_1 k_3}}{2 k_1}} \\ p_3 &= \sqrt{\frac{-k_2 - \sqrt{k_2^2 - 4 k_1 k_3}}{2 k_1}}, & p_4 &= -\sqrt{\frac{-k_2 - \sqrt{k_2^2 - 4 k_1 k_3}}{2 k_1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

とおけば Heaviside の展開定理と Duhamel の定理より求むるシャットルの速さは

$$V = \frac{S_0 \text{Sel}_0 l}{k_4} \int_0^t \dot{\Phi}(\tau) \left\{ \frac{1}{p_1} \sinh p_1(t-\tau) - \frac{1}{p_3} \sinh p_3(t-\tau) \right\} d\tau - \frac{1}{k_4} \int_0^t R(\tau) \{ (S_0 e^2 + S l^2 + J' p_1^2) \cosh p_1(t-\tau) - (S_0 e^2 + S l^2 + J' p_3^2) \cosh p_3(t-\tau) \} d\tau \dots\dots\dots (26)$$

同様にして

$$v_2 = \frac{S_0 e^2 l_0}{k_4} \int_0^t \dot{\Phi}(\tau) \left\{ \left(m' p_1 + \frac{S}{p_1} \right) \sinh p_1(t-\tau) - \left(m' p_3 + \frac{S}{p_3} \right) \sinh p_3(t-\tau) \right\} d\tau - \frac{\text{Sel}}{k_4} \int_0^t R(\tau) \{ \cosh p_1(t-\tau) - \cosh p_3(t-\tau) \} d\tau \dots\dots\dots (27)$$

$$Q = \frac{l_0}{b_n} \left[\frac{S_0 l_0}{k_4} \int_0^t \dot{\Phi}(\tau) \{ \{ m' (e^2 m_n + J) p_1^2 + S (e^2 m_n + l^2 m' + J) \} \cosh p_1(t-\tau) - \{ m' (e^2 m_n + J) p_3^2 + S (e^2 m_n + l^2 m' + J) \} \cosh p_3(t-\tau) \} d\tau + \frac{\text{Sel}}{k_4} \int_0^t R(\tau) \left[\left\{ (m_0 - m_n) p_1 + \frac{S_0}{p_1} \right\} \sinh p_1(t-\tau) - \left\{ (m_0 - m_n) p_3 + \frac{S_0}{p_3} \right\} \sinh p_3(t-\tau) \right] d\tau \right] + b_n m_n \frac{d^2 \Phi}{dt^2} \dots\dots\dots (28)$$

$$f_3 = \frac{S_0 l_0}{k_4} \int_0^t \dot{\Phi}(\tau) \{ (J m' p_1^2 + S l^2 m' + J) \cosh p_1(t-\tau) - (J m' p_3^2 + S l^2 m' + J) \cosh p_3(t-\tau) \} d\tau + \frac{\text{Sel}}{k_4} \int_0^t R(\tau) \left\{ \left(m_0 p_1 + \frac{S_0}{p_1} \right) \sinh p_1(t-\tau) - \left(m_0 p_3 + \frac{S_0}{p_3} \right) \sinh p_3(t-\tau) \right\} d\tau \dots\dots\dots (29)$$

$$(26), (27) \text{ を } V = dy_1/dt, \quad v_2 = dy_2/dt, \quad \Phi(0) = y_1(0) = y_2(0) = 0 \dots\dots\dots (30)$$

として積分すれば

$$y_1 = \frac{S_0 \text{Sel}_0 l}{k_4} \int_0^t \Phi(\tau) \left\{ \frac{1}{p_1} \sinh p_1(t-\tau) - \frac{1}{p_3} \sinh p_3(t-\tau) \right\} d\tau - \frac{1}{k_4} \int_0^t R(\tau) \left\{ \left(\frac{S_0 e^2 + S l^2}{p_1} \right) \cosh p_1(t-\tau) - \left(\frac{S_0 e^2 + S l^2}{p_3} \right) \cosh p_3(t-\tau) \right\} d\tau \dots\dots\dots$$

$$+J'p_1) \sinh p_1(t-\tau) - \left(\frac{S_0 e^2 + S_l^2}{p_3} + J'p_3 \right) \sinh p_3(t-\tau) \} d\tau \quad (31)$$

$$y_2 = \frac{S_0 e^2 l_0}{k_4} \int_0^t \Phi(\tau) \left\{ \left(\frac{S}{p_1} + m'p_1 \right) \sinh p_1(t-\tau) - \left(\frac{S}{p_3} + m'p_3 \right) \sinh p_3(t-\tau) \right\} d\tau \\ - \frac{S e l}{k_4} \int_0^t R(\tau) \left\{ \frac{1}{p_1} \sinh p_1(t-\tau) - \frac{1}{p_3} \sinh p_3(t-\tau) \right\} d\tau \quad (32)$$

