536.242 : 536.25

円筒体の表面熱伝達率について (第 3 報)*

坪 内 為 雄** 佐 藤 千 之 助***

On the Heat Transfer Coefficients of a Cylindrical Bodies (3rd Report)

by Tameo Tsubouchi and Sennosuke SATO

In many investigations hitherto made, the heat transfer coefficients of the cylindrical surface free from the end effect or the mean heat transfer coefficients over the whole surface of a cylindrical body have been measured, but have scarcely been measured those of individual surface affected by the other surface of a body. In the present investigation, we have measured the local and the mean heat transfer coefficients of the vertical end surface and the horizontal cylindrical surface of circular cylinders which are located in the still air horizontally by means of "the temperature boundary layer method" together with the usual "heat quantity method".

The results of experiment are expressed in the experimental formulae on the each parts of cylinders and are compared with the conventional formulae of the vertical plates and the horizontal cylinders.

1. 緒 言

前報において著者らは自然対流による垂直円筒体の上・下端面の表面熱伝達率を測定し、水平な平板の場合と比較し、著しい差異を明らかにした⁽¹⁾。本報告はその続報として、円筒体を水平にしその垂直な端面の表面熱伝達率および端面の影響を受ける円筒面の熱伝達率を温度境界層法と熱量法を併用して測定したものである。従来、水平円筒に関しては多くの研究が発表されているが、いずれも端部の影響のない円筒面または端面をも一括した全体としての熱伝達率を測定したもので端面や端部の直接的影響には触れておらず実際上有限長さの円筒に対する熱伝達率の評価は不明確なものである。本報告はこれらの点を明らかにするため、局所熱伝達率の分布および平均熱伝達率を測定し、通常の水平円筒や垂直平板の諸結果⁽²⁾と比較したものである。

2. 実 験 方 法

前報の方法と同様に、外部と完全に断した測定室の中央に第 1 図の試片を水平におき、端面を垂直にして定常態になってから室外から遠隔操作して測定を行った。第 1 図試片 (A) の詳細は前報のとおりである

* 昭和 31 年 4 月 3 日 第 33 期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和 32 年 2 月 14 日。

、* 正員、東北大学高速力学研究所。

第 1 図 試 片 断 面 図

が、試片 (B) は円筒面の熱伝達率の分布を測るための試片であって、試片 (A) と同様に端面および円筒面が、別々の直流電源によっておのおの等しい温度に調整される。また直径の 3 倍の長さの ほう材製の熱絶縁部を介して支持棒に固定して、その影響を測定できるようにした。なお試片直径は 35, 70, 100, 200 mm である。試片表面温度は、銅・コンスタンタン熱電対 (0.1 mm) を端面上 5 ないし 6 箇所、円筒面上 3 ないし 8 箇所、木製のガード部で 6 箇所に埋め込み測定した。試片表面に接する流体内の温度分布は直径 0.025 mm のクロメル・アルメル熱電対を竹ひご製のフォ

ークを介して測定面に平行に張り, これを測定室外の目盛り 1/100 mm の微動装置に取り付け, 精密級電位差計によって測定を行った. 各試片の一定温度差についての局所熱伝達率の測定は 30~40 箇所について行い, その間の温度差の変動は 1% 以内に調整した.

いま, 面積 $dF \text{ m}^2$, 温度 $T_w \text{ }^\circ\text{C}$ の部分から, 温度 $T_a \text{ }^\circ\text{C}$ なる流体に対流熱伝達量を $dQ_c \text{ kcal/h}$ と表わせば, この熱量はその部分の境界層内の流体の伝導熱量に等しいから, 面から $x \text{ m}$ 離れた点の流体温度を $\theta \text{ }^\circ\text{C}$, その流体の熱伝達率を $\lambda \text{ kcal/mh}^\circ\text{C}$ とすれば, 局所熱伝達率 $\alpha_c \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ は次式で表わされる.

$$\alpha_c = \frac{dQ_c}{\Delta T \cdot dF} = -\frac{\lambda}{\Delta T} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに $\Delta T = T_w - T_a$

したがって, 直径 D_m の円筒端面の平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_c \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ は α_c をその全面につき積分し

$$\bar{\alpha}_c = -\frac{4 \sum \lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0} dF}{\pi D^2 \Delta T} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ΔT は端面の全面積にわたる平均温度差で

$$\Delta T = \frac{8}{D^2} \int_0^{\frac{D}{2}} \Delta T r dr \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに r は中心からの距離を表わす. この方法を温度境界層法と名付ける.

