円孔を有する直交異方性板の孔縁の補強について

(第4報, 二重強化節をあてた場合)*

野 村 恭 雄**

On the Stiffening of the Edge of the Hole in Orthogonally
Aeolotropic Plate with a Circular Hole

(4th Report, Stiffened with double stiffening plates)

by Yasuo NOMURA

This paper deals with the effect when the coaming plate is an ideal double stiffening plates, that is, we make the displacement at the edge of the hole of orthogonally aeolotropic plate zero.

In this case, maximum circumferential stress does not occur at 90° , but at about 45° . Of course, the circumferential stress is smaller than when edge is stiffened with cross bars, or the coaming plate, or the coaming plate having the stiffening plates.

1. 緒 言

円孔を有する直交異方性板の周辺応力を緩和する手段として, 前報においては, その円孔に十字棒をあてた場合⁽¹⁾や孔縁材をあてた場合⁽²⁾および孔縁材に防とう材をつけた場合⁽³⁾について, それぞれ二次元の立場から超複素関数を用いて論じた。しかし十字棒をあてては方法によっては相当有効に周辺応力は緩和され, また孔縁材をあてる場合には, その孔縁材の高さ, 厚さを増すか, またはその材質を大きい縦弾性係数をもつものとするによって, 周辺応力は十字棒以上におおいに軽減され, また孔縁材に防とう材をつけることによって, 孔縁材のみの場合よりも更にいっそう周辺応力軽減の効果を上げることができた。

そこで今回は造船界で慣行上よく行われている二重張りによる強化節をあてた場合について考えてみる。こうすることは, 第2報において孔縁材と板とのつけ根における変位の式を零とおけばよい(完全固定と考えて)のであるが, ここでは最初から二重強化節は完全固定と考えて, 板と二重強化節とのつけ根における変位を零とおいて計算する。

2. 理 論

前報と全く同じく, 円孔を有する直交異方性板の理

論から基礎方程式を

$$\lambda_1^2 \lambda_2^2 \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^4} + (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) \frac{\partial^4 \chi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \chi}{\partial y^4} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで $\lambda_1^2 \lambda_2^2 \equiv E_x/E_y$, $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 \equiv E_x/G_{xy} - 2\nu_x$
 E_x, E_y : 板の x, y 方向の縦弾性係数
 G_{xy} : せん断弾性係数
 ν_x : x 方向のポアソン比

(1) 式の一般解は

$$\chi(x, y) = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \left\{ \frac{F_1(z_1)}{\lambda_1^2} - \frac{F_2(z_2)}{\lambda_2^2} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここで $z_j = x + i\lambda_j y$ ($j=1, 2$)

応力関数は

$$F_j'(z_j) = A_j^{(0)} z_j + B_j + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_j^{(2n-1)}}{\zeta_j^{2n-1}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで $\zeta_j = e^{\alpha_j + i\beta_j}$

$A_j^{(0)}$: real const.

$B_j, A_j^{(2n-1)}$: complex const. で

$$B_j = c + id, \quad A_j^{(2n-1)} = a_j^{(2n-1)} + ib_j^{(2n-1)}$$

そこで

$$z_j = x + i\lambda_j y = 1/2 \{ (1 + \lambda_j) \zeta_j + (1 - \lambda_j) \zeta_j^{-1} \} \quad \dots\dots\dots (4)$$

なる座標の二重変換を行うと, $\alpha_j = 0$ のとき単位円を表わし, 問題の円孔を $\alpha_j = c$ とする。そうすると応力および変位は

* 昭和31年6月1日 九州支部(戸畑)講演会において講演, 原稿受付 昭和32年11月2日。

** 正員, 山口大学工学部(山口県宇部市常盤台)。

$$\left. \begin{aligned} \widehat{xx} &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} = \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \{F_1''(z_1) - F_2''(z_2)\} \\ \widehat{yy} &= \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \left\{ \frac{1}{\lambda_1^2} F_1''(z_1) - \frac{1}{\lambda_2^2} F_2''(z_2) \right\} \\ \widehat{xy} &= -\frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} = \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} I_m \left\{ \frac{1}{\lambda_1} F_1''(z_1) - \frac{1}{\lambda_2} F_2''(z_2) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} E_x u_x &= \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} R \left\{ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_1^2} F_1'(z_1) - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{\lambda_2^2} F_2'(z_2) \right\} \\ E_x u_y &= \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} I_m \left\{ \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_1} F_1'(z_1) - \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_2} F_2'(z_2) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

