ける面内変位が厳密に 0 であるという前提によるものであることに留意しなければならない。

なお第 5 表の結果は、本解法が半径方向の断面力の分布を“一定”に仮定するとしたものを、“適当”と言いかえるべきであることを示している。

おわりに本研究に種々御指導をいただいた太田友弥教授に厚く御礼を申し上げる。また本研究は昭和 32 年度卒業生五十住公宏、山崎俊治両君の卒業研究として両君の協力ならびに井上豊研究補助の援助を得て進められたものである。その熱意に対して深く感謝の意を

表する次第である。

文 献

- (1) 浜田, 機械学会論文集, 23 巻 127 号(昭 32), 180 ページ.
- (2) S. Timoshenko, Theory of Plates and Shells, 338 ページ.
- (3) 倉西, 弾性学, 474 ページ.
- (4) 同上.
- (5) 寺沢, 数学概論, 302~307 ページ.
- (6) (3) に同じ.
- (7) 文献 (2), 55 ページ.

539. 67 : 539. 43F

超音波減衰による鋼材の疲れ機構の研究*

榎木義一** 藤井太一*** 明石 一**** 寺石 稔*****

Investigation of the Mechanism of Fatigue in Steel by Ultrasonic Attenuation

by Yoshikazu SAWARAGI, Taichi FUJII, Hajime AKASHI and Minoru TERAISHI

Ultrasonic attenuation in steel bars was measured after various numbers of repeated tensile loading. The result was that the attenuation decreased rapidly at first, then increased gradually, until finally dropped abruptly before failure. As the cause of the attenuation, a model was considered to represent the energy loss of the wave motion due to Coulomb friction between particles of different elastic modulus. Assuming a proper distribution of the element of Coulomb friction within the material, the attenuation is found to behave in the same manner as the one due to viscous friction for a set frequency. The change of attenuation with the number of repetition of loading is attributed to the disorientation of the crystals at an early stage and the increase of the number of microcracks later.

The investigation suggests the possibility of detecting the degree of fatigue in materials by measuring the change of ultrasonic attenuation with the load repetition.

1. 緒 言

超音波の減衰を測定して鋼材の機械的性質を判定することはかなり行われているが⁽¹⁾, 疲れの進行と超音波減衰との関係についてはあまり調べられていない⁽²⁾⁽³⁾. 本論文においては、引張応力の繰返しによる鋼材内の超音波減衰の変化を測定した結果と、これについての考察とを述べる。

2. 実験方法

本実験に用いた測定装置は第 1 図に示すごとく通常

の探傷器と同じで、直径 20 mm の X カットの円形水晶板により、60 cycle/s の超音波のパルスを試料の端面から投射して反射図形をブラウン管上に描かした。試料の端面は平行度を 1/100 程度に仕上げ、乱反射により不規則図形の生ずるのを防いだ。試料は 0.2C 炭

第 1 図

* 昭和 32 年 6 月 12 日 大阪地方講演会において講演, 原稿受付 昭和 32 年 7 月 26 日.

** 正員, 京都大学工学部 (京都市左京区吉田本町).

*** 正員, 大阪市立大学 (大阪市北区南扇町).

**** 正員, 立命館大学 (京都市北区等持院北町).

***** 准員, 立命館大学 (京都市北区等持院北町).

素鋼を焼なましたものである。1本の試験片を試験機にかけ、種々の回数の繰返し荷重の後にその内部の超音波減衰を測定しようとする、チャックの締めつけによる試験片の外部の傷のために乱反射を生じ減衰定数の決定が困難となるので、著者らは各応力、繰返し数の組合せごとに異なる試験片を用意した。すなわち第2図に示す試験片に、ローゼンハウゼンの引張疲れ試験機によって繰返し荷重をかけ、次にその中央部をきり出して1, 3, 5 Mcの超音波の減衰を測定した。試料の応力および繰返し数を第3図に示す。

