け傾け、輝点がけい光面上を垂直方向に $H=20\text{ mm}$ だけ偏位するに要する時間 t_0 を測定した結果、 $t_0=7.5\text{ s}$ を得たので、それぞれの場合における偏位量の計算式は、(16) 式より次のようになる。

$$y = \frac{300}{20} \times (1 - e^{-\frac{7.5}{120}}) \times 2.1 H = 1.9 H \quad (\mu) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$y = \frac{300}{20} \times (1 - e^{-\frac{7.5}{120}}) \times 3.7 H = 3.3 H \quad (\mu) \quad \dots\dots\dots (18)$$

さて、第9図および第10図の軌跡より、(17) および (18) 式を考慮して求めた真直度と、受光器を望遠鏡に置換えて各点における読みより計算して求めた真直度とを比較したものがそれぞれ第11図および第12図である。図中、太い実線で示された真直度は輝点の軌跡より得られたものであり、一方、破線で示された真直度は、望遠鏡の読みより得られた真直度であり、これらの値はだいたい満足した一致を示している。

第 11 図

第 12 図

6. 結 言

以上により次の結論をうる。

(1) 本測定法により、じん速な真直度の測定を行うことができ、また、ブラウン管の代りに $x-y$ 記録計を用いれば真直度の自動記録を行うことができる。

(2) 曲率に基く電氣的測定法⁽¹⁾に比べて測定値が安定であり、より詳細な真直度を知ることができるが、振動の多い場所では測定が困難である。

終りにのぞみ、本研究に関し御懇切なる御指導と御鞭撻とを頂いた東京工業大学教授谷口修博士に対し、衷心より感謝の意を表する。また実験その他に関し熱心に協力をされた松井喜美代嬢に厚く御礼申上げる。

文 献

- (1) 筆者、機械学会論文集、23 巻 126 号、93 ページ (昭 32)。

531.793.1

曲 線 連 鎖 に よ る 平 面 曲 線 の 測 定 法*

宮 崎 孔 友**

Method for measuring Plane Curves by a Series of Curves of the pth Degree

by Kōyū MIYAZAKI

For testing plane curves given as a profile curves of templates and the like, the author regards these curves as a series of curves of the Pth degree, and gives both theory and experimental results of a method based on the above principle. In this method, he measures relative errors of these curves compared with the standard ones, or absolute values of coordinates of each dividing points on these curves by using a simple instrument with one or more indicators, and examines whether it is practically applicable.

1. 緒 言

輪郭曲線として与えられる平面曲線を、 p 次曲線の

連鎖せるものと考え、インジケータを持つ簡単な測定具により基準曲線との相対誤差またはその絶対寸法、すなわち曲線上の各分点の座標を測定する方法の測定理論および実験結果について述べ、本測定法の実用的価値を検討したものである。

* 昭和 32 年 4 月 3 日 第 34 期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和 32 年 5 月 10 日。

** 正員、群馬大学工学部。

2. 測定理論

第1図のように、適当数のインジケータを持つ測定具の両可動脚を測定すべき平面曲線上において P_0P_1 , $P_1P_2, \dots, P_{n-1}P_n$ の順に移動させ、これらの区間内にある曲線をそれぞれ p 次曲線とみなし、これらの曲線をなめらかに連鎖することにより測定する。さて、任意の一区間 $P_{i-1}P_i$ を考え、 P_{i-1} を原点、 P_{i-1} と P_i とを結ぶ直線を X 軸とする直交座標軸を考える。い

第 1 図

ま、この区間を p 次曲線とみなす場合には、測定具にとりつけるべきインジケータの数は $p-1$ 個を必要とし、測定具の両脚の先端を結ぶ直線と、各インジケータの測定頭との距離、すなわちインジケータの読みを原点側より順に $Y_1, Y_2, \dots, Y_{p-1}$ で表わせば、曲線 $P_{i-1}P_i$ は次のような p 次曲線で表わされる。

$$Y = \frac{\Delta^0 Y_0}{l_i} X + \frac{\Delta^2 Y_0}{2! l_i^2} X(X-l_i) + \dots + \frac{\Delta^p Y_0}{p! l_i^p} \times (X-l_i)(X-2l_i) \dots (X-(p-1)l_i) \quad (1)$$

ここに、 $\Delta^m Y_0$ は第 m 次階差を表わし、インジケータはすべて等間隔 $l_i = P_{i-1}P_i/p$ にとられるものとする。さて、(1) 式より次式をうる。

