539.389:539.374

金属の固有の降伏条件および加工硬化率とそれに対する伸びおよびねじりのひずみ履歴の影響 (第2報)*

吉村 慶丸**, 竹中 幸彦**, 阿部 慎蔵**

Yield Condition and Rate of Work-Hardening Proper to a Metal and Their Dependence on Its Strain History of Extension and Twist (2nd Report)

by Yoshimaru YOSHIMURA, Yukihiko TAKENAKA,
and Shinzō ABE

For the purpose of examining the validity of the basic assumption of "The Strain History Theory of Plasticity", consequently, of the yield condition and the stress-strain increment relation derived from it, the experiments for mild steel concerning the general loading processes of combined tension-torsion after the respective strain histories of extension and torsion, are carried out. The results show that the strain history theory, its theoretical deduction being in good agreement with the experimental results, is capable of explaining unifyingly the plastic behaviour of metals for different strain histories.

1. 緒 言

前報で述べたひずみ履歴理論の仮定と降伏条件および応力・ひずみ増分関係, つまり第1報結論の(1), (2)および(3)の各事項が妥当であるか否かはすべて実験結果によって判定されねばならない. そのために, 軟鋼薄肉管に伸びまたはねじりの予ひずみをあたえた後, 引張り・ねじり組合せ応力状態で再び降伏させる実験を行った. ここではその実験結果と理論との比較について述べる.

2. 実験方法

(1) 試験機 引張(または圧縮)荷重とねじりモーメントを同時に負荷できる新試験機を試作して用いた. この試験機の概要を第1図に示す.

引張荷重はハンドル①を回転することにより, 試験片③に加えられ, 目盛板⑦によって計測される. ねじりモーメント用振子⑧を乗せた台⑨はベッド上の丸棒レール⑩上をころ⑪に乗ってスライドし, ねじりモーメントを加えても, この間には摩擦力がほとんど生じないので, そのため引張荷重の読みに誤差を生ずるこ

とはない. また両チャック部②, ④には球面座を用いて偏心荷重を減少させた.

次にねじりモーメントはハンドル⑫を回転することにより試験片に加えられ, 目盛板⑬によって計測される. ⑮はスラスト軸受であって, ここに摩擦力が生ずるとねじりモーメントの正確な計測ができないことになる. この試験機においては引張荷重が加わる場合には, この摩擦力は無視できない程度になるので, チャック②と試験片③の間に応力棒⑭を入れ, その表面にトルク用抵抗線ひずみ計をはり付けてねじりモーメントを正確に測定した.

(2) ひずみ計 第2図に示すような, 伸びひずみとせん断ひずみとが同時に測定できるひずみ計を考案して用いた.

リング①の周囲に等間隔にある3個のねじ②によ

第1図 引張り・ねじり組合せ応力試験機

* 昭和31年4月2日 第33期通常総会講演会, 昭和32年4月2日 第34期通常総会講演会および昭和33年9月7日 第8回応用力学連合講演会において講演, 原稿受付 昭和33年12月4日.

** 正員, 東京大学航空研究所(東京都目黒区駒場町 856).

てひずみ計を試験片に取付ける。このねじはリングの中心に向って、そのおのおのの中には強さの等しいばねが入れている。左右のアーム③および④はリングの上面のみぞを滑動できるようになっている。これらの先端についているころ⑤および⑥は、ばね入り弓形金具⑦によって試験片表面に押しつけられている。

図の左側の部分は伸びひずみ測定部で、ころ⑤の軸は試験片の軸と直角に取り付けられている。試験片が伸縮すると、それに応じてころ⑤が回転するので、指針と目盛によってその量を拡大して読み取ることができる。このようにして得られるひずみは対数ひずみである⁽¹⁾。塑性変形においては、伸びひずみとして対数ひずみを取るべきことは既に筆者の 1 人によって明らかにされている⁽²⁾。試験片がねじられたときにはころ⑤は周方向にすべり、その回転はねじりによる影響を受けない。

