534.372:534.113.014.3

減衰形振動系の衝突について(第1報)*

高村 真夫**, 大塚 猶二***

Chatter Vibration of Cantilever under Damping (1st Report)

by Masao TAKAMURA and Yūji ŌTUKA

It is expected that "chatter-vibration" of the switching relay may be reduced, if a damping force is applied to the relay spring.

The present paper describes the result of an experiment, in which the free end of a cantilever under a damping force was collided with a rigid wall and the relation between the number of "make and break" and the damping coefficient was empirically determined.

In order to apply the damping force to the cantilever, the principle that the Joule loss is caused by the electromotive force, which is induced by the vibration of the cantilever due to the magnetic field applied perpendicularly to the direction of vibration, was utilized.

The result of theoretical analysis of the frequency response of the vibrating system is also described in the present paper.

As a result, it has been clarified that the number of "make and break" markedly varies depending on the damping force applied to the relay spring.

1. 緒 言

通信用交換機の継電器が動作する際に、接点が衝突を含む振動を行って通話回路を断続し、誤動作や、雑音を生じ、また接点寿命に悪影響をあたえていると言われているが、本報告はこのようないわゆるチャターと称されている現象を防止する目的をもって、片持棒に電磁的減衰力を与え、その時の振幅特性を解析し、更に該振動系の自由端を剛壁に衝突させたときの衝突回数と減衰係数との関係を実測した結果を記述している。

2. 電磁制動系について

振動系に減衰力を与える方法は種々あるが、ここでは外部制御の容易な電磁制動を用いた。以下にその解析と実験結果を述べる。

2.1 電磁制動を受けた片持棒の横振動 ここに考察する振動系は第1図に示すように、励磁電流 i_0 、自己インダクタンス L_0 のコイルで励磁された磁束密度 B を有する電磁石の空けき部に、片持棒の振動方向を磁界に直角に配置し、棒の自由端および固定端が磁界外を通過する質量、剛性の無視された電気導体で短

第1図 振動系の模型

絡したもので、棒の軸方向を x とし、弾性係数 E 、断面積 S 、密度 ρ 、断面二次半径 R がおのおの同様とし軸方向長さを l とする。

更に短絡線輪の固有抵抗 r 、自己インダクタンス L 、棒の振動変位 ξ によって誘起された電流を i とし、この系の相互インダクタンスを M とする。

ただし ξ 方向の磁束密度が一様で、自己インダクタンス L 、 L_0 は ξ によって変化しないものと仮定し静電容量は無視する。

上記振動系にたくわえられる電磁エネルギー T_e は

$$\left. \begin{aligned} T_e &= \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} L_0 i_0^2 - M i i_0 \\ M i_0 &= \varphi_0 + \int_0^l B \xi dx \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

* 昭和 33 年 6 月 20 日 東海支部(浜松地方)講演会において講演，原稿受付 昭和 33 年 7 月 2 日。

** 正員，日本電信電話公社電気通信研究所(武蔵野市吉祥寺1551)。

*** 日本電信電話公社電気通信研究所。

ただし φ_0 は $\xi=0$ のときの鎖交磁束数

$$\text{運動のエネルギー } T_m \text{ は } T_m = \frac{1}{2} S \rho \int_0^l \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 dx \quad (2)$$

$$\text{ポテンシャルエネルギー } U_m \text{ は } U_m = \frac{1}{2} ESR^2 \int_0^l \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3)$$

仮定により静電エネルギーは無視したから, 上式を損失および外力の仮想仕事とともに Hamilton 氏原理を用いて自由端に $Fe^{j\omega t}$ の駆動力を作用したときの運動の方程式を導き出せば

$$L \frac{di}{dt} + ri = \int_0^l B(x) \frac{\partial \xi}{\partial t} dx \quad (4)$$

$$\rho S \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + ESR^2 \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} + B(x)i = 0 \quad (5)$$

境界条件は

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ において } \xi=0; \quad \frac{\partial \xi}{\partial x}=0 \\ x=l \text{ において } \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}=0; \quad -ESR^2 \frac{\partial^3 \xi}{\partial x^3} = Fe^{j\omega t} \end{array} \right\} \quad (6)$$

$i = ie^{j\omega t}$; $\xi = \xi e^{j\omega t}$ とおいて上式に代入すれば

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d^4 \xi}{dx^4} - k^4 \xi + \frac{j\omega B(x)}{ESR^2(j\omega L + r)} \int_0^l \xi(x) B(x) dx = 0 \\ \text{ただし } k^4 = \rho \omega^2 / ER^2 \end{array} \right\} \quad (7)$$