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\Delta^1 Y_0}{l_i} + \frac{\Delta^2 Y_0}{2! l_i^2} (2X-l_i) + \frac{\Delta^3 Y_0}{3! l_i^3} (3X^2-6l_i X+2l_i^2) + \dots \quad (2)$$

したがって、 P_{i-1} および P_i における接線が X 軸となす角をそれぞれ α_i および β_i とすれば、これらの角は (2) 式から容易に求められ、一般に次の形式で与えられる。

$$\tan \alpha_i = \frac{1}{l_i} \sum_{j=1}^{p-1} a_j Y_j, \quad \tan \beta_i = \frac{1}{l_i} \sum_{j=1}^{p-1} b_j Y_j \quad (3)$$

ここに、 a_j および b_j は、 p の値によって定まる係数であり、一例として、 $p=2$ および $p=3$ の場合を次に示す。

$$\left. \begin{aligned} p=2: \tan \alpha_i &= \frac{2Y_1}{l_i}, & \tan \beta_i &= -\frac{2Y_1}{l_i} \\ p=3: \tan \alpha_i &= \frac{3}{2l_i} (2Y_1 - Y_2), \\ \tan \beta_i &= \frac{3}{2l_i} (Y_1 - 2Y_2) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

さて、測定法を比較測定法と絶対測定法とに分類して考える。

1. 比較測定法

第2図のように、任意の一区間

第 2 図

$P_{i-1}P_i$ を考え、 $P_{i-1}P_i$ を基準曲線、 $P_{i-1}P_i'$ を被測定曲線とし、 P_{i-1} を原点、 P_{i-1} と P_i とを結ぶ直線を X 軸とする直交座標軸を考える。いま、 P_{i-1}' および P_i' は、それぞれ P_{i-1} および P_i において基準曲線 $P_{i-1}P_i$ に立てた法線上にあるものとし、測定具をそれぞれ基準曲線および被測定曲線上においた場合（厳密に言えば、 $P_{i-1}P_i \neq P_{i-1}'P_i'$ となり、測定具の両脚の先端は、基準曲線と被測定曲線の場合において、それぞれ異なる位置で両曲線に接触することとなるも、ここでは近似的に同一点で接触するものとみなす）、得られるインジケータの読みをそれぞれ Y_j および $Y_j' = Y_j + \Delta Y_j$ ($j=1, 2, \dots, p-1$) とすれば、(3) 式より、 l_i の誤差 Δl_i による影響が無視される場合において次式をうる。

$$\Delta \alpha_i = \frac{\cos^2 \alpha_i}{l_i} \sum_{j=1}^{p-1} a_j \Delta Y_j, \quad \Delta \beta_i = \frac{\cos^2 \beta_i}{l_i} \sum_{j=1}^{p-1} b_j \Delta Y_j \quad (5)$$

一方、 P_i および P_i' におけるそれぞれの曲線に対する接線が互になす角 $\Delta \theta_i$ は、次式で与えられる。

$$\Delta \theta_i = \Delta \theta_{i-1} - \Delta \alpha_i + \Delta \beta_i \quad (6)$$

次に、 P_iP_i' の長さを ΔN_i とすれば、 ΔN_i は次のようにして求められる。すなわち、直線 $P_{i-1}P_i'$ および直線 P_iP_i' の方程式は、それぞれ

$$Y = (\Delta \theta_{i-1} - \Delta \alpha_i) X + \Delta N_{i-1} \cos \alpha_i \quad (7)$$

$$Y = -\cot \beta_i (X - pl_i) \quad (8)$$

として与えられるゆえ、 P_i' 点の座標 (X' , Y') は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} X' &= pl_i - \{ \Delta N_{i-1} \cos \alpha_i + pl_i (\Delta \theta_{i-1} - \Delta \alpha_i) \} \tan \beta_i \\ Y' &= \Delta N_{i-1} \cos \alpha_i + pl_i (\Delta \theta_{i-1} - \Delta \alpha_i) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

(9) 式より、 ΔN_i を求めれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta N_i &= \sqrt{(X' - pl_i)^2 + Y'^2} \\ &= \{ \Delta N_{i-1} \cos \alpha_i + pl_i (\Delta \theta_{i-1} - \Delta \alpha_i) \} \sec \beta_i \end{aligned} \quad (10)$$

