圧縮性流れの中で回転する軸対称体表面の層流境界層の近似計算*

山 家 譲 二**

An Approximate Solution of the Laminar Boundary Layer on A Rotating Body of Revolution in Uniform Compressible Flow

by Joji YAMAGA

We attempt to investigate a problem of laminar boundary layer on rotating bodies of revolution in compressible flow such as spinning projectiles in the air. These three-dimensional boundary layers which appear in this paper are consisted of the thermal boundary layer and velocity boundary layers in meridian and in rotational directions about the rotating body of revolution. Recently, velocity boundary layer calculations on a rotating body of revolution in uniform incompressible flow were treated by H. Schlichting in Ing. Archiv Vol. 21, No. 4 (1953). Present paper is an extension of the H. Schlichting's investigation to the compressible case and an approximate integration of the momentum equation of transformed compressible co-ordinates using Kármán-Pohlhausen approximate method. As a result, we obtain the distributions of the boundary layer thickness and determine the effects of the rotation and compressibility on the separation point. As an example of this method of calculation, we treat a rotating sphere in compressible flow and determine the position of separation point as a function of rotating velocity and Mach number of uniform flow.

1. 緒 言

最近軸対称体が一様流れの中で回転しているときの層流境界層の問題は自転飛しょう体の問題として注目されている。A.N. Tifford, S.T. Chu⁽¹⁾はこの問題を一般的に論じて基本的な境界層の方程式を導いている。C.R. Illingworth⁽²⁾は Mangler⁽³⁾および von Mises⁽⁴⁾の変換を用いて回転円すい表面の圧縮性層流境界層を非圧縮性平板上層流境界層の問題に関係づけた。そしてこの場合解は表面温度と主流のマッハ数が対称体の切断面半径のある関数のときのみ存在することを示した。その後 S.T. Chu と A.N. Tifford⁽⁵⁾は上述の論文よりより一般的な状態の下で一様圧縮流中の回転軸対称体表面層流境界層の方程式をある仮想の非圧縮性層流境界層の問題に関係づけた。しかしこの非圧縮性層流境界層の問題は全く仮想的のもので実際には解いていない。この論文では標題のごとき問題を、境界層内速度分布として Kármán-Pohlhausen の近似表現を用い積分された運動量およびエネルギーの式を解くやり方であつた。言いかえると H. Schlichting の論文⁽⁶⁾を圧縮性の場合に拡張したことになる。ここで用いた仮定は次のごときものである。(1) 通常の境界層の近似を採用した。(2) 境界層内速度分布は変換

座標 Y の多項式で近似されたとした。(3) 流体は完全ガスである。(4) 流体のプラントル数は常に 1 である。(5) 定圧比熱は常に一定である。(6) 粘性は絶対温度に比例する。

この近似解法は任意の境界層外側速度分布をもち、物体表面エンタルピ分布が物体切断面半径の放物線の表現で示されるとき、対称軸を回転軸として回転する一様流中の軸対称体の表面層流境界層の問題に適用できる。

2. 記 号

- x : 母線に沿って頂点 O からの距離を示す座標
- y : 物体表面に垂直な外向座標
- z : xy 座標に垂直な座標
- R : 物体の切断面の円の半径
- u : 境界層内 x 方向速度成分
- v : 境界層内 y 方向速度成分
- w : 境界層内 z 方向速度成分
- ω : 物体の回転軸回り回転角速度
- T : 境界層内流体絶対温度
- p : 流体内静圧
- ρ : 流体の密度
- μ : 流体の粘性係数
- ν : 流体の動粘性係数 $= \mu/\rho$
- c_p : 流体の定圧比熱
- γ : 流体の比熱比

* 昭和 31 年 10 月 14 日 第 6 回応用力学連合講演会において講演, 原稿受付 昭和 32 年 10 月 17 日。

** 正員, 工業技術院機械試験所 (東京都杉並区住吉町 132)。

k : 流体の熱伝導率
 P_r : 流体のプラントル数 $= \mu c_p / k$
 g : 重力の加速度
 J : 熱の仕事当量
 R : ガス定数
 M : 流れのマッハ数
 a : 流体内音速
 Re : レイノルズ数 $= u_\infty R_m / \nu_s$
 k_1, k_2 : 定数 (9) 式参照
 Y : (13) 式参照 ψ : (15) 式参照
 χ : (15) 式参照 H : (17) 式参照
 δ_u : 速度 u に関する境界層の厚さ
 δ_w : 速度 w に関する境界層の厚さ
 δ_u^*, δ_w^* : (21) 式参照
 $\partial_u, \partial_w, \partial_{uw}$: (21) 式参照
 $\eta_u = Y/\delta_u$ $\eta_w = Y/\delta_w$
 K : (26) 式参照 Z, F : (29) 式参照
 G, Θ, σ, g_0 : (31) 式参照
 $\kappa, h_0, h_1, \Delta, f_0, f_1, f_2, f_3, g_1, g_2$: (32) 式参照
 R_m : 物体切断円の代表半径, 球の場合は半径
 $\varphi = x/R_m$
 添字 1: 境界層外側を示す. W : 物体表面を示す.
 S : 標準の状態を示す. ∞ : 物体より無限遠を示す.
 sep : はく離点を示す.