5. 他の理論との関係

(i) 従来の理論 まず本文の理論において

(a) 置換機構 (b) 同左等価回路
M: シャットルとピッカ R: スエルの抵抗
S_t: ひ投機構全体のこわさ

第4図 ステッキ, レバーの質量を無視した従来の理論

$$m_0 = m = m_n = J = 0 \quad (33)$$

とおき従来の理論⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾と同一の出発点, すなわち, 第4図の立場をとることによってそれらを導き出してみよう. (33) より $m' = M$, $J' = 0$, $k_1 = 0$, $k_2 = (S_0 e^2 + S_l^2) M$ であるから

$$S_t = \frac{S_0 S e^2}{S_0 e^2 + S_l^2}, \quad v_n = \frac{l_0 l \dot{\Phi}}{e}, \quad y_n = \frac{l_0 l \Phi}{e} \quad (34)$$

とおけば (20) より

$$V = \frac{S_t v_n - p R}{M p^2 + S_t} \quad (35)$$

S_t は置換機構全体を更に一つのばねに置き換えた時の相当こわさであることが容易に示される.

(34) の y_n は Vincent 氏が "Nominal motion" と名付けたものである.

これより

$$V = \frac{l_0 l}{e} p_t \int_0^t \dot{\Phi}(\tau) \sin p_t(t-\tau) d\tau \\ - \frac{1}{M} \int_0^t R(\tau) \cos p_t(t-\tau) d\tau \quad (36)$$

$$y_1 = \frac{l_0 l}{e} p_t \int_0^t \Phi(\tau) \sin p_t(t-\tau) d\tau \\ - \frac{1}{M p_t} \int_0^t R(\tau) \sin p_t(t-\tau) d\tau \quad (37)$$

ただし $p_t = \sqrt{S_t/M}$

これらの式は, 第4図より直接求められるものである. なおこのような特別の場合には

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= \frac{e}{l} \left\{ V + \frac{S_t}{S} (v_n - V) \right\} \\ y_2 &= \frac{e}{l} \left\{ y_1 + \frac{S_t}{S} (y_n - y_1) \right\} \\ Q &= \frac{l_0}{b_n} \frac{l}{e} S_t (y_n - y_1) \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$$f_3 = \frac{l}{e} S_t (y_n - y_1)$$

なる関係が得られる.

(ii) 筆者の先の理論 筆者の先に発表した理論⁽⁵⁾において

$$\mu_1 = \mu_2 = 1, \quad \mu_3 = 0 \quad (39)$$

とおけば本文の諸式と全く一致することが容易に示される.

6. 他の理論との数値計算による比較検討

数値計算は遠州自動織機おさ(箆)幅 44 in を例にとり第1表のごとき四つの場合について行われた. この場合

第1表 数値計算の条件

No.	シャットルとピッカの質量和 M kg	ノーズの角速度 ω_0 rad/s(一定)	スエルの抵抗 R kg重(一定)
1	0.6	1.4	1
2	0.6	1.2	1
3	0.6	1.4	2
4	0.8	1.4	2

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= 0 & t < 0 & R(t) = 0 & t < 0 \\ &= \omega_0 t & t \geq 0 & & = \frac{t}{t_0} R & t_0 \geq t \geq 0 \\ & & & & R: \text{一定} \\ R(t) &= R & t_1 > t \geq t_0 \\ &= 0 & t > t_1 \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

とした. No. 1 のクランク軸 rpm はほぼ 170 の場合に相当する. No. 2 は rpm がほぼ 130 の場合, No. 3 はスエルの抵抗のみを強くした場合, No. 4 は現在よりシャットルの質量を増加させた場合である. この結果第 5, 6, 7, 8 図が得られた.

いずれの場合も y_1 , V , y_2 , f_3 とともに従来の方法⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾と本文の方法ならびに筆者の先に示した方法⁽⁵⁾との間にはシャットルがピッカより離脱する時には大きな開きがあるが後の二者の間には実用上ほとんどさしかえない程度の差異しかない. マトリックスを用いた筆者の先の論文の解析法に対し種々の場合について実験的検討を加えた結果, 数値計算結果とよく一致することが確かめられた. したがってこれと実用上ほとんどさしかえない程度の差異しかない本文の方法はまた実験結果とよく一致すると言える. なお第 5, 6, 7, 8 図を互に比較することによって, R のこの程度の変化は現象に余り大きな影響を与えないこと, シャットル

第 5 図

第 6 図

の質量の変化は V , f_3 が最大値に達するまでの時間に大きな影響を及ぼすことなどがわかる。

7. 略 算

以上の諸式において

- (i) p_3 項のみを省略したもの
- (ii) p_3 項ならびにスエルの抵抗 R の項を省略し

たもの

の両者と全然省略しないものとを比較した結果を第 9 図に示した。数値計算は第 1 表の No. 2 の場合について行われた。いずれも現在程度の織機では、略算を遂行するに当たって p_3 の項を、更にじん速な概算を行うには p_3 と R の項を省略してよいことを示している。