第2図

第3図

試料は細長いものであるから、超音波は平面波で伝わるものとしてよい⁽⁴⁾。パルス図形から減衰定数 α Neper/cm を決定するのは少しく一般的に次のごとくした。すなわち任意のパルスから m, n 番目のパルスの高さをそれぞれ I_m, I_n とし、二つの相隣るパルスの間で、端面において生ずる損失を $1-e^{-\alpha}$ 、試料の長さを x cm とすると次の関係が成立する。

$$I_m e^{-2(n-m)\alpha x} e^{-(n-m)\Delta} = I_n \quad (2.1)$$

両辺の対数をとって α を求めると

$$\alpha = -\frac{\Delta}{2x} + \frac{1}{2(n-m)x} \log_e \frac{I_m}{I_n} \quad (2.2)$$

次に長さ x' についての同質の試料について、任意のパルスから m', n' 番目のパルスの高さを $I_{m'}, I_{n'}$ とすれば、上と同様にして

$$\alpha = -\frac{\Delta}{2x'} + \frac{1}{2(n'-m')x'} \log_e \frac{I_{m'}}{I_{n'}} \quad (2.3)$$

(2.2), (2.3) 式から Δ を消去すれば

$$\alpha = \frac{1}{2(x-x')} \left\{ \frac{1}{n-m} \log \frac{I_m}{I_n} - \frac{1}{n'-m'} \log \frac{I_{m'}}{I_{n'}} \right\} \quad (2.4)$$

すなわち2本の長さの異なる試料から α が求められる。なお Δ は

$$\Delta = \frac{1}{x-x'} \left\{ \frac{x}{n'-m'} \log \frac{I_{m'}}{I_{n'}} - \frac{x'}{n-m} \log \frac{I_m}{I_n} \right\} \quad (2.5)$$

で測定の結果 Δ は小さいので省略し、(2.2) 式から、パルス図形の数箇所 α を求めその平均をとった。

3. 実験結果および一般的考察

第4, 5, 6図はそれぞれ1, 3, 5 Mcの超音波について、応力をパラメータとし、減衰定数を繰返し数に対してプロットしたものである。いずれも繰返し数とともに減衰定数は一度減少し、次に増加し、破断前に再び減少する傾向を示している。第7, 8, 9図はそれ

第4図

第5図

第6図

第 7 図

第 8 図

第 9 図

第 10 図 $\sigma=40 \text{ kg/mm}^2$

5 Mc のパルス図形

(a) $N=0$ (b) $N=33.7 \times 10^3$ (c) $N=101.25 \times 10^3$ (d) $N=135 \times 10^3$ (e) $N=168.75 \times 10^3$

ぞれ応力 44, 40, 36 kg/mm^2 の場合の減衰定数を周波数に対してプロットし、パラメータとして繰返し数をとったものである。これらを見ると減衰定数の周波数特性はだいたいにおいて同じであり、したがって疲れの進行とともに内部組織の巨視的な変化はないということが推測される。なお第 10 図に反射パルス図形の写真の一例を示す。

さて一般に超音波の減衰の原因としては、1)弾性履歴、2)粘性、3)散乱、4)熱弾性履歴等が考えられており⁽⁵⁾、1)は周波数に比例、2)はその 2 乗に比例、3)は 4 乗に比例するとされている。しかしいづれも疲れの進行に伴う複雑な減衰定数の変化を説明するのは困難である。そこ

でわれわれは減衰の原因として、結晶粒子内の異方性および異なる粒子間の弾性係数の相違によるすべりを微視的なクーロン摩擦と考え、波動エネルギーの損失を表現する模型として第 11 図に示すもの考えた。 k_1, k_2 はスプリング、 F はクーロン摩擦を表わすスライダである。結晶粒子が完全に等方性で、各粒子の弾性係数も等しければ $k_1=k_2$ で、摩擦によるエネルギーの損失はないことになる。

$k_1 \neq k_2$ ならば, スライダの大きさにしたがってエネルギー損失を生ずる。この模型について荷重 P とひずみ x との関係を求める。 x_1, x_2 をそれぞれ2組の直列スプリングの結合点の, 平衡位置からの変位とすれば次式をうる。