3. 境界層の方程式

いま空間に固定した直交座標 xyz をとり x を物体の母線方向物体の前頂点よりの距離, y を表面からの垂直距離, z 方向を xy 座標に直角な方向としておのおの方向の速度成分を uvw とする. そして以下の記号を §2 で示すようにとると境界層内運動方程式およびエネルギー式は境界層近似によって次の (1)(2)(3)(4) 式⁽³⁾⁽⁴⁾ で示され連続の式は (5) 式, 流体の状態方程式は (6) 式で示される.

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{w^2}{R} \frac{dR}{dx} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{uw}{R} \frac{dR}{dx} + v \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3)$$

$$\rho u \frac{\partial}{\partial x} (Jc_p T) + \rho v \frac{\partial}{\partial y} (Jc_p T) = u \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho Ru)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho Rv)}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$p = \rho g R T \quad (6)$$

ここで流体のプラントル数 P_r は 1 とし定圧比熱 c_p は温度に対し一定とする. すなわち

$$P_r = \frac{\mu c_p}{k} = 1 \quad (7)$$

$$c_p = \text{const.} \quad (8)$$

(1) 式に u を乗じたものと (3) 式に w を乗じた

ものと (4) 式を辺々加えて (7)(8) 式の仮定を用いると結局

$$\begin{aligned} & \rho u \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + Jc_p T \right\} \\ & + \rho v \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + Jc_p T \right\} \\ & = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + Jc_p T \right\} \right] \end{aligned}$$

をうる. また (3) 式は

$$\rho u \frac{\partial}{\partial x} (R\omega w) + \rho v \frac{\partial}{\partial y} (R\omega w) = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \mu \frac{\partial}{\partial y} (R\omega w) \right\}$$

と書けるから上の二式を比べて k_1, k_2 を定数とすると

$$\frac{1}{2} (u^2 + w^2) + Jc_p T + k_1 \omega R w = k_2 \quad (9)$$

は上二式を同時に満足することは明らかである. (9) 式が境界層の内外境界でも成立するためには $(1/2 + k_1) \omega^2 R^2 + Jc_p T_w$ と $1/2 u_1^2 + Jc_p T_1$ はともに定数 k_2 に等しくなければならぬ. 換言すれば (9) 式は物体表面のエンタルピが R の放物線の表現で変化するとき成立する. 注意すべき点は (9) 式を y について微分すればわかるように, 第一に $k_1 = -1$ のときは熱伝達のない状態が示され, 第二に $k_1 = -1/2$ のときは境界層外自由流れの全エンタルピに相当した表面温度をもつ回転体の場合が示されこのときは熱伝達が存在する. 境界層内外境界での条件によって (9) 式から

$$\begin{aligned} & Jc_p T_1 + \frac{1}{2} u_1^2 - \left(Jc_p T + \frac{1}{2} u^2 + \frac{1}{2} w^2 \right) - \left\{ Jc_p T_1 + \frac{1}{2} u_1^2 \right. \\ & \left. - \left(Jc_p T_w + \frac{1}{2} \omega^2 R^2 \right) \right\} \frac{w}{\omega R} = 0 \quad (10) \end{aligned}$$

が得られ, これがエネルギー式 (4) のかわりに用いられる.

ここで粘性 μ は温度 T に比例するとし

$$\mu/\mu_s = T/T_s \quad (11)$$

また境界層外側の条件によって (1)(2) 式から

$$\rho_1 u_1 \frac{du_1}{dx} = - \frac{dp_1}{dx} = - \frac{dp}{dx} \quad (12)$$

をうる. さて Howarth の方法⁽⁷⁾を用いて次のごとく変数変換を行う.

$$Y = \int_0^y \left(\frac{\nu_s}{\nu} \right) dy = \left(\frac{p}{p_s} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{T_s}{T} dy \quad (13)$$

また連続方程式 (5) のかわりに流れ関数 ψ を導き

$$\rho R u = \rho_s \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \rho R v = - \rho_s \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (14)$$

