いときに軸間距離を大きくして最小閉じ込み量を増すために起ると思われる。したがって逆差現象をさけるには、まず(1)適正な位置に逃げみぞを切って閉じ込み圧縮をさけ、更に(2)多少閉じ込み圧力が上がっても軸間距離の増加をさけるために、歯車軸のすきまをなるべく小さくすることが望まれる。

本研究に当って種々貴重な意見を聞かせて下さった上に、実験資料を提供された岡本工作機械製作所の隅山良次氏に心から御礼を申し上げたい。また二橋誠一、

中村喜十郎、平岩正至の諸君の協力を得たことを付記して謝意を表する。

文 献

- (1) 市川, 機械学会論文集, 18巻 66 号, 158 ページ(昭27).
- (2) 市川, 機械学会論文集, 20巻 93 号, 347 ページ(昭29).
- (3) 市川, 機械学会論文集, 22巻 113 号, 40ページ(昭31).
- (4) 広野, 機械学会論文集, 21巻 101 号, 52ページ(昭30).
- (5) 板谷, 市川, 機械学会論文集, 17巻60号, 162ページ(昭26).
- (6) 宮津, 機械学会第 32 期定時総会講演会前刷, 第 4 室, 73ページ(昭30-4-7).

532.595.7

離心円筒間に挟まれた流体の振動について (有限振幅の場合)*

鬼 頭 史 城**

On Vibration of an Ideal Fluid contained in an Annular Region bounded by two Eccentric Circular Cylinders (Case of Finite Amplitude)

by Fumiki KITO

An infinitely long cylindrical wall d_2 of circular cross section is assumed to exist. Inside which, another cylindrical wall d_1 , also of infinite length, is assumed to exist, their axes being parallel to each other. The axes of these two cylindrical walls need not necessarily coincide. The annular space lying between these two walls d_1 and d_2 is assumed to be filled up with an ideal fluid (non-viscous, incompressible). When the inner cylindrical wall d_1 makes a transverse vibration, while the outer cylindrical wall d_2 remain fixed, particles of the fluid will also make a vibratory motion. In this report, theoretical calculation is made of the vibratory hydraulic pressure thus set up in the fluid, for a case in which the amplitude A of vibration is of finite value, not necessarily confining to the case of very small amplitude.

1. 緒 言

著者は、さきに同心または離心円筒面の間に挟まれた流体の振動について報告した⁽¹⁾⁽²⁾。そこでは微小振動の場合を考えた。しかるに実際には、内部円筒の振動の振幅が、すきま幅にくらべて小さいと言えないような場合が起こりうる。ゆえに本報告では内部円筒の振動(したがって流体粒子の振動)の振幅が微小でなく有限であるとした場合について検討することとした。問題を無限に長い離心円筒面間に挟まれた理想流体に対する二次元問題として取り扱うものとする。

2. 離心円筒面間に挟まれた理想流体の振動の基礎式

理想流体の二次元的非定常ポテンシャル流れを考え

るとき、流速 (V_x, V_y) は $V_x = \partial\phi/\partial x$, $V_y = \partial\phi/\partial y$ で表わされる。ポテンシャル ϕ はラプラスの方程式 $\nabla^2\phi=0$ を満足せねばならない。 ϕ は座標 (x, y) の関数であるとともに時間 t の関数である。水圧力 p は

$$-p = \rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 \right] + p_0 \quad \dots\dots (1)$$

によって与えられる。 p_0 は定数とする。流れ関数を Ψ とし、 $w = \phi + i\Psi$ とおくと w は複素数 $z = x + iy$ の複素関数であるとしてよいが、 w は同時に時間 t の関数でもありうる。

第1図の z 平面に示すごとく半径 b なる外円筒の中に半径 a なる内円筒が離心して存在するものとする。この z 平面上の二つの円は

$$z = c \frac{c + \zeta}{c - \zeta} \quad \dots\dots (2)$$

なる写像によって ζ 平面(第2図)における半径 R_1 , R_2 なる二つの同心円にそれぞれ写像される。そして z 平面において離心円筒間に挟まれた領域は ζ 平面にお