さて、(6) 式および (10) 式は、任意の一区間について成立する式であり、これらの曲線を接線を共有させつつ連鎖する場合には、次式をうる。

$$\begin{aligned} \Delta N_i &= \left(\prod_{j=1}^i \cos \alpha_j \sec \beta_j \right) \Delta N_0 \\ &+ p \sum_{j=1}^i \left(l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) \Delta \theta_0 \end{aligned}$$

$$-p \left[\sum_{h=1}^i \left\{ \sum_{j=h}^i \left(l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) \Delta \alpha_h \right\} \right. \\ \left. - \sum_{h=1}^{i-1} \left\{ \sum_{j=h+1}^i \left(l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) \Delta \beta_h \right\} \right] \\ \dots\dots\dots(11)$$

したがって、出発点と最終点における ΔN_i の値、すなわち ΔN_0 および ΔN_n の値を零ならしめる場合には、(11) 式より次式をうる。

$$\Delta N_i = \frac{p}{\sum_{j=1}^n l_j \prod_{k=j+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=j}^n \sec \beta_k} \\ \times \left[\left(\sum_{j=i+1}^n l_j \prod_{k=j+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=j}^n \sec \beta_k \right) \right. \\ \times \sum_{h=2}^i \left\{ \left(\sum_{j=1}^{h-1} l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) (\Delta \alpha_h - \Delta \beta_{h-1}) \right\} \\ + \left(\sum_{j=1}^i l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) \\ \times \sum_{h=i+1}^n \left\{ \left(\sum_{j=h}^n l_j \prod_{k=j+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=j}^n \sec \beta_k \right) \right. \\ \left. \times (\Delta \alpha_h - \Delta \beta_{h-1}) \right\} \Big] \dots\dots\dots(12)$$

実際の測定においては、各 α および β の値が微小値である場合が多く、このような場合には、(12) 式は次のように簡単化される。

$$\Delta N_i = \frac{p}{\sum_{j=1}^n l_j} \left[\sum_{j=i+1}^n l_j \sum_{h=2}^i \left\{ \sum_{j=1}^{h-1} l_j (\Delta \alpha_h - \Delta \beta_{h-1}) \right\} \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^i l_j \sum_{h=i+1}^n \left\{ \sum_{j=h}^n l_j (\Delta \alpha_h - \Delta \beta_{h-1}) \right\} \right] \dots\dots(13)$$

一例として、 $p=2$ および $p=3$ の場合を次に示す。*

$$\Delta N_i = \frac{9}{2 \sum_{j=1}^n \left(l_j \prod_{k=j+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=j}^n \sec \beta_k \right)} \left(\sum_{j=i+1}^n \left(l_j \prod_{k=j+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=j}^n \sec \beta_k \right) \sum_{h=1}^i \left[\left\{ \frac{1}{l_h} (2 \cos^2 \alpha_h - \cos^2 \beta_h) \right. \right. \right. \\ \times \sum_{j=1}^{h-1} \left(l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) - \cos^2 \beta_h \prod_{k=h+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=h}^i \sec \beta_k \Big\} \Delta \xi_h \\ + \left\{ \frac{1}{l_h} (2 \cos^2 \beta_h - \cos^2 \alpha_h) \sum_{j=1}^{h-1} \left(l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) + 2 \cos^2 \beta_h \prod_{k=h+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=h}^i \sec \beta_k \right\} \Delta \eta_h \Big] \\ + \sum_{j=1}^i \left(l_j \prod_{k=j+1}^i \cos \alpha_k \prod_{k=j}^i \sec \beta_k \right) \sum_{h=i+1}^n \left[\left\{ \frac{1}{l_h} (2 \cos^2 \alpha_h - \cos^2 \beta_h) \sum_{j=h+1}^n \left(l_j \prod_{k=j+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=j}^n \sec \beta_k \right) \right. \right. \\ + 2 \cos^2 \alpha_h \prod_{k=h+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=h}^n \sec \beta_k \Big\} \Delta \xi_h + \left\{ \frac{1}{l_h} (2 \cos^2 \beta_h - \cos^2 \alpha_h) \sum_{j=h+1}^n \left(l_j \prod_{k=j+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=j}^n \sec \beta_k \right) \right. \\ \left. \left. - \cos^2 \alpha_h \prod_{k=h+1}^n \cos \alpha_k \prod_{k=h}^n \sec \beta_k \right\} \Delta \eta_h \right] \Big) \dots\dots\dots(18)$$

$$\text{ここに、} \tan \alpha_h = \frac{3}{2 l_h} (2 \xi_h - \eta_h), \quad \tan \beta_h = \frac{3}{2 l_h} (\xi_h - 2 \eta_h) \dots\dots\dots(19)$$