としこの ψ を χ で

$$\psi(xy) = \left(\frac{p}{p_s} \right)^{1/2} \chi(xy) \quad (15)$$

とする. 以上 (11)(12)(13)(14)(15) 式を用いて (1) 式を変数変換をすると結局,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial Y} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial Y^2} \frac{\partial \chi}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{dR}{dx} \left(\frac{\partial \chi}{\partial Y} \right)^2 - w^2 R \frac{dR}{dx} \\ & = R^2 u_1 \frac{du_1}{dx} H + \nu_s R \frac{\partial^2 \chi}{\partial Y^3} \quad (16) \end{aligned}$$

$$\text{ただし } H = \frac{T}{T_1} - \frac{1}{2} \frac{\gamma}{a_1^2} \chi \frac{\partial^2 \chi}{\partial Y^2} \frac{1}{R^2} \dots\dots\dots (17)$$

をうる。(16) 式は R が一定ならば Stewartson⁽⁸⁾ の式と同じとなる。(16) 式を Y について積分し運動量の積分式を求めるのであるが、まず (17) 式中の温度 T を (10) 式で書き換え H を Y について積分する。

$$\int_0^\infty H dY = \delta_u + \int_0^{\delta_w} \frac{w}{\omega R} \left\{ \frac{T_w - T_1}{T_1} - \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \left(1 - \frac{\omega^2 R^2}{u_1^2} \right) \right\} dY \\ + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \left\{ \int_0^{\delta_u} \left(1 - \frac{u}{u_1} \right) dY - \frac{\omega^2 R^2}{u_1^2} \int_0^{\delta_w} \frac{w^2}{\omega^2 R^2} dY \right\} - \frac{1}{2} M_1^2 \int_0^{\delta_u} \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1} \right) dY \dots\dots\dots (18)$$

他の項の積分は非圧縮性のときと同様であるから (16) 式の積分は結局

$$u_1^2 \frac{d\delta_u}{dx} + u_1 \frac{du_1}{dx} \left[\delta_u \left(2 - \frac{1}{2} M_1^2 \right) + \delta_u^* \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right) - \delta_w \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \frac{\omega^2 R^2}{u_1^2} \right] \\ + \delta_w^* \left\{ \frac{T_w - T_1}{T_1} - \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \left(1 - \frac{\omega^2 R^2}{u_1^2} \right) \right\} + \frac{1}{R} \frac{dR}{dx} (u_1^2 \delta_u + \omega^2 R^2 \delta_w) = \nu_s \left(\frac{\partial u}{\partial Y} \right)_{Y=0} \dots\dots\dots (19)$$

また (3) 式を y から Y に変換して積分すると

$$u_1^2 \frac{d\delta_{uw}}{dx} + \left\{ u_1 \frac{du_1}{dx} \left(1 - \frac{\gamma}{2} M_1^2 \right) + \frac{3}{R} \frac{dR}{dx} u_1^2 \right\} \delta_{uw} = -\nu_s u_1 \left(\frac{dw}{\omega R} \right)_{Y=0} \dots\dots\dots (20)$$

(19), (20) 式で

$$\left. \begin{aligned} \delta_u^* &= \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{u_1} \right) dY & \delta_{uw} &= \int_0^\infty \frac{u}{u_1} \frac{w}{\omega R} dY \\ \delta_w^* &= \int_0^\infty \frac{w}{\omega R} dY & \delta_u &= \int_0^\infty \frac{u}{u_1} \left(1 - \frac{u}{u_1} \right) dY \\ \delta_w &= \int_0^\infty \left(\frac{w}{\omega R} \right)^2 dY & M_1^2 &= \frac{u_1^2}{(\gamma - 1) J c_p T_1} = \frac{u_1^2}{a_1^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

境界層内速度分布 u, w を Y に関して次に示す境界条件を満足するよう Kármán-Pohlhausen の表現法を用いて表わそうとする。

$$\left. \begin{aligned} Y=0 \text{ で } u &= 0, \\ \nu_s \left(\frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} \right)_{Y=0} &= -\frac{w_0^2}{R} \frac{dR}{dx} - \frac{T_w}{T_1} \frac{du_1}{dx} \\ Y=\delta_u \text{ で } u &= u_1, \\ \partial u / \partial Y &= 0, \quad \partial^2 u / \partial Y^2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$F = 2 \left\{ f_3 - \kappa \left[\left(2 - \frac{1}{2} M_1^2 \right) + f_2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \right) + \frac{h_1 \Delta}{f_0} \left\{ \frac{T_w - T_1}{T_1} - \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \left(1 - \frac{\omega^2 R^2}{u_1^2} \right) \right\} \right] \right\} \\ - Z \frac{u_1}{R} \frac{dR}{dx} \left[1 + \frac{\omega^2 R^2}{u_1^2} \frac{h_0 \Delta}{f_0} \left\{ 1 - \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2 \frac{R}{u_1} \frac{d(u_1/dx)}{dx} \right\} \right] \dots\dots\dots (29)$$