無限遠で一樣なる引張り T が働くものとする

$$A_1^{(0)} = \lambda_1^2 T, \quad A_2^{(0)} = \lambda_2^2 T \quad \dots\dots\dots (7)$$

したがって

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \frac{1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[\frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_1^2} \left\{ \lambda_1^2 T \cos \beta + c_1 + a_1^{(1)} \cos \beta + \sum_{n=2}^{\infty} a_1^{(2n-1)} \cos(2n-1)\beta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + b_1^{(1)} \sin \beta + \sum_{n=2}^{\infty} b_1^{(2n-1)} \sin(2n-1)\beta \right\} - \frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{\lambda_2^2} \left\{ \lambda_2^2 T \cos \beta + c_2 + a_2^{(1)} \cos \beta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{n=2}^{\infty} a_2^{(2n-1)} \cos(2n-1)\beta + b_2^{(1)} \sin \beta + \sum_{n=2}^{\infty} b_2^{(2n-1)} \sin(2n-1)\beta \right\} \right] \\ u_y &= \frac{-1}{E_x(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)} \left[\frac{\lambda_2^2 + \nu_x}{\lambda_1} \left\{ \lambda_1^3 T \sin \beta + d_1 - a_1^{(1)} \sin \beta - \sum_{n=2}^{\infty} a_1^{(2n-1)} \sin(2n-1)\beta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + b_1^{(1)} \cos \beta + \sum_{n=2}^{\infty} b_1^{(2n-1)} \cos(2n-1)\beta \right\} - \frac{\lambda_1^2 + \nu_x}{\lambda_2} \left\{ \lambda_2^3 T \sin \beta + d_2 - a_2^{(1)} \sin \beta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_{n=2}^{\infty} b_2^{(2n-1)} \cos(2n-1)\beta \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

しかして半径およびこれに直角な方向の変位を u_r, u_β とすると

$$\left. \begin{aligned} u_r &= u_x \cos \beta + u_y \sin \beta \\ u_\beta &= -u_x \sin \beta + u_y \cos \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

である。この場合は孔縁では二重張りによる強化節を考えているのであるから、孔縁における変位 u_r, u_β がそれぞれ零と考えられる。すなわち $u_x = 0, u_y = 0$ となるから (8) 式における各項は零とならねばならぬ。こうして定数値を求めると

$$\left. \begin{aligned} a_1^{(1)} &= -\frac{\lambda_1^2(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_2(\lambda_1^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_2^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \\ a_2^{(1)} &= -\frac{\lambda_2^2(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_1(\lambda_2^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_1^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \\ b_1^{(1)} &= 0, \quad b_2^{(1)} = 0, \quad c_1 = 0, \quad c_2 = 0, \quad d_1 = 0, \quad d_2 = 0 \\ n \geq 2 \\ a_1^{(2n-1)} &= 0, \quad a_2^{(2n-1)} = 0, \quad b_1^{(2n-1)} = 0, \quad b_2^{(2n-1)} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

したがって応力は (5) 式から

$$\left. \begin{aligned} \widehat{xx} &= T + \frac{1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[\frac{\lambda_1^2(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_2(\lambda_1^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_2^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \frac{\partial_1}{A_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda_2^2(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_1(\lambda_2^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_1^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \frac{\partial_2}{A_2} \right] \\ \widehat{yy} &= \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[\frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_2(\lambda_1^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_2^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \frac{\partial_1}{A_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_1(\lambda_2^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_1^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \frac{\partial_2}{A_2} \right] \\ \widehat{xy} &= \frac{-1}{\lambda_1^2 - \lambda_2^2} \left[\frac{\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_2(\lambda_1^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_2^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \frac{\epsilon_1}{A_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_1(\lambda_2^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_1^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \frac{\epsilon_2}{A_2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. - \frac{\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2) \{ \lambda_1(\lambda_2^2 + \nu_x) + \nu_x(\lambda_1^2 + \nu_x) \}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2} \frac{\epsilon_2}{A_2} \right] \quad \Bigg\}$$