* 昭和 32 年 9 月 9 日 第 7 回応用力学連合講演会において講演、原稿受付 昭和 32 年 9 月 24 日。

** 正員、慶応義塾大学工学部。

いて同心円筒間に挟まれた領域に写像される。普通の定常流れの問題を取り扱うときには写像関数は固定している。現在の非定常流れの問題に対しては写像関数に含まれる係数 c および z 平面の原点の位置 O は刻々に変化する。ただし

第1図 z 平面

し内外円筒の半径 a, b は一定不変とする。この考えにより、外円筒壁 d_2 が固定し、内円筒壁 d_1 が有限振幅で振動している場合に、それらの円筒壁間に介在する流体の運動を解析しようとするものである。

内部円筒のある定位置からの変位を x 軸の方向に A とする。 A は時間 t の関数である。ポテンシャル ϕ に対する境界条件は

円 d_2 の上で $\partial\phi/\partial n=0$

円 d_1 の上で $\partial\phi/\partial n=\dot{A}\cos\theta$

である。ただし $\partial/\partial n$ は z 平面における壁面に法線方向の微係数を表わし、 $\dot{A}$ は A の時間的变化率（すなわち内円筒の x 方向の瞬間速度）を表わすものとする。それゆえ $\phi=\dot{A}\Phi$ とおくときは Φ はラプラスの方程式 $\nabla^2\Phi=0$ を満足し、かつ

円 d_2 の上で $\partial\Phi/\partial n=0$

円 d_1 の上で $\partial\Phi/\partial n=\cos\theta$

とならなくてはならない。このような条件に合うところの Φ は著者の前報告ですでに求めている。そして Φ は

$$W=\Phi+i\Psi=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{\zeta^n}+\sum_{n=1}^{\infty}b_n\zeta^n \quad (3)$$

なる複素関数の実部によって与えられる。この解 W を使って

$$w=\phi+i\Psi=\dot{A}W+i\frac{\Gamma}{2\pi}\log\zeta$$

なる複素関数を作れば、この w の実部 ϕ はまた上の境界条件を満足する。 Γ は流体が内円筒のまわりに回転運動をもっているとき、そのサーキュレーションの量を表わす。もし流体が回転運動をもっていなければ $\Gamma=0$ である。 Γ は定数 (t に無関係) である。[もし Γ が t の関数であれば (1) による水圧力 p は一価関数でなくなる。]

ここに係数 a_n, b_n は下のごとき値をとる。

$$a_n=A_nR_1^n, \quad b_n=B_n/R_1^n, \quad A_0=0$$

$$A_n=-\frac{4R_1\mu^n}{n\lambda_n}\left[\left(\frac{2R_1}{d_1}\right)\left(\frac{1}{1-\mu^2}\right)^2\left\{n\left(\frac{1}{\mu}-\mu\right)+2\mu\right\}-\frac{2(\beta_1-c)}{d_1}\frac{1}{1-\mu^2}\right]$$

$$B_n=(R_1/R_2)^{2n}A_n$$

ただし

$$\mu=R_1/c, \quad \varepsilon=R_1/R_2, \quad \lambda_n=1-\varepsilon^{2n}$$

とし、 β_1, β_2 は z 平面 (第1図) における円 d_1, d_2 の中心の横座標とする。内円筒が有限振幅で振動しているとき、 $\mu, \beta_1, c, \varepsilon, \dots$ は時間 t の関数である。実用上は $\mu, \beta_1, \varepsilon, \dots$ を一つの係数 c の関数として表わし、 c は t の関数であるとするのが便利である。水圧力 p は (1) により

$$-\frac{1}{\rho}p=\frac{\partial\phi}{\partial t}+\frac{1}{2}\left|\frac{dw}{dz}\right|^2+\frac{p_0}{\rho} \quad (4)$$

から得られるが、特に内円筒の表面上での値は

$$z=\beta_1+ae^{i\theta}, \quad \zeta=R_1e^{i\varphi}$$

とおくことによって求められる。角 θ と角 φ との対応は、(2) から導いたところの関係式

$$\cos\theta=\frac{4R_1}{d_1}\left(\frac{\cos\varphi-\mu}{1+\mu^2-2\mu\cos\varphi}\right)-\frac{2(\beta_1-c)}{d_1} \quad (5)$$