第 11 図

$$P = k_1(x - x_1) + k_2(x - x_2) \quad (3.1)$$

$$k_1 x_2 = k_2(x - x_2) - F \quad (3.2)$$

$$k_2 x_1 = k_1(x - x_1) + F \quad (3.3)$$

ただし F はスライダの摩擦力で, また $k_2 > k_1$ とする。これらの式から x_1, x_2 を消去すると

$$P = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2} x + \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} F \quad (3.4)$$

をうる。

クーロン摩擦の性質から $F_{\max} \geq |F|$ で, $F_{\max} > F$ が満足される間は, スライダはすべらないから, $x_2 - x_1 = x_0$ (const.) である。このとき (3.2) (3.3) 式から

$$F = \frac{k_2 - k_1}{2} x - \frac{k_1 + k_2}{2} x_0 \quad (3.5)$$

これを (3.4) 式に代入すると

$$P = \frac{k_1 + k_2}{2} x - (k_2 - k_1) x_0 \quad (3.6)$$

これがスライダがすべり出さない範囲での荷重とひずみの関係を表わし, $x_0 \neq 0$ ならば, 荷重 0 に対するひずみ x_s として $x_s = \frac{2(k_2 - k_1)}{k_1 + k_2} x_0$ が残ることがわかる。弾性係数として $\frac{dP}{dx}$ を求めると

$$\frac{dP}{dx} = \frac{k_1 + k_2}{2} \quad (3.7)$$

である。(3.6) 式が成立する x の範囲を求めるために $F_{\max}$ に対応する x の値を x_m とすると

$$F_{\max} = \frac{k_2 - k_1}{2} x_m - \frac{k_1 + k_2}{2} x_0 \quad (3.8)$$

これを x_m について解き

$$x_m = \frac{2}{k_2 - k_1} \left\{ F_{\max} + \frac{k_1 + k_2}{2} x_0 \right\} \quad (3.9a)$$

同様にして圧縮の場合に対し $-F_{\max}$ に対応する x の値を x_{-m} とすれば

$$x_{-m} = \frac{2}{k_2 - k_1} \left\{ -F_{\max} + \frac{k_1 + k_2}{2} x_0 \right\} \quad (3.9b)$$

ゆえに (3.6) 式の成立する x の範囲は $x_m - x_{-m} = \frac{4F_{\max}}{k_2 - k_1}$ で, スライダの初期すべりの大きさに無関係に一定である。

次に $|F| = F_{\max}$ のときには (3.4) 式は

$$P = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2} x + \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} F_{\max} \quad (3.10a)$$

圧縮の場合に対しては

$$P = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2} x - \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} F_{\max} \quad (3.10b)$$

となり弾性係数は

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad (3.11)$$

第 12 図

となる。以上の諸関係から $P-x$ 線図として第 12 図をうる。

次にこのエレメントが振幅 x の振動を行うときに 1 サイクルの間に失われるエネルギー, すなわちスライダによってなされる仕事を求める。(3.2), (3.3) 式からそれぞれ

$$x_2 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} x - \frac{1}{k_1 + k_2} F_{\max}$$

$$x_1 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} x + \frac{1}{k_1 + k_2} F_{\max}$$

であるから

$$x_2 - x_1 = \frac{k_2 - k_1}{k_1 + k_2} x - \frac{2}{k_1 + k_2} F_{\max} \quad (3.12)$$

ゆえに 1 サイクル中になされる仕事 W は

$$W = 4 F_{\max} (x_2 - x_1) = \frac{4(k_2 - k_1)}{k_1 + k_2} x \cdot F_{\max} - \frac{8}{k_1 + k_2} F_{\max}^2 \quad (3.13)$$