加熱電線②の総熱量 $Q_T \text{ kcal/h}$ を精密に測定すれば, $Q_c \text{ kcal/h}$ は次式からも求めることができる.

$$Q_c = Q_T - (Q_R + Q_E + Q_{so} + Q_{sR} + Q_l) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに Q_R は供試端面からのふく射損失, Q_E は軸方向の伝導熱量, Q_{so} , Q_{sR} は側面からの対流およびふく射損失, Q_l は加熱導線からの伝導損失である. なお Q_E は平衡加熱コイルの調整により, ベークライト板両面の温度を等しくすると零にすることが出来る. また, ふく射係数は前報における下向き端面についての温度境界層法によって精密に測定された結果から決定された値を採用し, 端面および側面のふく射係数 C_w , C_s の値は端面たる銅表面で $C_w = 1.1$, 側面たる白紙の場合 $C_s = 4.6$ であった⁽³⁾. Q_l は Q_E と同様の意味で無視出来る. この方法を熱量法と名付け, 直接平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_c$ を求めることが出来る. すなわち

$$\bar{\alpha}_c = 4 Q_c / (\pi D^2 \cdot \Delta T) \quad \dots\dots\dots (5)$$

試片 (B) において, 加熱端面から軸方向に Z なる断面において下部岐点から測った角度 θ の点における局所熱伝達率を $\alpha_{cz}(\theta)$ とすれば, その断面の平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_{cz}$ は

$$\bar{\alpha}_{cz} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \alpha_{cz}(\theta) d\theta \quad \dots\dots\dots (6)$$

このとき境界層温度こう配 $\alpha_{cz}(\theta)$ の測定は前記の熱電対を常に試片の半径方向に微動装置に回転微動装置をつけて行った.

あらかじめ試片表面に近接した空気温度は前報と同様に測定したが, 円筒の上端近傍以外はともに安定し

た境界層であった. 不安定部分の熱伝達量 Q_{so} に占める割合は 10% 程度で測定回数を多くすれば十分の精度をうる事が出来る.

3. 実験結果

試片円筒体を水平にして, 垂直面をなす端面からの熱伝達率を温度境界層法によって測定した. 第2図は端面からの熱伝達率を求めるために, 前記のごとくして決定された熱量法による熱量関係の一例を示したものである. 同図には, 熱量法による平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_c$ と後述の温度境界層法による結果を比較したものをあわ

第2図 熱量関係の一例と熱量法と温度境界層法の比較

せ示した. 両者は実験誤差の範囲でよく一致することを確かめた. 試片端面上の局所熱伝達率 α_c は周辺附近で測定を密にし, 各試片の一定温度差について 30~40 箇所測定を行った. 第3図は各試片端面上を垂直に区分し, そのパラメータ ξ の三つの値についての垂直方向の α_c の分布を測定した一例を示した. 比較のため, Schmidt と Beckmann の垂直平板に対する実験結果を基にして導かれた Pohlhausen⁽⁴⁾ の次式の理論式を点線で示した.

$$\alpha_{c\xi} = 0.359 \lambda_m \left[\frac{f(\Delta T)}{y} \right]^{\frac{1}{4}} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに $f(\Delta T) = \frac{g \beta_m \Delta T}{\nu_m^2}$, λ_m , β_m , ν_m および g は

それぞれ空気の熱伝導率, 体膨張係数, 動粘性係数および重力の加速度であり, T_w と T_a との算術平均温度 T_m に対する値を用いた. (7) 式は半無限板が床に接して垂直面をなす壁面などに適用される理論式であるが, 本実験の場合のように有限の大きさの円形端面と比較して, 下端において著しく大きく, 上端附近では小さいが全体としての値は幾分大きい.