によって与えられる。これらの値を用いれば、内円筒面上では

$$\left|\frac{dw}{dz}\right|^2=\left|\frac{dw}{d\zeta}\frac{d\zeta}{dz}\right|^2=\left(\frac{R_1^2+c^2-2R_1c\cos\varphi}{2c^2}\right)^2\times\left[\dot{A}^2\cos^2\theta+\left(F\dot{A}+\frac{\Gamma}{2\pi R_1}\right)^2\right] \quad (6)$$

となる。ただし

$$F=\frac{1}{R_1}\sum_{n=1}^{\infty}(-n)A_n(1+\varepsilon^{2n})\sin n\varphi$$

とおく。そして水圧力 p は

$$-\frac{1}{\rho}p=\ddot{A}\Phi+\dot{A}\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{p_0}{\rho}+\frac{1}{2}\left(\frac{R_1^2+c^2-2R_1c\cos\varphi}{2c^2}\right)^2\left[\dot{A}^2\cos^2\theta+\left(F\dot{A}+\frac{\Gamma}{2\pi R_1}\right)^2\right] \quad (7)$$

によって与えられる。ただし $\partial\Phi/\partial t$ とは $[\partial\Phi/\partial c][\partial c/\partial t]$ を意味する。ここに内円筒表面上では

$$\Phi=\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos n\varphi+\sum_{n=1}^{\infty}B_n\cos n\varphi=\sum_{n=1}^{\infty}A_n[1+\varepsilon^{2n}]\cos n\varphi$$

である。また角 φ と角 θ とは関係式 (5) によって結ばれているが、(5) 式は係数 $R_1, \beta_1, \dots$ を含んでいるから各瞬間における φ 対 θ の対応は同一ではない。内円筒の各位置に対する φ 対 θ の関係を (5) 式により計算し、これを図示すれば第3図のごとくである。

すべての係数をパラメータ c の項で表わせば

$$\mu=\xi_1=\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2+1}-\frac{c}{a}$$

第3図 φ - θ 曲線

$$\xi_2 = \sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1} - \frac{c}{b},$$

$$R_1 = c \left[\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 1} - \frac{c}{a} \right]$$

$$R_2 = c \left[\sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1} - \frac{c}{b} \right]$$

$$\epsilon = \frac{\sqrt{\left(\frac{c}{a}\right)^2 + 1} - \frac{c}{a}}{\sqrt{\left(\frac{c}{b}\right)^2 + 1} - \frac{c}{b}}$$

$$\beta_1 = \sqrt{a^2 + c^2}, \quad \beta_2 = \sqrt{b^2 + c^2}, \quad d_1 = 2a$$

となる。ただし a, b は一定の値をもっている。そして、内円筒が振動しているということは c が時間 t の(ある周期的な)関数であるということになる。 $c/a=0$ のとき二つの円 d_1, d_2 は相接し、 $c/a \rightarrow \infty$ のとき二つの円 d_1, d_2 は同心となる。この記号を用いれば(5)は

$$\cos \theta = 2 \left(\frac{c}{a} \right) \frac{\xi_1 (\cos \varphi - \xi_1)}{1 + \xi_1^2 - 2\xi_1 \cos \varphi} - \xi_1$$

と書くことができる。

3. 単弦振動の場合

外円筒壁は静止し、内円筒壁は振幅 α でもって x 軸の方向に

$$A = \alpha \sin \omega t \quad \dots \dots \dots (8)$$

なる単弦振動をしているものとしよう。このとき2円筒の中心距離 $\beta_2 - \beta_1$ は

$$\beta_2 - \beta_1 = \beta_0 - \alpha \sin \omega t \quad \dots \dots \dots (9)$$

の形をしている。ここに β_0 は定数であり、 $\beta_0 > \alpha$ であるものとする(第4図)。

第4図 中心距離 $\beta_2 - \beta_1$ の時間的变化

また $\dot{A} = \omega \alpha \cos \omega t$, $\ddot{A} = -\omega^2 \alpha \sin \omega t$ である。