(3.8) 式において $x_0 = 0$ として上式に代入すれば

$$W = \frac{2(k_2 - k_1)^2}{k_1 + k_2} x_m x - \frac{2(k_2 - k_1)^2}{k_1 + k_2} x_m^2$$

$$\frac{2(k_2 - k_1)^2}{k_1 + k_2} = K \quad (3.14)$$

とおくと

$$W = K(x_m x - x_m^2) \quad (3.15)$$

となる。

さてここで第 11 図のごときエレメントで $F_{\max}$ の大きさのみを異にするものを n 個並列にした第 13 図のごとき模型を考え, これが 1 サイクル中になす仕事

第 13 図

を求める。(3.8) 式からわかるように $F_{\max}$ の大きさは x_m できまるから, 今 $x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mi}$ に対応するスライダがそれぞれ $s_1, s_2, \dots, s_i$ 個あるとすると振幅 $x (> x_{mi})$ の振動の 1 サイクルになされる仕事は

$$W = \frac{K}{n} \{ s_1 (x_{m1} x - x_{m1}^2) + s_2 (x_{m2} x - x_{m2}^2) + \dots \}$$

$$\cdots + s_l(x_{m_l}x - x_{m_l}^2)\} \cdots \cdots (3.16)$$

ここで s_i は x_{m_i} のスライダの分布を表わすものと解釈することができる。

さて簡単のために $x_{m_1} = x_{m_2} = x_{m_3} = x_{m_4} = \cdots = \Delta x$, $x = (l+1)\Delta x$, かつ $s_i = s/i$ であるとする。これは Δx , $2\Delta x$, $3\Delta x$, $\cdots$ においてすべり出すスライダがそれぞれ s , $\frac{s}{2}$, $\frac{s}{3}$, $\cdots$ 個存在することを意味する。このように仮定すると W は

$$W = K \frac{s}{n} \left[(\Delta x)^2 + \left\{ (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2(\Delta x)^2 \right\} + \cdots \right. \\ \left. \cdots + \left\{ (\Delta x)^2 + \frac{1}{2} \cdot 2(\Delta x)^2 + \cdots + \frac{1}{l} \cdot l(\Delta x)^2 \right\} \right] \cdots \cdots (3.17)$$

振幅を Δx だけ増加するとき、なされる仕事の増加量 ΔW は

$$\Delta W = K \frac{s}{n} \cdot (l+1)(\Delta x)^2 \\ = K \frac{s}{n} x \cdot \Delta x$$

ここで x_m の分布を連続的とし, $n, s \rightarrow \infty$, $s/n \rightarrow f (= \text{const.})$ とすると

$$dW = K \cdot f \cdot x dx \cdots \cdots (3.18)$$

これを積分すると

$$W = \int_0^x K \cdot f \cdot x dx \\ = K \cdot f \cdot \frac{x^2}{2} \cdots \cdots (3.19)$$

この模型に対する等価粘性減衰係数を C とすると

$$\pi C \omega x^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot f x^2 \\ \therefore C = \frac{K \cdot f}{2\pi \omega} \cdots \cdots (3.20)$$

となる。粘性減衰に対する波動方程式は

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 x}{\partial X^2} + c \frac{\partial^3 x}{\partial X^2 \partial t} \cdots \cdots (3.21)$$

ただし X : 波動の伝わる方向

$$a^2 = E/\rho$$

E : 材料の平均弾性係数

ρ : 単位体積当りの質量

$$c: C/\rho$$

であるから、境界条件

$$\left. \begin{aligned} x &= 0 \quad (X = \infty) \\ \partial x / \partial t &= A_0 \cos \omega t \quad (X = 0) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (3.22)$$

を用いてこれを解くと

$$x(X, t) = A e^{-\alpha X} \sin(\omega t - \beta X) \cdots \cdots (3.23)$$

の形の解をうる。ここに

$$A = A_0 \sqrt{a^2 + \omega^2 c^2}, \\ \alpha = \frac{\omega \sqrt{\sqrt{a^4 + c^2 \omega^2} - a^2}}{\sqrt{2} \sqrt{a^4 + c^2 \omega^2}} \cdots \cdots (3.24)$$