$$(20) \text{ 式は } d\theta/dx = G/u_1 \dots\dots\dots (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } \theta &= \delta_{uw}^2 / \nu_s, \quad G = 4g_0 - 2\sigma, \\ g_0 &= g_1(\Delta) + Kg_2(\Delta) \\ \sigma &= \theta \left\{ \frac{du_1}{dx} \left(1 - \frac{\gamma}{2} M_1^2 \right) + 3 \frac{u_1}{R} \frac{dR}{dx} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{となる。ここで } \kappa &= Z \frac{du_1}{dx}, \quad h_0 = \frac{\delta_w}{\delta_u} = \frac{23}{126}, \quad h_1 = \frac{\delta_w^*}{\delta_u} = \frac{\delta_w^*}{\delta_u} \frac{1}{\Delta} = \frac{3}{10}, \quad \Delta = \frac{\delta_w}{\delta_u}, \\ f_0 &= \frac{\delta_u}{\delta_u} = \frac{37}{315} - \frac{K}{945} - \frac{K^2}{9072}, \quad f_1 = \frac{\delta_u^*}{\delta_u} = \frac{3}{10} - \frac{K}{120}, \quad f_2 = \frac{\delta_u^*}{\delta_u} = \frac{f_1}{f_0}, \\ f_3 &= \left(\frac{\partial u}{\partial Y} \right)_w \frac{\delta_u}{u_1} \frac{\delta_u}{\delta_u} = \left(2 + \frac{K}{6} \right) f_0, \\ \Delta \leq 1 : g_1(\Delta) &= \frac{2}{15} \Delta - \frac{3}{140} \Delta^3 + \frac{1}{180} \Delta^4, \quad g_2(\Delta) = \frac{1}{90} \Delta - \frac{1}{84} \Delta^2 + \frac{3}{560} \Delta^3 - \frac{1}{1080} \Delta^4 \\ \Delta \geq 1 : g_1(\Delta) &= \frac{3}{10} - \frac{3}{10} \frac{1}{\Delta} + \frac{2}{15} \frac{1}{\Delta^2} - \frac{3}{140} \frac{1}{\Delta^4} + \frac{1}{180} \frac{1}{\Delta^5} \\ g_2(\Delta) &= \frac{1}{120} \frac{1}{\Delta} - \frac{1}{180} \frac{1}{\Delta^2} + \frac{1}{840} \frac{1}{\Delta^4} - \frac{1}{3024} \frac{1}{\Delta^5} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

(32) 式中 h_1 の加わった他は非圧縮性のときと全く同じである。

4. 計 算 方 法

(28), (30) 式を数値的に積分するためには Z, θ, κ, A などの初期値 ($x=0$ での値) を知る必要がある。それを求める条件は非圧縮性のときと同じく

$$\begin{aligned} K_0 / \left(1 + \frac{\omega^2}{(du_1/dx)_{x=0}^2} \right) &= \frac{2 + \left(\frac{1}{6} - \frac{23}{126} A_0 \right) K_0}{\frac{137}{210} - \frac{29}{2520} K_0 - \frac{1}{3024} K_0^2 - \frac{23}{126} A_0} \\ &\dots\dots\dots (33) \\ K_0 / \left(1 + \frac{\omega^2}{(du_1/dx)_{x=0}^2} \right) &= \frac{1}{2 \{ g_1(A_0) + K_0 g_2(A_0) \} A_0^2} \\ &\dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

から得られる。もちろん $\omega/(du_1/dx)_{x=0}$ の値はこの場合も制限があり、この計算はこの値が 0 と 0.815 の間において可能である。(28), (30) 式の詳しい数値的積分法は非圧縮性の場合⁽⁶⁾と同様であるからここでは略す。計算の結果 x の関数として Z, θ, A などが求められればこれらを用いて対称軸方向回転方向の摩擦係数を計算でき、また はく離点は $(\partial u/\partial Y)_{Y=0}=0$ の条件から求められる。もちろん最後に $y \sim Y$ の関係をもっともとの物理座標にもどさねばならぬ点が非圧縮性の場合と異なる。