境界条件は

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ において } \xi=0; \quad \frac{d\xi}{dx}=0 \\ x=l \text{ において } \frac{d^2 \xi}{dx^2}=0; \quad -ESR^2 \frac{d^3 \xi}{dx^3} = F \end{array} \right\} \quad (8)$$

(7)式の一般解は

$$\begin{aligned} \xi(\alpha, y) = & A_1 \left\{ \cos \alpha y + aD(\alpha, y) \int_0^1 B_y \cos \alpha y dy \right\} + A_2 \left\{ \sin \alpha y + aD(\alpha, y) \int_0^1 B_y \sin \alpha y dy \right\} \\ & + A_3 \left\{ \cosh \alpha y + aD(\alpha, y) \int_0^1 B_y \cosh \alpha y dy \right\} + A_4 \left\{ \sinh \alpha y + aD(\alpha, y) \int_0^1 B_y \sinh \alpha y dy \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

$$\text{ただし } D(\alpha, y) = -\cos \alpha y \int_0^y B_y \sin \alpha y dy + \sin \alpha y \int_0^y B_y \cos \alpha y dy$$

$$+ \cosh \alpha y \int_0^y B_y \sinh \alpha y dy - \sinh \alpha y \int_0^y B_y \cosh \alpha y dy$$

$$a = \frac{j \frac{l^3}{2r\alpha SR \sqrt{\rho E}}}{1 + j \left\{ \frac{L}{r} \frac{\alpha^2 R}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} - \frac{l^3}{2r\alpha SR \sqrt{E\rho}} \int_0^1 B_y D(\alpha, y) dy \right\}}$$

$$\alpha^4 = (kl)^4; \quad y = x/l; \quad B_y = B(l y)$$

A_1, A_2, A_3, A_4 は定数である.

(9)式に境界条件を代入して棒の変位を求めると

$$\xi = \frac{-Fl^3}{3ESR^2} G(\alpha, y) e^{j\omega t} \quad (10)$$

ただし

$$\begin{aligned} G(\alpha, y) = & \frac{3}{2} \cdot \frac{N(\alpha y) + j \{ \alpha^2 P N(\alpha y) + \delta K(\alpha, y) \}}{\alpha^3 (1 + \cos \alpha \cosh \alpha) + j \{ P \alpha^5 (1 + \cos \alpha \cosh \alpha) - \delta H(\alpha) \}} \\ N(\alpha y) = & (\sin \alpha + \sinh \alpha) (\cos \alpha y - \cosh \alpha y) - (\cos \alpha + \cosh \alpha) (\sin \alpha y - \sinh \alpha y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\alpha K_0(\alpha, y) &= D(\alpha, y) \int_0^1 B_y N(\alpha y) dy - N(\alpha y) \int_0^1 B_y D(\alpha, y) dy \\
&+ \frac{1}{\alpha^2} \left[\frac{\partial^2 D(\alpha, y)}{\partial y^2} \right]_{y=1} \left\{ (\sin \alpha y - \sinh \alpha y) \int_0^1 B_y (\cos \alpha y - \cosh \alpha y) dy \right. \\
&\quad \left. - (\cos \alpha y - \cosh \alpha y) \int_0^1 B_y (\sin \alpha y - \sinh \alpha y) dy \right\} \\
H_0(\alpha) &= \alpha^2 (1 + \cos \alpha \cosh \alpha) \int_0^1 B_y D(\alpha, y) dy - \frac{1}{2\alpha} \left[\frac{\partial^3 D(\alpha, y)}{\partial y^3} \right]_{y=1} \int_0^1 B_y N(\alpha y) dy \\
&+ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 D(\alpha, y)}{\partial y^2} \right]_{y=1} \left\{ (\cos \alpha + \cosh \alpha) \int_0^1 B_y (\cos \alpha y - \cosh \alpha y) dy \right. \\
&\quad \left. + (\sin \alpha - \sinh \alpha) \int_0^1 B_y (\sin \alpha y - \sinh \alpha y) dy \right\}
\end{aligned}$$

$$\alpha_1 = 1.8751; [N(\alpha y)]_{\alpha=\alpha_1} = N_1; [H_0(\alpha)]_{\alpha=\alpha_1} = H_1;$$

$$K(\alpha y) = 3N_1 K_0(\alpha, y) / H_1; H = 3N_1 H_0(\alpha) / H_1$$

$$P = \frac{L}{r} \frac{R}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \dots \dots \dots (11)$$

$$\delta = \frac{l^3 H_1}{6rSR\sqrt{E\rho} N_1} \dots \dots \dots (12)$$

数値例として磁束密度が一樣の場合 $P=0$, $\delta=0.1$, 0.5 および 1 の場合の自由端の振幅特性 $|G|$ と ω/ω_1 の関係を第 2 図に示した。

$$\text{ただし } \omega_1 = \frac{\alpha_1^2}{l^2} R \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