である。通常 $\frac{c^2 \omega^2}{a^2} \ll 1$ であるから α を次のごとく c について展開することができる。

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2a^3} c - \frac{5\omega^4}{16a^7} c^3 + \cdots \cdots (3.25)$$

第 2 項以下を省略して (3.20) 式を代入すると

$$\alpha = \frac{K \cdot f}{4\pi a^3 \rho} \omega \cdots \cdots (3.26)$$

すなわち減衰定数は ω に比例するという結果をうる。これは著者らの測定周波数範囲においては、測定結果と一致しないようにみえるが、3~30 Mc の広範囲にわたる多くの実験結果と一致しており⁽⁶⁾、さきに述べたスライダの分布が実際に近いことを示している。

4. 減衰と疲れ機構との関係

荷重あるいは変形を繰返し与えることにより材料の強度が低下する現象は、材料の内部機構が疲れの進行とともになんらかの変化を起すことを意味するものでこれに関する研究は巨視的にはもちろん、微視的な立場からも数多く行われている。したがって疲れ機構を簡単な模型によって即断することは困難であるが、前節に述べたとき機構にもとづいて、疲れの進行に伴う内部機構の変化を超音波減衰との関連のもとに考察しよう。

この模型によって考察を行うに当り、応力の繰返しにより生ずる変化のうち、次の二つを最も顕著であると考え、すなわち

- 1) 金属材料を構成する結晶の不均一性
- 2) 結晶粒子間に存在するクーロン摩擦

前者は応力の繰返しとともに均一化の傾向を示し、後者は疲れの進行とともに微視的なき裂が次第に蓄積してゆくことから増加の傾向をたどるものと考えることができる。

疲れ機構に関する W. A. Wood の見解⁽⁷⁾は結晶粒内部の組織が進行的に disorientation の傾向を示すことを述べているが、われわれは前述の模型における k_1 , k_2 なるばね定数が均一化するものと考え、更に疲れの進行に伴う微細なき裂の発生、蓄積に関しては多くの研究者が指摘しているところであるが、これは前記模型におけるクーロン摩擦の増加として考慮する。き裂の発生および蓄積は材料の分離破断抵抗力の低下を意味し疲れによる強度低下に直接関連するものであるが、ここでは超音波減衰との関連に注目する。以上の均一化および摩擦の増加は材質、熱処理、応力の種類などによって影響を受けることは言うまでもない。

さて既に述べたごとく第 12 図の模型の等価粘性減衰係数は (3.20) 式から

$$C = \frac{f}{\pi \omega} \cdot \frac{(k_2 - k_1)^2}{k_1 + k_2}$$

すなわち一つの ω に対し、減衰係数は不均一性を表わす項と、クーロン摩擦の増加を意味する項との積で表わされている。そこで

$$C = \Phi(\sigma, N) \Psi(\sigma, N) \cdots \cdots (4.1)$$

とおき、 Φ によって前者を、 Ψ によって後者を表わす

ものとし, Φ, Ψ として次式を考慮する.

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\sigma, N) &= A e^{\frac{a}{\log N}} \\ \Psi(\sigma, N) &= B e^{b \log N} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2)$$

ただし A, B : 定数

a, b : $\sim$

N : 繰返し数

σ : 応力

$$\text{したがって } C = A \cdot B \cdot e^{\left(\frac{a}{\log N} + b \log N\right)} \dots\dots\dots (4.3)$$

C はある繰返し数において最小値を示すが, この繰返し数を N_0 とすれば

$$\xi = \frac{a}{\log N} + b \log N$$

$$\text{とおき } \frac{d\xi}{d(\log N)} = 0$$

より N_0 を決定することができ、

$$N_0 = e^{\sqrt{\frac{a}{b}}} \dots\dots\dots (4.4)$$

となる.

これによって超音波減衰の要素である二つの関数 Φ, Ψ が逆の傾向を持ち, 均一化とともに減衰は減少し, クーロン摩擦の増加により次第に増加することになり, したがって最初減少して最小値に達し, 後次に増加する実験の結果と一致せしめることができる.