さて前述によれば

$$\beta_2 - \beta_1 = \sqrt{b^2 + c^2} - \sqrt{a^2 + c^2}$$

であり、 $\beta_2 - \beta_1$ と c との関係は第5図に示すときのものである。

第5図 $(\beta_2 - \beta_1)$ と c との関係の値を第5図によって求めればよいから、 c が時間 t の関数として与えられたこととなる。したがって(7)の右辺の値は数値計算によって求められる。すなわち

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial (\beta_2 - \beta_1)} \frac{\partial (\beta_2 - \beta_1)}{\partial t}$$

かつ

$$\frac{\partial (\beta_2 - \beta_1)}{\partial t} = -\omega \alpha \cos \omega t$$

$$\frac{\partial (\beta_2 - \beta_1)}{\partial c} = \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} - \frac{c}{\sqrt{a^2 + c^2}}$$

であるから、これを(7)に代入すればよい。

4. 狭いすきまの場合

実用上問題となるのは半径の差 $b-a$ (したがってすきま幅) が内半径 a にくらべて小さい場合である。この場合に対する略近公式を下に作ることにする。 $b=a+s$ とおき $(s/a)^2$ の程度の値を1に比し無視すれば

$$\xi_2 = \xi_1 \left[1 + \left(\frac{s}{a} \right) \frac{(c/a)}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}} \right]$$

となり、したがって

$$\epsilon = \xi_1 / \xi_2 = 1 - \left(\frac{s}{a} \right) \frac{(c/a)}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}}$$

である。この程度の略近値としては

$$A_n = -4a \left(\frac{c}{a} \right)^2 \left(\frac{a}{s} \right) \frac{\xi_1}{\lambda_0 (1 - \xi_1^2)} \left[\frac{\xi_1^n}{n} \right] \quad \dots (10)$$

となる。ただし

$$\lambda_0 = \frac{(c/a)}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}}$$

とおいてある。更に数式を整理すれば

$$A_n = -\frac{2a}{n} \left(\frac{a}{s} \right) \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \xi_1^n \quad \dots \dots \dots (11)$$

となる。したがって略近的に

$$\begin{aligned} \Phi &= -4a \left(\frac{a}{s} \right) \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi_1^n}{n} \cos n\varphi \\ &= -2a \left(\frac{a}{s} \right) \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \log [1 - 2\xi_1 \cos \varphi + \xi_1^2] \\ \frac{\partial \Phi}{\partial c} &= -2 \left(\frac{a}{s} \right) \frac{(c/a)}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}} \log [1 - 2\xi_1 \cos \varphi + \xi_1^2] \\ &\quad - 4 \left(\frac{a}{s} \right) \frac{\xi_1 (\xi_1 - \cos \varphi)}{1 - 2\xi_1 \cos \varphi + \xi_1^2} \end{aligned}$$

である。また略近的に

$$\beta_2 - \beta_1 = \frac{s}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}}$$

$$\frac{\partial(\beta_2 - \beta_1)}{\partial c} = \left(\frac{s}{a}\right) \frac{(c/a)}{[(c/a)^2 + 1]^{3/2}}$$

と書くことができる。

(7) によれば水圧力 p は次の形に表わされる。

$$p = P_1 \sin \omega t + P_2 [\cos \omega t]^2 + P_3 \cos \omega t - p_0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ただし $\frac{1}{\rho} P_1 = \omega^2 \alpha \Phi$

$$\frac{1}{\rho} P_2 = -(\omega \alpha)^2 \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial(\beta_2 - \beta_1)} + \frac{k^2}{2} (\cos^2 \theta + F^2) \right]$$

$$\frac{1}{\rho} P_3 = -\frac{k}{2} F \frac{\Gamma}{\pi} (\omega \alpha) \left(\frac{1}{c \xi_1} \right)$$

ただし簡単のために

$$k = \frac{1}{2} (1 + \xi_1^2 - 2 \xi_1 \cos \varphi)$$

とおく。なお P_2 の式における F の値は、せまいすぎまの場合には略近的に次のような値ととってもよい。

$$F = 2 \left(\frac{a}{c} \right) \left(\frac{a}{s} \right) \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \frac{\sin \varphi}{1 + \xi_1^2 - 2 \xi_1 \cos \varphi}$$