$$\text{ここで } \delta_j = (1 + \lambda_j) \cos 2\beta - (1 - \lambda_j)$$

$$\epsilon_j = (1 + \lambda_j) \sin 2\beta$$

$$A_j = (1 - \lambda_j^2) \cos 2\beta + (1 + \lambda_j^2)$$

ゆえに周辺応力 $\widehat{\beta\beta}$ は

$$2\widehat{\beta\beta} = \widehat{xx}(1 - \cos 2\beta) + \widehat{yy}(1 + \cos 2\beta) - 2\widehat{xy} \sin 2\beta$$

であるから

$$\begin{aligned} \widehat{\beta\beta} = & \frac{T}{2} - \frac{T}{2} \cos 2\beta + \frac{1}{2(\lambda_1 - \lambda_2) \{ \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + 2 \lambda_1 \lambda_2 \nu_x - \nu_x^2 \}} \left[(\lambda_1^2 - 1) \{ \lambda_2 (\lambda_1^2 + \nu_x) \right. \\ & + \nu_x (\lambda_2^2 + \nu_x) \} \frac{\delta_1}{A_1} - (\lambda_2^2 - 1) \{ \lambda_1 (\lambda_2^2 + \nu_x) + \nu_x (\lambda_1^2 + \nu_x) \} \frac{\delta_2}{A_2} \\ & - \left\{ (\lambda_1^2 + 1) [\lambda_2 (\lambda_1^2 + \nu_x) + \nu_x (\lambda_2^2 + \nu_x)] \frac{\delta_1}{A_1} - (\lambda_2^2 + 1) [\lambda_1 (\lambda_2^2 + \nu_x) + \nu_x (\lambda_1^2 + \nu_x)] \frac{\delta_2}{A_2} \right\} \\ & \left. \cos 2\beta + 2 \left\{ [\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1^2 + \nu_x) + \lambda_1 \nu_x (\lambda_2^2 + \nu_x)] \frac{\epsilon_1}{A_1} - [\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2^2 + \nu_x) + \lambda_2 \nu_x (\lambda_1^2 + \nu_x)] \frac{\epsilon_2}{A_2} \right\} \sin 2\beta \right] \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(12)$$

となって求められる。

3. 数 値 計 算

前報と同じく かしわの板⁽⁴⁾とすると

$$E_x = 58\,200 \text{ kg/cm}^2, \quad E_y = 21\,900 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\nu_x = 0.33, \quad \nu_y = 0.12$$

繊維方向が x 軸と一致するとき

$$\lambda_1 = 1.67, \quad \lambda_2 = 0.97$$

となる。これらの値をいれて計算すると、二重強化節の場合の周辺応力 $\widehat{\beta\beta}$ は第2図のごとくなる。なおこの図には孔縁材のない自由縁の場合、棒の幅が4°のときの十字棒をあてた場合(第1報)、鉛製孔縁材を板厚の2倍の高さにしたとき(第2報)、およびその孔縁材に断面積 $0.39r_0^2 \times 10^{-2}$ (すなわち半径 $0.05r_0$ で r_0 は孔の半径, $r_0 = 1.0$) で同質の防とう材をつけたとき(第3報)の周辺応力 $\widehat{\beta\beta}$ の値が併記してある。

この図から言えることは、自由縁、十字棒、孔縁材や防とう材つき孔縁材の場合には $\beta = 90^\circ$ のところに最大周辺応力が表われ、また $\beta = 0^\circ \sim 45^\circ$ までは負の値を示すに反し、二重強化節の場合には $\beta = 90^\circ$ では非常に小さい応力しか表われず、最大応力は約 $\beta = 45^\circ$ の付近に表われている。

以上のことから円

第 1 図

孔を有する直交異方性板の孔縁を強化しようと思えば、完全固定である二重張りによる強化節をつけた場合が最も有効に周辺応力は軽減されて最も効果的である。しかし金属板の場合には二重張りということは比較的容易にできるであろうが、木板のごとき直交異方性板の場合の二重強化節となると実際には相当技術的に困難なことではないかと思う。