図の右側の部分はせん断ひずみ測定部である。ころ⑥の軸は試験片の軸と平行に取り付けられている。試験片がねじられると、それに応じてころ⑥が回転するので、指針と目盛によってその量を拡大して読み取ることができる。試験片が伸縮する場合にはころ⑥は軸方向にすべり、その回転は伸びの影響を受けない。このようにして得られるせん断ひずみは次のような意味をもったひずみである。すなわち第 3 図で

R = 試験片外半径

r = ころ⑥の半径 (一定)

$D\omega$ = 測定長 l_0 の試験片部分の微小ねじれ角

$D\omega' = D\omega$ に対応するころ⑥の微小回転角とすると

$$rD\omega' = RD\omega$$

ゆえに

$$\text{せん断ひずみ増分 } D\gamma = RD\omega/l_0 = (r/l_0)D\omega'$$

よって

$$\text{せん断ひずみ } \gamma = \int D\gamma = (r/l_0)\omega'$$

となる。 (r/l_0) は一定であるから、ころの回転角 ω' によってせん断ひずみ γ を求めることができる。またこの γ の式には R を含まないから、この γ は伸びひずみによる試験片の外径変化の影響を受けない。このようなせん断ひずみ γ は、伸びの場合の対数ひずみに相当するひずみであって、塑性のせん断変形に対して妥当なことは筆者の 1 人によって既に証明されている⁽²⁾。

(3) 試験片 試験片は第 4 図に示すような軟鋼薄肉管で、熱間引抜き材より機械加工し、 880°C で 1 時間焼なまししたものを用いた。その組成を第 1 表に

第 2 図 ひずみ計

第 3 図 せん断ひずみ説明図

第 4 図 試験片

第 1 表 試験片素材 (S10C 材) の組成

成 分	C	Si	Mn	P	S
%	0.11	0.27	0.39	0.012	0.014

示す。

(4) 実験方法 (i) 予ひずみが伸びひずみの場合 まず最初に引張荷重のみを加えて伸びの塑性ひずみ ϵ_0 を与える。その時の最高荷重を P_0 とする。次にこのような伸びの予ひずみを与えられた材料を引張り・ねじり組合せ応力状態で再び降伏させるために、第 5 図に示すように、 $P = kP_0$ ($k < 1$) まで除荷した後 $P = \text{一定}$ のままねじりモーメントを徐々に加えて行った。ただし試験片 No. 2 のみは、 $P = 0$ まで除荷した後ねじりモーメント M (弾性域) を加え、次に $M = \text{一定}$ のまま引張荷重を加えた。このように 2 種類の負荷形式を取ったのは、負荷形式の相異が降伏応力および応力・ひずみ増分関係に影響を及ぼすか否かを検討するためであった。一般に P と M との組合されたこのような負荷経路の場合には、引張応

力とねじりせん断応力との比は刻々に変化し応力の主方向は引張方向に対して回転して行くことになる。

実験は $\epsilon_0 = 0.078$ の場合について行い, 第5図に示すように, k の値を変えて合計9種類の実験を行った。

(ii) 予ひずみがねじりせん断ひずみの場合 ねじりの予ひずみ $\gamma_0/\sqrt{3} = 0.078$ を与えた後(その時の最高ねじりモーメントを M_0 とする), 引張り・ねじり組合せ応力状態で再び降伏させるために, 第6図に示すように, $k' = M/M_0 (< 1)$ の値を変えて合計9種類の実験を行った。

3. 実験結果と理論の比較

応力とひずみの取り方は, 伸びの変形に対しては真応力と対数ひずみが, せん断変形に対しては真応力と前述のせん断ひずみが妥当なことは既に示したとおりである。すなわち

d_a = 変形前の試験片の外径

d_i = 変形前の試験片の内径

l_0 = 測定長さ (伸びひずみ計とせん断ひずみ計におけるこの長さは相等しく, いずれも実験中不変)

l = 変形前 l_0 であった試験片部の変形後の長さ

$\Delta l = l - l_0$

とすると

$$\text{引張真応力 } \sigma = \frac{P}{(\pi/4)(d_a^2 - d_i^2)} \frac{l}{l_0}$$

$$\text{伸びの対数ひずみ } \epsilon = \log(l/l_0)$$

であり, ねじりによるせん断の真応力 τ は厚さ方向に一樣に分布するとし, 伸びによる試験片の外径変化を考慮すると

$$\tau = \frac{M}{(\pi/12)(d_a^3 - d_i^3)} \left(\frac{l}{l_0} \right)^{3/2}$$

$$= \frac{M}{(\pi/12)(d_a^3 - d_i^3)} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\Delta l}{l} \right)$$