8. 結 論

置換法による力織機の下打式のひ投機構の解析法について考究した結果、次のような結論が出た。

(i) 現行の織機ではステッキ、レバーをともに等価ばねとその先端の等価質量に置換してよい。

(ii) (i) 項のごとく置換することによって、マトリックス法を用いた場合より、はるかに数値計算の簡易な解が得られる。

(iii) 本法によって数値計算した結果はマトリックス法によったものに比し実用上ほとんどさしかえない程度の差異しかないのに反し、従来のステッキ等の質量を無視した方法

は大きな誤差を生ずる。マトリックス法は実測とよく一致するので、したがって本法も実験結果とよく一致すると考えてよい。

(iv) 本法においてステッキ、レバー、ステッキ・キャップの質量を無視することによって従来の理論が導入される。また筆者の先の論文⁽⁵⁾において $\mu_1=\mu_2=1$, $\mu_3=0$ とおけば本解析法と同一結果が得られる。

第 7 図

第 8 図

(v) 略算を行うには p_3 項を, 更にじん速な概算を行うには p_3 と R の項を省略すればよい。

付録 回転はりの近似等価モデル

O_1 を回転軸とする縦弾性係数 E , 密度 ρ , 断面一様で A , 断面二次モーメント I , 長さ l なるはりの先端に M なる質点がおかれ, これに $t=0$ より x 軸に常

に直角に抵抗 R が働く。このはりの根元に第 A1 図 (a) のごとく T なる曲げモーメントが作用したため突然回転を始めたとしよう。この機構を (イ) M 点の Y 軸方向の変位, (ロ) 根元のモーメント T の両者が近似的に等しくなるような第 A1 図 (b) のごときモデルに置換した場合 m と S をどのように採ったらよいかを論じよう。はりの変形がきわめて微小でかつはり

第 9 図

第 A1 図 x, Y : 回転座標
 x_1, y_1 : 固定座標

の回転角速度があまり大きくない, すなわち

(i) はりの x 軸方向の変位が無視される,

(ii) $1 \gg \left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right)^2$,

(iii) $\theta \gg \frac{\partial Y}{\partial x}$,

(iv) $\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}, a^2 \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4}, x \frac{d^2 \theta}{dt^2} \gg Y \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$

として得られる 回転はりの微分方程式⁽¹⁰⁾

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} &= x \frac{d^2 \theta}{dt^2} \\ \text{ただし } a^2 &= EI/\rho A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A1)$$

を初期条件

$$\left. \begin{aligned} \theta(+0) &= \theta_0, \quad \dot{\theta}(+0) = \omega_0, \quad Y(x, +0) = 0 \\ \frac{\partial Y}{\partial t}(x, +0) &= \omega_0 x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A2)$$

と境界条件

$$Y(0, t) = \frac{\partial Y}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}(l, t) = 0 \dots\dots\dots (A3)$$

ならびに M に関する運動方程式

$$\begin{aligned} R(t) + EI \frac{\partial^3 Y}{\partial x^3}(l, t) + \rho I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \\ = M \left\{ \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}(l, t) - l \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right\} \dots\dots\dots (A4) \end{aligned}$$

よりラプラス変換

$$\left. \begin{aligned} LY(x, t) &= y(x, s), \quad L\theta(t) = \theta(s) \\ LR(t) &= r(s), \quad LT(t) = \tau(s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A5)$$

を用いて解くと

$$\begin{aligned} y(l, s) &= \frac{-1}{f(\alpha)} \left[\frac{l}{\alpha} (\sin \alpha + \sinh \alpha) \left(\theta - \frac{\theta_0}{s} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{l}{\alpha^3} (\cos \alpha \sinh \alpha - \sin \alpha \cosh \alpha) \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ \frac{r(s)l^2}{EI} + \frac{\rho l^2}{E} (s^2 \theta - s \theta_0 - \omega_0) \right\} \right] + l \left(\theta - \frac{\theta_0}{s} \right) \end{aligned} \dots\dots\dots (A6)$$

$$\begin{aligned} \tau(s) &= -EI y''(0, s) = -\frac{EI}{f(\alpha)} \left[\frac{\alpha}{l} (\cos \alpha \sinh \alpha \right. \\ &\quad \left. - \sin \alpha \cosh \alpha - 2\alpha \sin \alpha \sinh \alpha) \left(\theta - \frac{\theta_0}{s} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\alpha l} (\sin \alpha + \sinh \alpha) \left\{ \frac{r(s)l^2}{EI} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\rho l^2}{E} (s^2 \theta - s \theta_0 - \omega_0) \right\} \right] \dots\dots\dots (A7) \end{aligned}$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= ql, \quad q^4 = -s^2/a^2, \quad r = M/\rho Al \\ f(\alpha) &= 1 + \cos \alpha \cosh \alpha + r\alpha (\cos \alpha \sinh \alpha \\ &\quad - \sin \alpha \cosh \alpha) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A8)$$