また、各 α および β の値が微小値なる場合には、(18) 式は次のように簡単化される。

$$\Delta N_i = \frac{9}{2 \sum_{j=1}^n l_j} \left[\sum_{j=i+1}^n l_j \sum_{h=1}^i \left\{ \left(\frac{1}{l_h} \sum_{j=1}^{h-1} l_j - 1 \right) \Delta \xi_h + \left(\frac{1}{l_h} \sum_{j=1}^{h-1} l_j + 2 \right) \Delta \eta_h \right\} \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^i l_j \sum_{h=i+1}^n \left\{ \left(\frac{1}{l_h} \sum_{j=h+1}^n l_j + 2 \right) \Delta \xi_h + \left(\frac{1}{l_h} \sum_{j=h+1}^n l_j - 1 \right) \Delta \eta_h \right\} \right] \dots\dots\dots(20)$$

また、さらに l_j の値がすべて l に等しい場合には、(20) 式は次のようにいっそう簡単化される。

$$\Delta N_i = \frac{9}{2n} \left[(n-i) \sum_{h=1}^i \{ (h-2) \Delta \xi_h + (h+1) \Delta \eta_h \} + i \sum_{h=i+1}^n \{ (n-h+2) \Delta \xi_h + (n-h-1) \Delta \eta_h \} \right] \dots\dots\dots(21)$$

* i. $p=2$ の場合 インジケータの読み Y_1 を δ で表わせば、(12) 式は (5) 式を考慮することにより、次のようになる。

$$\Delta N_i = \frac{4}{\sum_{j=1}^n l_j \sec \alpha_j} \left[\sum_{j=i+1}^n (l_j \sec \alpha_j) \right. \\ \times \sum_{h=1}^i \left\{ \frac{2 \cos^2 \alpha_h}{l_h} \sum_{j=1}^{h-1} (l_j \sec \alpha_j) + \cos \alpha_h \right\} \Delta \delta_h \\ + \sum_{j=1}^i (l_j \sec \alpha_j) \sum_{h=i+1}^n \left\{ \frac{2 \cos^2 \alpha_h}{l_h} \sum_{j=h+1}^n (l_j \sec \alpha_j) \right. \\ \left. + \cos \alpha_h \right\} \Delta \delta_h \Big] \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{ここに、} \tan \alpha_h = \frac{2}{l_h} \delta_h \dots\dots\dots(15)$$

また、各 α および β の値が微小値なる場合には、(14) 式は次のように簡単化される。

$$\Delta N_i = \frac{4}{\sum_{j=1}^n l_j} \left[\sum_{j=i+1}^n l_j \sum_{h=1}^i \left(\frac{2}{l_h} \sum_{j=1}^{h-1} l_j + 1 \right) \Delta \delta_h \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^i l_j \sum_{h=i+1}^n \left(\frac{2}{l_h} \sum_{j=h+1}^n l_j + 1 \right) \Delta \delta_h \right] \dots\dots(16)$$

また、さらに l_j の値がすべて l に等しい場合には、(16) 式は次のようにいっそう簡単化される。

$$\Delta N_i = \frac{4}{n} \left[(n-i) \sum_{h=1}^i (2h-1) \Delta \delta_h \right. \\ \left. + i \sum_{h=i+1}^n (2n-h+1) \Delta \delta_h \right] \dots\dots\dots(17)$$

ii. $p=3$ の場合 インジケータの読み Y_1 および Y_2 をそれぞれ ξ および η で表わせば、(12) 式は、(5) 式を考慮することにより次のようになる。

2. 絶対測定法 第3図のように、最初の出発点 P_0 を原点とする任意の直交座標軸を考え、 $\overline{P_{i-1}P_i}$ の

第 3 図

長さを L_i 、 $\overline{P_{i-1}P_i}$ が x 軸となす角を λ_i 、かつまた P_{i-1} および P_i における接線が $\overline{P_{i-1}P_i}$ となす角をそれぞれ α_i および β_i とすれば、 P_i 点の座標 (x_i, y_i) は次式で与えられる。

$$x_i = \sum_{j=1}^i L_j \cos \lambda_j, \quad y_i = \sum_{j=1}^i L_j \sin \lambda_j \quad \dots\dots(22)$$