である。せん断ひずみは肉厚中央部のひずみを取ると, ひずみ計から読取れる試験片表面のひずみ γ_a から

$$\gamma = \gamma_a (d_a + d_i) / 2d_a$$

で与えられる。

次にこのような応力とひずみを用いて, 組合せ応力状態における降伏応力を決定するために, 相当応力 $\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ と相当ひずみ $\bar{\epsilon} = \int \sqrt{(D\epsilon)^2 + \frac{1}{3}(D\gamma)^2}$ を取って応力～ひずみ曲線を描いた。第7図は最初の引張りから組合せ応力状態後の全過程を示し, 第8図は最初のねじりから組合せ応力状態後の全過程を示す(いずれも図の混乱をさけるために, それぞれ9本の試験片のうち5本のみの結果を示す)。また第7図で

第5図 伸びの予ひずみを与えた後の負荷経路。図中の番号は試験片番号を示す。 $k = P/P_0$, かっこ内の k の値は P_Y/P_0 (P_Y は降伏荷重) を示す。

第6図 ねじりの予ひずみをあたえた後の負荷経路。図中の番号は試験片番号を示す。 $k' = M/M_0$, かっこ内の k' の値は M_Y/M_0 (M_Y は降伏モーメント) を示す。

は, 試験片によるばらつきを補正するために, 各試験片の最初の引張曲線が標準引張試験片 No. 1 の曲線に合うように σ 方向に平行移動*して描いてある。第8図においても同様な補正がしてある。

図を見てわかるように, σ と τ との組合せ状態により, つまり k または k' の値により, 応力・ひずみ曲線は変動し, 第7図では純引張りの $\sigma \sim \epsilon$ 曲線に, 第8図では純ねじりの $\sqrt{3}\tau \sim \gamma/\sqrt{3}$ 曲線に一致しない。このことはひずみ履歴が組合せ応力状態における降伏応力に影響していることを示している。

降伏応力の決定法には種々の方法が考えられるが, ここでは伸びの予ひずみの場合には第7図に示すように, 最初の引張りの終点 (σ_0, ϵ_0) でこの曲線に接線

* その移動量はたかだか 0.5 kg/mm^2 以内である。

を引き、この直線に平行な組合せ応力状態における曲線の接線が塑性ひずみ $\varepsilon = \varepsilon_0$ の線を切る Y 点の応力を相当降伏応力 $\bar{\sigma}_Y = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ にとった。引張降伏応力 σ は $P = kP_0$ から求まるので、 $\bar{\sigma}_Y$ がきまればせん断降伏応力 τ が計算できる。ただし試験片 No. 2 のみは $M = \text{一定}$ からまず τ を求め、次に $\bar{\sigma}_Y$ から σ を求めた。ねじりの予ひずみの場合には、第 8 図から上に述べたと同様の方法で降伏応力を求めた。

次にこのようにして得られた降伏応力を用いて、材

第7図 伸びの予ひずみの場合の全負荷経路に対する相当応力～相当ひずみ曲線

第8図 ねじりの予ひずみの場合の全負荷経路に対する相当応力～相当ひずみ曲線

料固有の降伏条件および固有の加工硬化率、ひずみ履歴による異方性およびバウシinger効果を含む場合の降伏曲線および応力・ひずみ増分関係を求めよう。

(1) 固有の降伏条件および固有の加工硬化率

まず第1報で示した降伏条件式のうち A (または A') の一次の項のある式が成り立つのか、または一次の項のない式が成り立つのかを検討しよう。そのために、 σ を横軸に、 τ を縦軸にとり、ねじりの予ひずみの場合の降伏応力を図示すると、第9図のようになる。こ