この F の式には (a/s) なる係数を含んでいるから、 $\cos^2 \theta$ は F^2 にくらべて無視することができる。ゆえに P_2 はまた略近的に

$$\frac{1}{\rho} P_2 = -(\omega \alpha)^2 \left[-\frac{\partial \Phi}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial(\beta_2 - \beta_1)} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{a}{c} \right) \left(\frac{a}{s} \right) \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \sin \varphi \right\}^2 \right]$$

と書くこともできる。

解 (12) を見れば、水圧力 p は角周波数 ω の2乗の項と1乗の項とを含んでいる。もし $\Gamma = 0$ ならば p は ω^2 に比例する。振幅 α との関係を見るのに、 α の1乗に比例する項 P_1 , P_3 と2乗に比例する項 P_2 とを含んでいる。しかし Φ , $\partial \Phi / \partial c$ 等は c の関数であり、 c は時間 t によって変化するから、実際には水圧力 p は時間 t についての複雑な関数である。実用上は水圧振幅 P_1 , P_2 , P_3 の代りに水柱の値で表わしておくのが便利である。また著者の前論文⁽³⁾との比較にも便利のために

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{\gamma} = H_1 &= \frac{(\omega \alpha)^2}{g} \left(\frac{\alpha}{s} \right) K_1 \\ \frac{P_2}{\gamma} = H_2 &= \frac{(\omega \alpha)^2}{g} \left(\frac{\alpha}{s} \right) K_2 \\ \frac{P_3}{\gamma} = H_3 &= \frac{(\Omega \alpha)(\omega \alpha)}{g} \left(\frac{\alpha}{s} \right) K_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

と書き表わすことにすれば、係数 K_1 , K_2 , K_3 の値は下記のごとくなる。

$$K_1 = -2 \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \log(1 - 2 \xi_1 \cos \varphi + \xi_1^2)$$

$$K_2 = -\left(\frac{\alpha}{s} \right) \left[\frac{(c/a)}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}} \log(1 - 2 \xi_1 \cos \varphi + \xi_1^2) \right.$$

$$\left. -4 \frac{\xi_1 (\xi_1 - \cos \varphi)}{1 - 2 \xi_1 \cos \varphi + \xi_1^2} \right] \left\{ \frac{(c/a)^2 + 1}{(c/a)} \right\}^{3/2}$$

$$- \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha}{s} \right) \left[\left(\frac{a}{c} \right) \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \sin \varphi \right]^2$$

$$K_3 = -\left(\frac{a}{c} \right)^2 \sqrt{\left(\frac{c}{a} \right)^2 + 1} \sin \varphi$$

5. 数 値 例

いま s/a は $[(s/a)^2]$ が1に比し無視しうるほど小さい値で] きまった値をもっているときは

$$\beta_2 - \beta_1 = \sqrt{b^2 + c^2} - \sqrt{a^2 + c^2} = \frac{s}{\sqrt{(c/a)^2 + 1}}$$

である。ゆえに $(\beta_2 - \beta_1)s$ と c/a との関係は第6図のごとくなる。

第6図 $(\beta_2 - \beta_1)s$ と (c/a) との関係

$c/a=0$ は2円の接触を表わし、 $c/a \rightarrow \infty$ は2円が同心となることを表わす。ゆえに (9) のごとき振動をしているときは c/a の値第6図の A, B, C の値を順々にとることとなる。図においては静止時において $\beta_0/s = 0.40$ の割合だけ離心しているとき、この位置のまわりに $\alpha/s = 0.20$ すなわち平均すぎま幅 s の2割の振幅でもって振動している場合を示している。このように幅 s にくらべて微小と言えないような振幅で振動する場合は、著者の前論文に示したような微小振動に対する公式が (少くとも無条件では) あてはめられない。そこでこれを有限振幅の場合の計算としてみる必要を生ずるのである。

前節までに行って得た理論的略近計算によれば、水圧振幅を水柱で表わしたものは公式 (13) によって与えられることがわかったから、この公式 (13) の係数 K_1, K_2, K_3 の数値を求めた。ただし