これらの変化は応力の大きさによっても異なり, 本実験の場合, すなわち耐久限度 (片振り) 28 kg/mm^2 の場合について, 減衰の最低となる繰返し数と応力との関係を求めた結果第 14 図および第 1 表のごとくになった.

第 14 図

第 1 表

σ kg/mm ²	σ_0/σ	N		
		1 Mc	3 Mc	5 Mc
44	0.637	3.0×10^4	3.0×10^4	3.6×10^4
40	0.70	8.0×10^4	7.8×10^4	9.0×10^4
36	0.777	2.3×10^5	2.2×10^5	1.5×10^5

この結果より明らかなごとく, 作用する応力と減衰最小の繰返し数 $\log N$ との間には直線的な関係がある. したがって応力比 (作用応力 σ と耐久限度 σ_0 との比) と $\sqrt{a/b}$ との間には次の関係が成立する.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = a' \frac{\sigma_0}{\sigma} \dots\dots\dots (4.5)$$

ただし a' : 定数

本実験の場合

$$a' = 6.75$$

であり C は次式で表わされる.

$$C = A \cdot B \cdot e^{b \left\{ \frac{a'^2}{\log N} \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^2 + \log N \right\}} \dots\dots\dots (4.6)$$

$$\text{ただし } b = \left\{ a'^2 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^2 + 1 \right\}^{-1}$$

次に

$$C_{N=0} \doteq C_{N=10}$$

とみなして $A \cdot B$ を決定すれば第 2 表のごとくなる.

第 2 表		疲れが更に進行すると減衰は極値に達して増加の傾向は終止し, 次に急激に減少することが観察されるが, この急激な減少は巨視的なき裂の発生段階, すなわち破壊の過程にはいったものと考えられる. 前記の模型
Mc	$A \cdot B$ (Neper/cm)	
1	$0.039/e$	
3	$0.024/e$	
5	$0.045/e$	

によれば, クーロン摩擦の大きさがある極値に達し, これを越えて巨視的なき裂が発生するとクーロン摩擦はかえって小さくなることで説明される.

5. 結 論

超音波減衰が材料の不均一性による結晶粒子内あるいは結晶粒子間のクーロン摩擦によって起ると考え, 適当な摩擦のエLEMENTの分布を仮定すれば, 減衰係数が周波数に逆比例して定まる. したがって減衰定数 α は周波数に比例することとなって多くの実験結果と一致する. 不均一性とクーロン摩擦の大きさを, 荷重と繰返し数の適当な関数とおけば, 疲れの進行に伴う減衰の変化を説明することができ, したがって, この実験のごとき疲れ経過は上記のごとき原因に基くものと判定することができる.

本実験の結果は, 超音波減衰の大きい構造部材は, いちおう疲れの進行が著しいものである可能性を示し, 減衰の変化状態を知ることによって, 疲れの程度を判定することの可能性を示唆している.

終りに本実験の疲れ試験の便宜をはかって下さった京都大学の小西一郎教授, 田中, 船越の両君, ならびに超音波測定に協力してくれた立命館大学学生, 小野, 中清水, 森村, 横山の諸君に深く感謝する.

文 献

- (1) 日本学術振興会: 超音波探傷法 p. 200 および p. 227, 228 に記載の文献(1956).
- (2) 松代正三, 干瀧昭, 吉野利男: 機械試験所報, 7, No.4(1953)
- (3) 大養 健: 早稲田大学大学院工学研究彙報, p.7, No.4(1955)
- (4) 学振: 超音波探傷法, p. 138(1956).
- (5) W. P. Mason: Piezo-electric Crystals and their application to ultrasonics pp. 412~437(1950).
- (6) たとえば広根徳太郎, 神垣知夫: 金属学会誌, 17 巻 9 号, p. 457, p. 458.
および同上 18 巻 3 号, p. 187 など.
- (7) W. A. Wood, A. K. Head: Inst. Metals J., 79 pt 2, pp. 89~102(1951).