の図から、これらの降伏応力は σ 軸に傾かないだ円上に乗っているように見える。このことは既に第1報に述べたように、A' の一次の項のない前報の (6) 式が成り立つことを示している。したがって伸びの予ひずみの場合にも A の一次の項のない第1報 (4) 式が成り立つものと考えられる。予ひずみがもっと大きい場合や、材料が異なる場合には A (または A') の一次の項のある降伏条件が成り立つ可能性があるが、それについては次の報告で述べる。

次にこの (4) および (6) 式から材料固有の降伏条件および固有の加工硬化率を求めるためには、引張りまたはねじりの予ひずみをあたえた時の両者の塑性仕事 W_{ε_0} と W_{γ_0} が相等しい場合について、A, B, A' および B' を決定し、第1報 (7) 式の σ_{iso} および τ_{iso} を求めねばならない。しかるにわれわれの実験は引張りとねじりの予ひずみ ε_0 と $\gamma_0/\sqrt{3}$ が相等しい場合であって、 W_{ε_0} と W_{γ_0} とは相等しくならず、 W_{ε_0} の方が W_{γ_0} より少し大きい。これは引張りとねじりとではそのひずみ履歴を異にするため、両者の相当応力～相当ひずみ曲線は第10図に示すように一致しないで、ねじりの方が少し低くなっているためである。いま W_{ε_0} に等しい塑性

第9図 ねじりの予ひずみの場合の降伏応力

仕事 W_{γ_0}' をあたえるねじりの応力～ひずみ曲線上の点 $(\sqrt{3}\tau_0', \gamma_0'/\sqrt{3})$ を第10図から求めると

$$\sqrt{3}\tau_0' = 34.70 \text{ kg/mm}^2$$

$$\gamma_0'/\sqrt{3} = 0.0845$$

となる。ここで必要なのは W_{γ_0}' に対応する組合せ応力状態における降伏応力 σ' および τ' であるが、実験より得られた降伏応力 σ および τ は W_{γ_0} に対応するものである。しかし $\sqrt{3}\tau_0 = 34.20$ と $\sqrt{3}\tau_0' = 34.70$ との差は小さいので、近似的に

$$\sigma' = \sigma(\tau_0'/\tau_0)$$

$$\tau' = \tau(\tau_0'/\tau_0)$$

が成り立つとして σ' および τ' を求めた。

このようにして塑性仕事 $W_{\varepsilon_0} = W_{\gamma_0}'$ の場合の降伏応力がわかったから、このひずみ履歴に対応する A , B および A' , B' の値を求めることができる。まず伸びの予ひずみの場合には、引張った後の純圧縮降伏応力 σ_c と引張った後の純ねじり降伏応力 τ_T とを第1報(4)式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} (1/3)\sigma_c^2 \{1 + (3/4)A^2\varepsilon_0^2\} + B\varepsilon_0\sigma_c \\ = (1/3)\sigma_0^2 \{1 + (3/4)A^2\varepsilon_0^2\} - B\varepsilon_0\sigma_0 \\ \tau_T^2 \{1 - (1/4)A^2\varepsilon_0^2\} \\ = (1/3)\sigma_0^2 \{1 + (3/4)A^2\varepsilon_0^2\} - B\varepsilon_0\sigma_0 \end{aligned} \right\}$$

が得られるので、 $\sigma_0 = 35.57$ を代入して方程式を $A^2\varepsilon_0^2$ と $B\gamma_0$ について解き、 $\varepsilon_0 = 0.078$ を代入すると

第10図 引張りとねじりの相当応力～相当ひずみ曲線

$$\left. \begin{aligned} A^2\varepsilon_0^2 &= 0.132 \\ B\varepsilon_0 &= 1.277 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} A^2 &= 21.69 \\ B &= 16.37 \end{aligned} \right\}$$