一方、次式が成立する。

$$\lambda_j = \lambda_1 - \varphi_j \quad \dots\dots(23)$$

$$\text{ここに, } \varphi_j = \begin{cases} 0, & (j=1) \\ \sum_{k=2}^j (\alpha_k - \beta_{k-1}), & (j=2, 3, \dots) \end{cases} \quad \dots\dots(24)$$

(24) 式における α_k および β_{k-1} の値は、(3) 式により求められるも、実際の測定においては、これらの値が微小値なる場合が多く、このような場合には φ_j の値の計算は容易となり、一例として $p=2$ および $p=3$ の場合を示せば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} p=2: \varphi_j &= 2 \left\{ \frac{\delta_1}{l_1} + 2 \sum_{k=2}^{j-1} \left(\frac{\delta_k}{l_k} \right) + \frac{\delta_j}{l_j} \right\} \\ p=3: \varphi_j &= \frac{3}{2} \left[-\frac{1}{l_1} (\xi_1 - 2\eta_1) + \sum_{k=2}^{j-1} \frac{1}{l_k} (\xi_k + \eta_k) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{l_j} (2\xi_j - \eta_j) \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(25)$$

さて、(23) 式を (22) 式に代入することにより、次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \left(\sum_{j=1}^i L_j \cos \varphi_j \right) \cos \lambda_1 + \left(\sum_{j=1}^i L_j \sin \varphi_j \right) \sin \lambda_1 \\ y_i &= \left(\sum_{j=1}^i L_j \cos \varphi_j \right) \sin \lambda_1 - \left(\sum_{j=1}^i L_j \sin \varphi_j \right) \cos \lambda_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(26)$$

次に、出発点 P_0 と、最終点 P_n とを結ぶ長さ T なる線分を基線にとる場合における各点 P_i の座標 (x_i, y_i) を求めるに、(26) 式において、 $x_n = T$ 、 $y_n = 0$ とおくことにより、次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\sum_{j=1}^n L_j \cos \varphi_j \right) \cos \lambda_1 + \left(\sum_{j=1}^n L_j \sin \varphi_j \right) \sin \lambda_1 &= T \\ \left(\sum_{j=1}^n L_j \cos \varphi_j \right) \sin \lambda_1 - \left(\sum_{j=1}^n L_j \sin \varphi_j \right) \cos \lambda_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(27)$$

(27) 式を満足する λ_1 を、最小二乗法により求めれば、次のようになる。

$$\tan \lambda_1 = \frac{\sum_{j=1}^n L_j \sin \varphi_j}{\sum_{j=1}^n L_j \cos \varphi_j} \quad \dots\dots(28)$$

(28) 式を (26) 式に代入することにより、次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \frac{1}{M} \left[\left(\sum_{j=1}^i L_j \cos \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n L_j \cos \varphi_j \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_{j=1}^i L_j \sin \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n L_j \sin \varphi_j \right) \right] \\ y_i &= \frac{1}{M} \left[\left(\sum_{j=1}^i L_j \cos \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n L_j \sin \varphi_j \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\sum_{j=1}^i L_j \sin \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n L_j \cos \varphi_j \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{ここに,} \\ M &= \left[\left(\sum_{j=1}^n L_j \sin \varphi_j \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n L_j \cos \varphi_j \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(29)$$

また、 L_j の値がすべて L に等しい場合には、(29) 式は次のように簡単化される。

$$\left. \begin{aligned} x_i &= \frac{L}{M'} \left[\left(\sum_{j=1}^i \cos \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n \cos \varphi_j \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_{j=1}^i \sin \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n \sin \varphi_j \right) \right] \\ y_i &= \frac{L}{M'} \left[\left(\sum_{j=1}^i \cos \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n \sin \varphi_j \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(\sum_{j=1}^i \sin \varphi_j \right) \left(\sum_{j=1}^n \cos \varphi_j \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{ここに, } M' = \left[\left(\sum_{j=1}^n \sin \varphi_j \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^n \cos \varphi_j \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots\dots(30)$$

さらに、 φ_j の値がすべて微小値である場合には、(30) 式は次のようにいっそう簡単化される。

$$\left. \begin{aligned} x_i &= iL \\ y_i &= \frac{L}{n} \left[i \sum_{j=i+1}^n \varphi_j - (n-i) \sum_{j=1}^i \varphi_j \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(31)$$