第4図は(2)式による平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_c$ と平均温度差 ΔT の関係を示した. 直径の小なるほど, 温度差の大なるほど, $\bar{\alpha}_c$ の値は増大する. 実線は後述の実験式を示し

(a) $D=70 \text{ mm}$, $\Delta T=143.0^\circ\text{C}$ (b) $D=100 \text{ mm}$, $\Delta T=123.5^\circ\text{C}$ (c) $D=200 \text{ mm}$, $\Delta T=64.7^\circ\text{C}$ 第 3 図 垂直方向の α_c の分布と垂直板の比較

$$\bar{\alpha}_c = 0.48 \lambda_m \left\{ \frac{f(\Delta T)}{D} \right\}^{0.25} \quad \dots\dots\dots (8)$$

なる関係があり、最大約 7% の実験誤差内で一致する。同図には円筒側面を加熱しない場合も同様に測定

し、その値を記載してあるが、加熱した場合とほとんど一致し (7) 式で表わされた。

いま、直径 D を基準長さとするレイノルズ数とグラスホフ数で整理し、対数図表に記入すれば第 5 図をうる。これより、 $10^5 < Gr < 10^8$ の実験範囲で前論文と同形の次の実験式を得た。

第 4 図 円筒端面の平均熱伝達率と温度差の関係

$$Nu = 0.48 Gr^{0.25} \quad \dots\dots\dots (9)$$

この結果は、高さ 2 ft 以下の低い垂直板に対する Schmidt, Beckmann⁽⁵⁾ の結果や最近の菅原氏ら⁽⁶⁾ の垂直平面板に対する計算式において、基準長さたる高さを、直径 D に等しくとった場合と一致するものであることがわかった。また、Pohlhausen の (7) 式において、下端から高さ D までの間の平均の熱伝達率を $\bar{\alpha}_\xi$ とすれば

第5図 円筒端面の Nu 数と Gr 数の関係

$$\bar{\alpha}_\xi = \frac{1}{D} \int_0^D \alpha_{c\xi} dy = \frac{4}{3} [\alpha_{c\xi}]^D \doteq 0.48 \lambda_m \left\{ \frac{f(\Delta T)}{D} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり同様に (9) 式に一致する。

上記垂直平板に対する結果は、高さ D なる板に適用される式であるが、円形板全面についての平均熱伝達率を与えるものではない。

いまこれを、円形板に適用出来るものと仮定し、われわれの実験の場合と比較してみよう。第6図において円形板の中心軸からの任意の距離 r における垂直な弦の長さ D_ξ を高さとする幅 dr なる

帯状の垂直平板の平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_\xi$ は (9) 式から

$$\bar{\alpha}_\xi = 0.48 \lambda_m \left\{ \frac{f(\Delta T)}{D_\xi} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

上式が D_ξ のすべての値に対して成立するものとし、パラメータ ξ を導入すれば

$$r = \xi D/2, \quad D_\xi = D\sqrt{1-\xi^2}$$

第7図 垂直な円筒端面と円形平板の局所平均熱伝達率の比較

いま、各試片寸法のある温度差に対する $\bar{\alpha}$ と ξ の関係を図示すれば、第7図の点線のようにになる。比較のため、円筒端面の実験値を記入すれば実線のようにになる。同図から垂直円板に対する計算値の方が、幾分大きい。

(11) 式を円形全面につき積分し、この場合の平均熱伝達率を $\bar{\alpha}_{\xi m}$ とすれば

$$\bar{\alpha}_{\xi m} = \frac{8}{\pi D^2} \int_0^{\frac{D}{2}} \bar{\alpha}_\xi D_\xi dr \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$= \frac{1.92}{\pi} \lambda_m \left\{ \frac{f(\Delta T)}{D} \right\}^{\frac{1}{4}} \int_0^1 (1-\xi^2)^{3/8} d\xi \\ \doteq 0.51 \lambda_m \left\{ \frac{f(\Delta T)}{D} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

上式から円形の垂直平板の場合には、水平円筒の端面と比較し、約6% 大きいことになる。この関係をヌセルト数とグラスホフ数で整理すれば

$$Nu \doteq 0.51 Gr^{0.25} \quad \dots\dots\dots (14)$$

これを第5図に点線で示した。

従来、垂直平板に対する結果は前記の諸結果の外、Squire の近似計算式⁽⁷⁾や実験に基く McAdams の推奨式⁽⁸⁾等があり、これらは機械工学便覧に掲載されている。プラントル数 $Pr=0.71$ とし、垂直平板の高さを基準長さとするれば

$$McAdams; \quad Nu = 0.54 Gr^{0.25} \quad \dots\dots\dots (15)$$

上式は垂直な長方形板に対する Saunders の実験値に基く公式であるから円形の端面の場合と直接比較することは出来ないが、Pohlhausen らの式と比較し、更に 12.5% 大きい。したがって本実験の場合のように、水平円筒の垂直面をなす端面の熱伝達率の値は、円形の垂直平板の場合と比較し幾分小さいものと結論することが出来る。なお、鎖線は泉氏の円筒面に対する実験値である⁽⁹⁾。これは従来の結果の2倍以上の値を与えるものであり、熱量法のみによる測定においてよく射係数の仮定、軸方向の熱損失の測定における誤差等に起因するものと推定される。