が得られる。次にねじりの予ひずみの場合には、ねじった後の逆ねじり降伏応力 τ_R' と、ねじった後の純引張り降伏応力 σ_T' を第1報(6)式に代入して、伸びの予ひずみの場合と全く同様に計算すると

$$\left. \begin{aligned} A'^2\gamma_0'^2 &= 0.660 \\ B'\gamma_0' &= 2.333 \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} A'^2 &= 36.16 \\ B' &= 17.27 \end{aligned} \right\}$$

が得られる。このようにして得られた A^2 と A'^2 とを比較すると、 A'^2 の方が A^2 の 1.7 倍になっている。このことは、ねじりのひずみ履歴に基づく異方性の方が、伸びのひずみ履歴に基づくものより $\sqrt{1.7}$ 倍大きいことを表わしている。一方 B と B' の値はほぼ相等しく、バウシinger効果は伸びの場合もねじりの場合も同じ程度に現われることを示している。

次にこの $A^2\varepsilon_0^2$, $B\varepsilon_0$, σ_0 および $A'^2\gamma_0'^2$, $B'\gamma_0'$, τ_0' の値を第1報(4)および(6)式にそれぞれ代入して計算すると

$$F(W_{\varepsilon_0}) = (1/3)\sigma_{iso}^2 = 418.1$$

$$F(W_{\gamma_0}') = \tau_{iso}^2 = 420.7$$

$$\sigma_{iso}^2 = 35.41$$

$$\tau_{iso}^2 = 35.52$$

が得られる。したがって実験的に

$$F(W_{\varepsilon_0}) = F(W_{\gamma_0}') = (1/3)\sigma_{iso}^2 = \tau_{iso}^2$$

が成り立つことがわかった。このことから、降伏関数の値は塑性仕事の関数であり、材料固有の降伏条件は Mises の条件に従うという最初の仮定が妥当であることが実験的に証明された。

$W_{\varepsilon_0} = W_{\gamma_0}$ の値を変えた実験を行い、それに対応する σ_{iso} ($=\sqrt{3}\tau_{iso}$) を求めれば材料固有の応力～ひずみ曲線(固有の加工硬化率を示す)を決定することができる。現在の実験では $W_{\varepsilon_0} = W_{\gamma_0}$ の一点に対応する $\sigma_{iso} = \sqrt{3}\tau_{iso}$ が求められたに過ぎないので、この曲線を完全に描くことはできないが、第10図では一応この一点のみから予想される固有の応力～ひずみ曲線を描き破線で示した。

(2) 降伏条件 (i) 伸びの予ひずみの場合 既に得られた $A^2\varepsilon_0^2$, $B\varepsilon_0$ および σ_0 を第1報(4)式に代入するとこの降伏だ円が決定できる。横軸に σ/σ_{iso} , 縦軸に τ/σ_{iso} を取りこのだ円を示したのが第11図の実線である。このだ円が横軸を切る点は $\sigma_0/\sigma_{iso} = 1.004$ であって、Mises のだ円が切る $\sigma_{iso}/\sigma_{iso} = 1$ の点より少し外に出るが、その差がきわめて小さいために図ではこの二点の区別はつかない。

次に各試験片の降伏応力 σ および τ を σ_{iso} で割った値を第 2 表に示す。この値を第 11 図にプロットすると、すべての点は実線のだ円上によく乗り、実験がひずみ履歴理論による降伏条件ときわめてよく一致することを示している。そしてひずみ履歴の影響によって、降伏条件が固有の降伏条件 (Mises の条件) からずれて来る状態がよくわかる。更に試験片 No. 2 と No. 3 は負荷形式が異なるにもかかわらずよく一致し、負荷形式の相異によって降伏応力が変化しないことを示している。