4. 結 論

以上第1報から第4報まで、円孔を有する直交異方

第 2 図

性板の孔縁の補強について現在行われている方法を直交異方性板に拡張して考えてみた。この結果

- (1) 臨時的な手段として十字棒をあてることは、周辺応力は自由縁よりは軽減されるが、その十字棒が引張方向と同じ方向にあることが肝要であり、引張方向に直角に単独においたり、縦弾性係数の非常に異なる棒をあてることは応力集中がその場所に表われて、かえって有害となる。
- (2) 孔縁材をあてた場合には、十字棒をあてた場合に比べて、その周辺応力の減り方は非常に大きく、その高さを高くすればするほど、その厚さを厚くすればするほど、またその縦弾性係数の値の大きいほどその効果は大きい。しかしその高さにしても、厚さにしても、周辺応力の軽減の仕方からみて、ある高さ以上、ある厚さ以上になると、その軽減の仕方はわずかとなり、この意味から有効限界高さ、有効限界厚さおよびその両者を含めて有限断面積の定義が生れてくるのである。そうしてこの場合には、それぞれ板厚の2~3倍程度の高さ厚さで十分であることがわかった。
- (3) 孔縁材に防とう材をつけた場合には、それだけ孔縁材の断面積が増加していることとなるのであるから、孔縁材のみの場合より更に周辺応力は軽減される。しかしこの場合その防とう材をつける位置はなるべく低い方、すなわち有効限界高さ以下であることが望ましく、あまりに高い所につけると、あってもなくてもよいという結果となる。このことは上の有効限界高さの定義からはっきり言えることであるが、防とう材をつけた場合に、それがなおはき

りと理論的に証明できるわけである。もちろん防とう材をつけた場合でもその孔縁材の板厚を増したり、縦弾性係数の大きいものをつけることは、孔縁材のみの場合と全く同様であり、防とう材は大きいほど効果的であることも言うまでもないことである。

- (4) 二重強化節の場合には、その周辺応力の軽減の仕方は、このうち最も大きく、孔縁の補強法としてはこれが最良である。しかしこれは前にも述べたように、技術的に困難であるから、孔縁材の高さを高くし(有効限界高さ以内に)、また孔縁材の厚さも厚くし(有効限界厚さ以内に)、また孔縁材には縦弾性係数のなるべく大きいものをあてるようにし、さらに防とう材をつけるときには、なるべく低い所に、なるべく断面積を大きくつけるというように、これらの方法を併用して、できるだけ完全固定の条件に近づくようにして二重強化節となるようにすることがよい。

最後に本研究にあたり、大阪大学教授 太田友弥博士、菊川真博士および山口大学 久保敏彦氏には終始御指導を賜わった。厚く感謝する次第である。

文 献

- (1) 野村, 機械学会論文集, 20, 91(昭 29), 167.
- (2) 野村, 機械学会論文集, 23, 135(昭 32), 784.
- (3) 野村, 本論文集, 824 ページ.
- (4) J. Stamer und H. Sieglerschmidt, VDI-Z, 77(1933), 503.
- (5) 太田, 造船協会会報, 第 62 号(昭 13) および野村, 山口大学工学部学報, 8, 1(昭 32), 7.

プラント類の輸出全く不振

日本機械工業連合会ではこのほど今年上期(1—6月)の機械工業の動向をまとめたが、このうち、輸出についてみると総額は1267億円で、前年同期に比べて2.5%減で、ここ数年来一貫して上昇してきた輸出実績が伸び悩みをはっきり示し、プラント輸出については全く不振をきわめていると結論している。

この原因について同会では(1)機械輸出の中心的存在であった船舶の増勢がとまった。(2)繊維機械が減少傾向にある。(3)軽機械のうち、ミシンが停滞している。(4)一時好調であったバスが大幅に減

少したなどをあげている。

機種別にみると自動車39%減、精密機械(カメラ、双眼鏡など)16%減、鉄道車両6%減、その他繊維機械、ミシン、内燃機関、軸受も減少の傾向をたどっている。なお、船舶は前期より6%減少しているが、輸出認承額では前年上期の40%減であるが実績では12%増加で、依然機械輸出額の55%を占めている。

この主たる原因は世界経済の後退、後進国の外貨事情の悪化、先進諸国との競争の激化などがあげられている。(服部敏夫)