5. 数 値 計 算 例

数値計算例として回転球の場合を取り扱った。球の回転軸は方向が流れの方向と同じの直径に一致している。境界層外側速度分布 u_1/u_∞ はポテンシャル流のそれとし $\frac{3}{2} \sin \varphi$ ($\varphi = x/R_m$) とした。境界層外側のマッハ数 M_1 はここでは境界層外側全エンタルピー一定の条件から計算すると

第1図 $Z u_\infty / R_m$ と φ の関係

$$M_1^2 = \frac{u_1^2}{u_\infty^2} M_\infty^2 = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \left\{ 1 - \left(\frac{u_1}{u_\infty} \right)^2 \right\}}$$

となる。一方、球表面 x 方向温度分布は (9) 式の条件によって制限されるから、ここでは熱伝達のない場合をとる。このとき $k_1 = -1$ となり表面温度分布は

$$\frac{T_w - T_1}{T_1} = \frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \left(1 + \frac{\omega^2 R^2}{u_1^2} \right)$$

となる。

計算は一様流のマッハ数 M_∞ が 0~1.4 の範囲、回転速度に関しては $\omega/(du_1/dx)_{x=0}$ が 0 と 0.454 について行った。変換座標 Y に関して x 方向の境界層の厚さを示す Z の無次元量 $Z u_\infty / R_m$ と $\varphi (= x/R_m)$ との関係は第1図第2図に示される。第1図は非回転

第2図 $Z u_\infty / R_m$ と φ の関係 第3図 $\theta u_\infty / R_m$ と φ の関係

の場合 ($\omega/(du_1/dx)_{x=0}=0$) 第 2 図は回転している場合 ($\omega/(du_1/dx)_{x=0}=0.454$) とともにマッハ数 M_∞ をパラメータとして描いている。マッハ数とともに Z が增大していることがわかる。第 13 図は θ の無次元量 $\theta u_\infty/R_m$ と φ との関係を示している。この場合も

第 4 図 境界層の厚さ比 Δ と φ の関係

第 5 図 K と φ の関係

第 6 図 K と φ の関係

第 7 図 はく離点の位置とマッハ数の関係

マッハ数の増大とともに θ が大となっている。第 4 図は $\omega/(du_1/dx)_{x=0}=0.454$ の場合 Δ , すなわち δ_w/δ_u と φ との関係を示す。マッハ数の増大とともに回転方向の境界層は u 方向のそれに比して増大することが示される。この計算の過程で求められる境界層のフォルムパラメータ K の φ との関係を第 5 図, 第 6 図に示す。第 5 図は非回転第 6 図は回転の場合で非圧縮性のときと同様 $K=-12$ のときの φ ははく離点 φ_{sep} を示す。またこの図からわかるようにマッハ数がある値より大きくなると K は 12 より大となり計算を進めることが不可能になる。これは速度分布の表現 (25) (27) 式に制限のあるためであろう。はく離点の角度 φ_{sep} とマッハ数の関係を第 7 図に示す。パラメータとして $\omega/(du_1/dx)_{x=0}=0$ と 0.454 の場合をとり、ともにマッハ数が 0.4 附近から圧縮性の影響が現われてはく離点の前進がうかがわれる。

6. 結 言

以上によって一様な圧縮性流れの中で対称軸が流れの方向と一致した軸対称体が対称軸を回転軸として回転している場合の層流境界層の問題を近似解法をもって解いた。この問題は三次元境界層問題の一つでこの解法によって物体の母線方向および回転方向の境界層の厚さ, 抵抗, 回転および圧縮性による はく離点の移動などが計算できる。例として回転する球をとりその各種境界層の厚さ, はく離点の移動などを算出した。複雑な数値積分の計算は渡辺真技官の労による。

文 献

- (1) A. N. Tifford, S. T. Chu, *Preprint at the Third Mid-Western Conference on Fluid Mechanics*, March (1953).
- (2) C. R. Illingworth, *Phil. Mag.*, Vol. 44, No. 351, p. 389 (1953).
- (3) W. Mangler, *ZAMM*, Vol. 28, p. 97 (1948).
- (4) R. von Mises, *ZAMM*, Vol. 7, p. 425 (1927).
- (5) S. T. Chu, A. N. Tifford, *Aeron. Sci. J.*, Vol. 21 No. 5, p. 345 (1954).
- (6) H. Schlichting, *Ing. Archiv*, Vol. 21, No. 4, p. 227 (1953).
- (7) L. Howarth, *Roy. Soc. London. Proc.*, Vol. 194, p. 16 (1948).
- (8) K. Stewartson, *Roy. Soc. London, Proc.*, A. 200, p. 84 (1949).