(ii) ねじりの予ひずみの場合 前述の $A'^2\gamma_0'^2$, $B'\gamma_0'$ および τ_0' の値を第 1 報 (6) 式に代入すると、その降伏だ円が決定できる。横軸に σ'/τ_{iso} , 縦軸に τ'/τ_{iso} を取りこのだ円を描いたのが第 12 図の実線である。このだ円は縦軸を $\tau_0'/\tau_{iso}=0.977$ で切り、Mises のだ円が切る $\tau_{iso}/\tau_{iso}=1$ の点より少し内側に来る。各試験片の降伏応力 σ' および τ' を τ_{iso} で割った値を第 3 表に示す。この値を図にプロットするとやはりすべての点が実線のだ円上によく乗り、実験と理論とがよく一致することを示している。

第 11 図および第 12 図で、引張りと正ねじりの組合せ応力範囲 (第 1 象限) について見ると、伸びの予ひずみの場合には、降伏応力は最大せん断応力の条件 (Tresca の条件) はもちろんのこと Mises の条件よりも外に出ている (この結果は Taylor 等の軟鋼についての実験結果⁽⁹⁾と一致している)。しかるに一方ねじりの予ひずみの場合には大部分が Mises と Tresca の条件の中間に来ている。この事実は一見相反しているように見えるが、これはひずみ履歴の相異に基くものであって、ひずみ履歴理論はこのような実験事実を統一的に説明できることがわかった。

(3) 応力・ひずみ増分関係 第 1 報で示したように、応力・ひずみ増分関係が第 1 報 (12) および (18) 式で与えられるならば、ひずみ増分ベクトル ($D\varepsilon$, $D\gamma$) は各降伏だ円に直交することになる。このことを実験的に確かめてみよう。そのために組合せ応力状態で降伏した後の塑性ひずみ ε^p と γ^p との関係を図示すると、伸びの予ひずみの場合には第 13 図、ねじりの予ひずみの場合には第 14 図のようになる。これらの点は h または h' の値により、それぞれ異なった曲線上に乗っている (Taylor 等の伸びの予ひずみの実験⁽⁹⁾では直線になっている)。各試験片の降伏応力に対応する点でこれらの曲線に接線を引き、それが ε^p 軸となす角を第 13 図では α' , 第 14 図では β' とすると

$$D\gamma/D\varepsilon = \tan \alpha' \quad \text{または} \quad \tan \beta'$$

である。一方第 11 図および第 12 図の各実験点にお

第 11 図 伸びの予ひずみの場合の降伏曲線

第 12 図 ねじりの予ひずみの場合の降伏曲線

第 2 表 ひずみ増分ベクトルの方向 (伸びの予ひずみの場合)

試験片番号	σ/σ_{iso}	τ/τ_{iso}	α 計算値	α' 実験値	$\alpha - \alpha'$
1	1.004	0	0°	0°	0°
2	0.937	0.225	32°57'	33°20'	-0°23'
3	0.938	0.224	32°42'	34°25'	-1°43'
4	0.600	0.485	65°59'	66°30'	-0°31'
5	0.300	0.575	80°18'	80°00'	0°18'
6	0	0.595	91°53'	91°00'	0°53'
7	-0.298	0.566	103°30'	102°00'	1°30'
8	-0.692	0.402	126°10'	126°30'	-0°20'
9	-0.902	0	0°	0°	0°

第 3 表 ひずみ増分ベクトルの方向 (ねじりの予ひずみの場合)

試験片番号	τ'/τ_{iso}	σ'/τ_{iso}	β 計算値	β' 実験値	$\beta - \beta'$
10	0.958	-0.357	95°43'	95°00'	0°43'
11	0.977	0	90°	90°	0°
12	0.959	0.349	84°25'	84°40'	-0°15'
13	0.684	1.364	61°18'	59°00'	2°18'
14	0.199	1.800	18°04'	17°30'	0°34'
15	0	1.835	-5°54'	-6°00'	0°06'
16	-0.203	1.806	-28°57'	-31°20'	2°23'
17	-0.664	1.225	-66°24'	-67°40'	1°16'
18	-0.874	0	-90°	-90°	0°