第8図 水平円筒の端部および中央部の熱伝達率の分布 ($D=70 \text{ mm}$, $\Delta T=1120^\circ \text{C}$)

熱量法において、 Q_{sc} の決定に際して、温度境界層法によって、円筒の端面に近接した円筒面の α_c の分布を測定した。これを中央部の分布と比較しよう。第 8 図はその一例で、半径方向の α_{cz} と角度 φ° の関係を示した。図において Z は端面からの軸方向の距離を示した。従来、端部の影響のない円筒面の α_c の分布を測定した研究は著者らと類似な方法による Jodlbauer⁽¹¹⁾ の、シリレン写真写真による Schmidt らの

第 9 図 水平円筒の断面の平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_{zm}$ の分布 [試片 (B) について]

第 10 図 水平円筒の端部および中央部の局所熱伝達率の分布
($D=31.75$ mm, $\Delta T=108.8^\circ\text{C}$)

第 11 図 円筒端部と中央部の Nu 数と Gr 数の関係

実験がある。図には比較のため、周知の Hermann⁽¹¹⁾ および最近発表された Merk, Prins⁽¹²⁾ の理論的研究を示した。Jodlbauer らの研究は試片寸法が異なるので直接比較しなかったけれども彼らの分布傾向とよく類似している。円筒中央部の $\bar{\alpha}_{cm}$ に対するわれわれの実験式は、測定範囲 $10^5 < Gr < 10^8$ において

$$Nu = 0.40 Gr^{0.25} \quad (16)$$

であって、Jodlbauer の実験値を整理して得られる実験式および最近の Merk, Prins の理論式

$Nu = 0.399 Gr^{0.25}$ とよく一致するものであった。第 9 図は試片 (B) による直径 31.75 mm の水平円筒の各断面における平均熱伝達率 $\bar{\alpha}_{zm}$ の分布を示した。図から試片端部の加熱円筒部分に及ぼす影響を知ることが出来る。端部において $\bar{\alpha}_{zm}$ は急激に増大し、中央部の約 1.6 倍に達するが、その影響は端部からその直径に等しい距離の範囲を出ないことがわかる。また第 10 図は試片 (B) における軸方向の α_z の分布の一例を示した。これから試片 (A) の円筒中央部の α_c の値は端面の影響が無視出来る場合と考えることが出来、この分布曲線と円筒端部の $\alpha_{c,z=0}$ の曲線と比較すれば、下半分の $\varphi = 0^\circ \sim 90^\circ$ 附近では上昇する冷い気流によって著しく大きくなり、 $\varphi = 180^\circ$ 附近ではほぼ等しい値になる。加熱円筒端部の実験値より $\bar{\alpha}_{c,z=0}$ を求め、ヌセルト数とグラスホフ数の対数図表上に表わせば第 11 図のようになり、次の実験式で表わされた。

$$Nu = 0.76 Gr^{0.23} \quad (17)$$

図には円筒中央部の結果 (16) および機械工学便覧所載の式⁽¹³⁾

$$Nu = 0.49 Gr^{0.25} \quad (18)$$

をあわせ合した。(17) 式はたとえば $Gr = 10^6$ において円筒中央部の (16) 式より約 46% 大きく、便覧の (18) 式よりも約 17% 大きい。また Gr の増大につれて、その差異は減少する傾向がみとめられる。最近泉氏⁽¹⁴⁾ は直径 $D=6$ mm と 10 mm の銅製円棒からの全体としての熱伝達率を測定したが (18) 式と比較して $D=10$ mm で棒長 l の場合 $l/D=3$ 程度で約 20 数% 過大な値となり、 l/D が更に大きいときは逆に次第に減少する傾向を見出している。この結果は、第 11 図から端部の影響を受けた円筒端部の値と通常の水平円筒の結果を比較して Gr の小なるほど、すなわち同一温度差について直径の小なるほどその差異が増大するので、全体としての熱伝達率が増大し、逆に直径が太くかつ長くなるほどその差異が縮小し、