次に

$$S = 3EI/l^3, \quad m = \frac{1}{4}\rho Al, \quad m' = m + M \dots (A9)$$

とおき (A6) および (A7) を展開する.

$$\mu_0 = \frac{1}{5040} + \frac{r}{630} \quad \text{とおき}$$

$$\begin{aligned} y(l, s) &= \frac{(1 - \mu_0 \alpha^8 + \dots)}{S + m's^2} \left[\left\{ \frac{11 + 40r}{10 + 40r} - \frac{71}{120960} + \frac{r}{210} \right\} \alpha^4 + \dots \right] m'l(s^2\theta - s\theta_0) \\ &\quad + \frac{I}{Al^2} \left(\frac{4}{1 + 4r} - \frac{210}{\frac{1}{4} + r} \alpha^4 + \dots \right) m'l(s^2\theta - s\theta_0 - \omega_0) + \left(1 - \frac{1}{210} \alpha^4 + \dots \right) r(s) \dots\dots\dots (A10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau(s) &= -EIy''(0, s) = -l \frac{S(1 - \mu_0 \alpha^8 + \dots)}{S + m's^2} \left[\left\{ \frac{40}{3} + 40r - \frac{1}{630} + \frac{r}{90} \right\} \alpha^4 + \dots \right] m'l(s^2\theta - s\theta_0) \\ &\quad + \frac{I}{Al^2} \left(\frac{4}{1 + 4r} + \frac{120}{\frac{1}{4} + r} \alpha^4 + \dots \right) m'l(s^2\theta - s\theta_0 - \omega_0) + \left(1 + \frac{1}{120} \alpha^4 + \dots \right) r(s) \dots\dots\dots (A11) \end{aligned}$$

(v) はりが細長い場合 I/Al^2 の項が無視出来,(vi) また高次の振動項である α^4 以上の項を省略すると (A10), (A11) は

$$y(l, s) = \frac{1}{S + m's^2} \left[\frac{11 + 40r}{10 + 40r} m'l(s^2\theta - s\theta_0) + r(s) \right] \dots\dots\dots (A12)$$

$$\begin{aligned} \tau(s) &= -lS \frac{1}{S + m's^2} \left[\frac{40}{3} + 40r - \frac{1}{630} + \frac{r}{90} \right] m'l(s^2\theta - s\theta_0) \\ &\quad + r(s) \dots\dots\dots (A13) \end{aligned}$$

一方第 A1 図 (b) の場合についてやはりラプラス変換を用いて計算すると

$$y(l, s) = \frac{m'l(s^2\theta - s\theta_0 - \omega_0) + r(s) + m'l\omega_0}{m's^2 + S} \dots\dots\dots (A14)$$

$$\tau(s) = -lS \frac{m'l(s^2\theta - s\theta_0 - \omega_0) + r(s) + m'l\omega_0}{m's^2 + S} \dots\dots\dots (A15)$$

(A12), (A13) 両式をおのおの (A14), (A15) と比較すると

(vii) r が大きい場合はおのおの近似的に一致することがわかる. したがって, 第 A1 図 (b) に示される (A9) 式の m, S が, はりの先端のたわみ $Y(l, t)$ および根元の曲げモーメント $T(t)$ が近似的に等しくなるようなモデルの等価質量ならびにばねのこわさである.

文 献

- (1) 内田, 東京工大学報, 4 巻 3 号, 209 ページ.
- (2) J.J. Vincent, *J. Text. Inst.*, Vol. 30, No. 7 (1939 July), T. 103.
- (3) 渡辺・宮田・万, 繊維機械学会誌, 5 巻 5 号, 29 ページ, (昭 27-5).
- (4) I.H. Thomas, J.J. Vincent, *J. Text. Inst.* (1949-1), T. 1.
- (5) 筆者, 機械学会論文集, 22 巻 114 号, 102 ページ (昭 31-2).
- (6) F.A. Firestone, *J. App. Phys.*, Vol. 9, p. 373, (1938).
- (7) 中田, 機械の数学的解析 (誠文堂新光社) 139 ページ.
- (8) R. Plunkett, *J. App. Mech.*, Vol. 21, No. 3 (Sep. 1954), p. 250.
- (9) 筆者, 繊維学会誌, 11 巻 8 号, 46 ページ (昭 30-8).
- (10) 鴨川・木内・井形, 機械学会論文集, 18 巻 75 号, 131 ページ (昭 29-11).