けるだ円の法線が σ 軸となす角をそれぞれ α および β とすると, 第1報(15)および(19)式の A および A' の一次の項のない式から $\tan \alpha$ および $\tan \beta$ が求まり, したがって α および β を計算することができる. このようにして得られた α' , β' および α , β の値を第2表および第3表に示す. ($\alpha - \alpha'$)は最大 1.7° , ($\beta - \beta'$)は最大 2.4° であって, この程度の差は実験誤差と考えられる. したがって $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ が成り

第13図 組合せ応力状態における伸びひずみとせん断ひずみの関係 (伸びの予ひずみの場合)

第14図 組合せ応力状態における伸びひずみとせん断ひずみの関係 (ねじりの予ひずみの場合)

立ち, 第11図, 第12図の矢線で示すひずみ増分ベクトルは各降伏だ円に直交する. 以上のことから第1報で示した応力・ひずみ増分関係式が実験的にも成り立つものと考えられる.

4. Taylor・Quinneyの研究との関係

われわれの実験結果とそれを説明する理論とは以上で明らかであるが, それと従来定説となっているTaylor・Quinneyの研究⁽³⁾⁽⁴⁾との相違を次に明らかにしたいと思う.

第1報で述べたように, Taylor等の実験は銅, アルミニウム, 軟鋼の円管に伸びの予ひずみを与えた後の引張り・ねじり組合せ応力状態下の降伏応力と応力・ひずみ関係に関するもので, その結果は第1報第1, 2図に示すとおりである.

Taylor等の研究における重要な結論の第1は, これらの金属材料が伸びの予ひずみを受けた後も等方性であることである. これは応力と同時にひずみの各成分(伸びとせん断ひずみの測定および内部容積変化の測定から)を求め, 組合せ応力下の応力とひずみ増分の主方向が平均 0.64° , 最大 1.9° の範囲で一致することから導かれた結論である.

しかし主方向のこの程度の一致をもって等方性の必然性を結論することはできない. なぜならば, われわれの理論は異方性の立場に立つのであるが, それに基づいて, 第11図および第12図の実線のだ円上の数点における応力およびひずみ増分の主方向が引張方向となす角

$$\varphi = (1/2) \tan^{-1}(2\tau/\sigma)$$

$$\psi = \begin{cases} (1/2) \tan^{-1}(2D\gamma/3D\varepsilon) & \text{(伸びの予ひずみの場合)} \\ (1/2) \tan^{-1}\{D\gamma/(D\varepsilon - D\varepsilon_{22})\} & \text{(ねじりの予ひずみの場合)} \end{cases}$$

を計算すると, 第4表および第5表のようになる. 伸びの予ひずみの場合の第4表を見ると, 引張りと正ねじりの組合せ応力範囲では, 主方向の差($\varphi - \psi$)は 1.5° 以内である. このことはTaylorの場合の 1.9° 程度の差をもって等方性を結論することの理由にはならないことを示している.

Taylor等の第2の重要な結論は第1報第1図のように降伏条件がMisesのそれと一致しないこと, したがって第2図のように $\mu \sim \nu$ 関係がLévy~Misesの関係 $\mu = \nu$ からかたよることである. 等方性を仮定してこそ $\mu \sim \nu$ 関係を考えることが意味をもつのであるが, 第2図のような $\mu \sim \nu$ 関係と第1図の降伏条件との両立性, すなわち最大塑性仕事の原理の成立は銅

については満足されるが、軟鋼では満足されない。

このような μ - ν 関係が得られたということは、組合せ応力下で管の内部容積が減少したことにその原因を有するのであり、それはすなわち降伏条件が銅の場合のように Mises の だ円よりやや内側に来ることを意味する。

これに対してわれわれの軟鋼についての同様な実験では管の内部容積変化は認められなかった(ただし焼なましによっても最初の異方性を完全に除くことができなかった)ので、単に引張ったのみで容積が変化した。しかし組合せ応力状態にしたためにその容積変化の状況が変るようなことはなかった。そして降伏条件は、Taylor の場合と同様に、Mises の だ円よりやや外に出た。したがって第 1 報 (12) 式に示すように $(De)_{11} = (De)_{22} = -\frac{1}{2}(De)_{33}$ が成り立ち、異方性およびバウシinger 効果の立場で降伏条件が説明される。