全体としての熱伝達率が減少する傾向があることを引き合わせて了解することが出来る。またわれわれは第 1 報の有限傾斜円筒の熱伝達の測定において、 l/D の値に対する同様な結果を明らかにした。

さて、全体としての熱伝達率に基く機械工学便覧の式 (18) はわれわれの局所熱伝達率による実験式 (17) と比較して約 20% 大きい。こ

の差異は本実験における有限長さの円筒体において前記の端部の影響による $\bar{\alpha}_{zm}$ の増大, また Schmidt がシリレーン撮影において観察の結果指摘しているように測定室のわずかの空気変動によって熱伝達が敏感に増大するが, これらの影響によるものと思われる。

4. 結 論

試片円筒を水平にしその垂直面をなす円形な端面および端部の影響をうける円筒面からの自然対流による熱伝達率を測定し, 従来の垂直平板, 水平円筒の諸結果と比較し次の結果を得た。測定範囲は $10^5 < Gr < 10^8$ である。

(1) 円筒面の α の分布を測定し, 端面, 端部の影響を求めた。円筒中央部では Schmidt らの分布曲線とよく類似し, Jodlbauer, Merk らの結果とよく一致する次の実験式を得た。

$$N_u = 0.48 Gr^{0.25}$$

また, 円筒端部では端面の影響のないものとした従来の実験式よりも著しく大なる次の実験式を得た。

$$N_u = 0.76 Gr^{0.23}$$

これは Gr の減少につれてその差異が増大する傾向があり, 従来の実験値のちらばりに対し適用することが出来, 短い有限円筒に対しては, 端部の影響によって著しく大になる。

(2) 円筒端面の熱伝達率は, 垂直平板についての Pohlhausen の理論式を垂直円板とした場合と比較し約6%小さく次式で表わされた。

$$\text{円筒端面 } N_u = 0.48 Gr^{0.25}$$

垂直平板に対する実験結果が理論式と比較して更に大なる値を与えることから水平円筒端面の値は垂直円形平板と比較し幾分小さい値になると考えられる。

(3) 円筒面を加熱しない場合についても同様に測定を行い, 端面に対する影響を調べたが, 加熱した場合とほとんど一致し, 同一の実験式で表わされた。前報における垂直円筒の上, 下端面の熱伝達率は著しい差異があったが, 円筒部分の直接的影響は上昇気流の方向に著しく, 水平円筒の場合にはその差異がわずかなであることを示すものである。

終りに, 本研究に助力された, 広野幸子, 武田茂の両君に感謝の意を表する。

文 献

- (1) 坪内・佐藤・宇佐見, 機械学会論文集, 22 巻 116 号, 248 ページ (昭 31).
- (2) McAdams, *Heat Transmission*, 3rd Edition, McGraw-Hill, (1954) p. 175.
- (3) 重台・室井・齊藤・住田, 電研所報, Vol. 4, No. 4, p. 59. Merks, *Mechanical Engineers Handbook*, 5th Edition, McGraw-Hill, (1949) p. 443.
- (4) Jakob, *Heat Transfer*, Vol. 1, John Wiley & Sons, (1949), p. 443.
- (5) Schmidt and Beckmann, *Tech. Mech. u. Thermodynamick*, Bd. 1, S. 391.
- (6) 菅原・岐美, 機械学会論文集, 17 巻 62 号, 109 ページおよび 115 ページ (昭 26). 第2報においては $N_u = 0.49 Gr^{0.25}$ を得ている。
- (7) Squire の計算値は $N_u = 0.50 Gr^{0.25}$ である。Goldstein, *Modern Developments in Fluid Dynamics*, Oxford, (1938), Vol. 2, p. 641.
- (8) McAdams, 前出, p. 172.
- (9) 泉, 機械学会論文集, 20 巻 100 号, 791 ページ, (昭 29).
- (10) Jodlbauer, *Forsch. Gebiete Ingenieurw.*, (1933), Bd. 4, S. 157.
- (11) Harmann, *Forschungsheft*, 7, 319, (1936), S. 16.
- (12) Merk and Prins, *Appl. Sci. Res.*, Vol. A 4, (1954), p. 207.
- (13) 機械工学便覧 (昭和 26 年版), 11-36 ページ.
- (14) 泉, 機械学会論文集, 21 巻, 109 号, 658 ページ (昭 30).
- (15) 坪内・宇佐見・小泉, 機械学会論文集, 20 巻 92 号, 245 ページ (昭 29).