点 A (第4図, 第6図) の位置では

$$\sin \omega t = -1, \quad \cos \omega t = 0$$

点 B の位置では $\sin \omega t = 0, \quad \cos \omega t = 1$

点 C の位置では $\sin \omega t = 1, \quad \cos \omega t = 0$

であるから、点 A, C に対しては K_1 のみが、また点 B に対しては K_2, K_3 が必要である。数値計算の結果は第8図に示してある。

さて本報告の有限振幅の場合と、前回報告⁽³⁾の離心円筒間に挟まれた流体の微小振幅の場合とは、条件が

異なるから厳密な比較はできないが、内部円筒が振動しているとき中性点にきた瞬間(第4図または第6図のB点)の最小すきま幅 δ (第7図)を前回報告の最小すきま幅に対応する値であるとするのがよいと思われる。この意味では(13)は

$$H_1 = \frac{(\omega a)^2}{g} \left(\frac{\alpha}{\delta} \right) \left(\frac{\delta}{s} \right) K_1$$

$$H_2 = \frac{(\omega a)^2}{g} \left(\frac{\alpha}{\delta} \right) \left(\frac{\delta}{s} \right) K_2$$

$$H_3 = \frac{(\Omega a)(\omega a)}{g} \left(\frac{\alpha}{\delta} \right) \left(\frac{\delta}{s} \right) K_3$$

第7図 内外円筒壁の相互位置

第8図 係数 K_1, K_2, K_3 の値

と書きうるから、前論文⁽³⁾の4節の K と本報告の $(\delta/s)K_1, (\delta/s)K_2, (\delta/s)K_3$ とが比較さるべきである。しかるに現在の数値例では $\delta/s=0.60$ としたから瞬間A(そのとき $\sin \omega t = -1$ である。)においては内円筒の円周上の各点に対する $(\delta/s)K_1$ の値は、 $\varphi=0$ における最大値 $2.70 \times 0.60 = 1.62$ から $\varphi=180^\circ$ における最小値 $-1.95 \times 0.60 = -1.17$ にまで変っている。この瞬間においては $\sin \omega t = -1$ であることを考えに入

れば(12)において $P_1 \sin \omega t$ の項は $-(\delta/s)K_1 = -1.62$ に相当する最低圧を点 $\varphi=0$ において附与していることとなる。前報告では K の値はほぼ1であったから、有限振幅の振動になったために圧力低下が(係数値において)約1.6倍になったことになる。(12)における $P_2 [\cos \omega t]^2$ の項は非線型項であり、それを表わす係数 $(\delta/s)K_2$ の値は $2.70 \times 0.60 = 1.62$ から $-1.95 \times 0.60 = -1.17$ まで変っている。 $\cos \omega t = 1$ となる瞬間Bにおいては $(\delta/s)K_2 = -1.17$ に相当する最低圧が内円筒の周上の点 $\theta=180^\circ$ において生ずることとなる。(12)における第3の項 $P_3 \cos \omega t$ に対する係数 $(\delta/s)K_3$ は $\theta=90^\circ$ の附近において最低値 $-2.2 \times 0.60 = -1.32$ を与える。しかし Ω (流体の回転の角周波数) が ω (振動の角周波数) にくらべて小さいときはこの第3項は大局に余り影響を与えない。

6. 結 言

内円筒の振動の振幅が、円筒の半径に比しては小さいとしても、すきま幅 s にくらべては小さいとは言えないような場合に対し、離心円筒間のすきまに介在する理想流体の圧力変動を、時間的に変化するところの等角写像とも言ふべき方法によって求めた。その結果はかなり複雑であり、簡単な公式では表わせないから代表的な数値例によって解析の結果を数値的に検討してみた。その計算結果によると、このような有限振幅の場合に生ずる圧力振幅は微小振動の公式をそのままあてはめて得られる値よりかなり大きいことがわかった。また当然非線型振動の項が現われるから、圧力の変わり方は微小振動の場合にくらべると複雑であるが、これを(12)の形に表わしておき、その各項がA, B, Cなる3瞬間(第4図)においてとる値を、前節の要領によって求めさえすれば、だいたいの水圧力変動のありさまをうかがうことが可能である。

文 献

- (1) 鬼頭, 同心または離心円筒面に挟まれた流体の振動について, 機械学会論文集, 21巻108号(昭30-8).
- (2) 鬼頭, 同心円筒壁間に挟まれた非圧縮粘性流体の振動について, 機械学会論文集, 22巻121号(昭31-9).