要するに Taylor 等の考えは彼らの伸びの予ひずみの実験結果を部分的に説明できるに過ぎないが、このことは理論よりはむしろ実験事実そのものに自己矛盾があるためのものである。これに対して、われわれのひずみ履歴理論は Taylor のような内部容積の変化する変形に適用できるものではないが、われわれの伸びおよびねじりの予ひずみの実験結果とはよく一致し、いずれの場合にも前述のように最大塑性仕事の原理と矛盾せず、塑性現象を統一的に説明することができる。

5. 結 論

軟鋼薄肉管に伸びまたはねじりの予ひずみを与えた後、引張り・ねじり組合せ応力状態で再び降伏させる実験を行い、降伏応力および応力・ひずみ増分関係を求めて、前報で述べたひずみ履歴理論の仮定および理論結果を検討した。その結果、ひずみ履歴理論はすべての点において実験とよく一致し、ひずみ履歴による異方性およびバウシinger 効果を伴う塑性現象を統一的に矛盾なく説明できることを示した。

終りに材料について種々便宜を与えられた日本鋼管会社の高瀬恭二氏および川崎製鉄、富士製鉄の各社ならびに試験機の製作に尽力された三精工業会社に感謝

第 4 表 応力とひずみ増分の主方向
(伸びの予ひずみの場合)

σ/σ_{iso}	τ/σ_{iso}	φ	ψ	$\varphi-\psi$
1.004	0	0°	0°	0°
0.949	0.20	11°25'	10°15'	1°10'
0.876	0.30	17°12'	15°50'	1°22'
0.759	0.40	23°14'	21°52'	1°22'
0.573	0.50	30°05'	29°11'	0°54'
0.424	0.55	34°28'	34°05'	0°23'
0.282	0.58	38°09'	38°21'	-0°12'
-0.184	0.58	49°31'	51°39'	-2°08'
-0.326	0.55	53°15'	55°55'	-2°40'
-0.475	0.50	57°42'	60°49'	-3°07'
-0.661	0.40	64°47'	68°08'	-3°21'
-0.778	0.30	71°10'	74°10'	-3°00'
-0.851	0.20	77°25'	79°45'	-2°20'
-0.906	0	90°	90°	0°

第 5 表 応力とひずみ増分の主方向
(ねじりの予ひずみの場合)

σ/τ_{iso}	τ/τ_{iso}	φ	ψ	$\varphi-\psi$
0	0.977	45°	45°	0°
0.50	0.942	37°34'	39°20'	-1°46'
1.00	0.827	29°25'	32°39'	-3°14'
1.30	0.705	23°39'	27°19'	-3°40'
1.50	0.585	18°59'	22°28'	-3°29'
1.70	0.402	12°39'	15°04'	-2°25'
1.80	0.238	7°23'	8°10'	-0°47'
1.83	0.138	4°16'	3°51'	0°25'
1.83	-0.040	-1°15'	-3°51'	2°36'
1.80	-0.140	-4°25'	-8°10'	3°45'
1.70	-0.304	-9°51'	-15°04'	5°13'
1.50	-0.488	-16°31'	-22°28'	5°57'
1.30	-0.607	-21°31'	-27°19'	5°48'
1.00	-0.730	-27°47'	-32°39'	4°52'
0.50	-0.844	-36°45'	-39°20'	2°35'
0	-0.879	-45°	-45°	0°

の意を表する次第である。更に実験に協力された茂木智子、脇本悠里、大森直江の諸氏に厚く感謝する。

文 献

- (1) A. Nadai, *Theory of Flow and Fracture of Solid*. (1950).
- (2) 吉村, 塑性力学(応用力学講座, 共立出版)(昭 32).
- (3) G. I. Taylor & H. Quinney, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **A230**(1931), 323.
- (4) G. I. Taylor, *Roy. Soc., Proc.*, **A191**(1947), 441.