特に、(31) 式は真直度の測定⁽¹⁾ などにおいて用いられ、一例として $p=2$ および $p=3$ の場合には、(25) 式を考慮することにより、次の各式をうる。

$$\left. \begin{aligned} p=2: x_i &= iL \\ y_i &= \frac{4}{n} \left[(n-i) \sum_{j=1}^i (2j-1) \delta_j \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{j=i+1}^n (2n-j+1) \delta_j \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(32)$$

$$\left. \begin{aligned} p=3: x_i &= iL \\ y_i &= \frac{9}{2n} \left[(n-i) \sum_{j=1}^i \{ (j-2) \xi_j + (j+1) \eta_j \} \right. \\ &\quad \left. + i \sum_{j=i+1}^n \{ (n-j+2) \xi_j + (n-j-1) \eta_j \} \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(33)$$

すなわち、これらの場合における y_i の値は、 L の

影響を受けない。また、これらの式は、それぞれ(17)式および(21)式と同一形式をとることが知られる。

3. 実験結果

インジケータとしては、最小目盛 1μ なるダイヤルゲージを用い、被測定曲線としてはインボリュート曲線を取り扱った。

1. 比較測定法 試料として、基円半径が 100 mm なるインボリュート曲線を輪郭曲線に持つ 2 枚の型板ゲージ(手仕上加工)を作り、基円に近接した約 100 mm の区間を相互に比較し、両者の間にいかにどの誤差があるかを測定した。すなわち、被測定区間を弦の長さで 4 等分および 5 等分し、それぞれ $p=2$ および $p=3$ として相互に比較し、第 1 表のようなダイヤルゲージの読みを得た。これらの場合には、ともに(3)式で与えられる α_i および β_i の値は微小値と考えられるゆえ、(17)式および(21)式が利用され、これらの式を用いて各分点に対する ΔN_i の値を計算した結果が第 4 図である。図中、細い実線が $p=2$ の場合、点線が $p=3$ の場合、太い実線が工具顕微鏡による測定値であり、これらの値はだいたい一致している。また、4 等分の場合で $p=3$ として測定した場合の曲線が、他の曲線に比べてややへだたりがあるのは、仕上面になめらかさを欠くためと考えられる。

2. 絶対測定法 試料としては、比較測定法において用いた型板ゲージの一方の板を用い、測定部分を同一区間にとり、前と同様、弦の長さで 4 等分および 5 等分し、それぞれ $p=2$ および $p=3$ として各分点の座標を測定した。第 2 表は、これらの場合におけるダイヤルゲージの読みであり、これらの値より(30)式を用いて各座標の値を計算した結果、第 5 図のような結果が得られ、あわせて工具顕微鏡による測定値と比較したものである。すなわち、工具顕微鏡による測定値を零線にとり、この値と計算値との誤差をグラフ

第 4 図

(a) x 座標の誤差

(b) y 座標の誤差

第 5 図

で示したものであり、前と同様、図中細い実線が $p=2$ の場合、点線が $p=3$ の場合である。図より明らかなように、比較測定法に比べてやや誤差が大きいが、この原因として、ダイヤルゲージの読みの絶対値が非常に大きくなるので読みの誤差もまた大きくなること、および、各区間の長さ L が計算値に影響すること、の二つが考えられる。

4. 結 言

以上の理論および実験結果を通じて、次の結論をうる。

(1) 被測定曲線は、きわめてなめらかなことを要する。

(2) 連鎖回数を増すことにより、測定誤差も大きくなるので、連鎖回数の多い閉曲線の測定には不適である。

(3) 絶対測定法においては、測定範囲の全体にわたって十分正確に検定されたインジケータを用い、かつまた各区間の長さを十分正確に測定する必要がある。

終りにのぞみ、本研究に関し、御懇切なる御指導と御鞭撻とを頂いた東京工業大学教授谷口修博士に対し、衷心より感謝の意を表する。また実験その他に関し、熱心に協力された松井喜美代嬢に、厚く御礼申上げる。

文 献

- (1) 筆者、機械学会論文集, 20 巻 98 号, 631 ページ (昭 29)。

第 1 表

(a) 4 等分の場合.

(b) 5 等分の場合.

第 2 表

(a) 4 等分の場合.

(b) 5 等分の場合.