2.2 電磁石について 電磁石の諸元は第 1 表に示した。電磁石の空げき部の磁束分布は第 3 図に示すように、ポール断面寸法内ではほぼ一樣で、ポールの

第 1 表 電磁石の諸元

空げき部ポール面積	5×20 cm 長方形 A
励磁コイル	37 000 個 許容電流 21.5 A 直流抵抗 3.2 Ω
空げき長さ	3 cm
ポール平行度	0.015 mm 以内
冷却方式	水冷
磁気回路材質	純鉄

第 2 図 電磁制動を受けた片持はりの自由端の振幅周波数特性 ($P=0$ の計算値)

軸上の空げき部中心における励磁電流と磁束密度の関係はほぼ 12 000 ガウスまでは直線的で、励磁電流 16 A における磁束密度は 11 500 ガウスで、励磁電流 20 A における磁束密度は 14 100 ガウスとなっている。

磁束測定器⁽⁴⁾はゲルマニウムのホール効果を利用したもので、インダクタンスを標準とした弾動検流計による測定で較正された永久磁石の磁界を仲介として、その特性を測定した結果、磁束密度と測定器出力との関係は測定範囲内ではほぼ直線的である。

2.3 実験結果 (2.1)項に解析したごとく電磁制動を受けた片持棒は特に第 1 振動様式において有効な減衰力が作用することが判明したが、実測した結果も

第 3 図 電磁石空げき部の磁束分布

第2表 実験に使用した振動系の諸元

振動系	長さ cm	幅 cm	厚さ cm	短絡線輪 内部抵抗 mΩ	材質	* 等価スチ フネス ×10 ⁵ dyne/cm	* 等価質量 g
1	17.25	2.0	0.15	4.38	Al	2.78	5.51
2	17.4	2.0	0.10	7.43	Al	0.82	3.92
3	20.8	1.2	0.15	—	Al	0.95	6.20

* 等価スチフネス, 等価質量は第1振動様式の自由端から見たものである。

同様であることが実証された。

第4図のように片持棒の自由端を静電駆動法⁽²⁾によって駆動し, 自由端の振動振幅を, 周波数特性が 10~10³ c/s の範囲で平坦な (±0.2db) 微小容量変化測定器で検出し, その出力を不平衡形抵抗減衰器で置換して得られた, 振動系-1 (第2表参照) の自由端の振幅周波数特性を第5図に示す。

実測値を理論値と比較すると, 低周波数では良く合致するが, 第2振動様式以上では理論値がかなり高

第4図 片持はりの振幅周波数特性測定回路図

(曲線に添記してある数字は電磁制動の励磁電流をあらわしている)
第5図 電磁制動をうけた片持はりの自由端の振幅周波数特性 (実測値)

い。これは励磁電流 $i_0=0$ の場合に, 実際の振動系が第1振動様式の振幅に対して高次振動様式の振幅が低いことから, 高次振動では電磁制動以外のエネルギー散逸が影響していることを示している。また第2, 第3共振周波数が, 第1共振周波数に対してやや高いのは先端に短絡線輪, 接点を附したためと, 静電駆動による負スチフネスの影響と思われる。

更に実測値より磁束密度と減衰係数との関係を第6図のように両対数目盛に点記すれば直線関係を示している。

振動系1の励磁電流 $i_0=0$ の場合の共振周波数から弾性係数 E の値を求め, それを使用して振動系2の減衰係数を計算した値は実験値にきわめて良く一致する。

第6図 磁束密度と減衰係数

第7図 衝突回数測定回路図

第 8 図 各種入力信号に対する計数器の最小動作電圧特性

第 9 図 接点電圧と衝突回数

3. 衝突回数の測定

衝突回数を検出する方法として、ここでは第 7 図のように互に衝突する点に電圧を加えて、それらが開閉によって生ずる接点パルスをもつて衝突回数を表現し、接点パルスを計数するものとして電子管計数器を用い、同時にシンクロスコープで記録した。

3.1 電子管式計数器の特性 衝突回数の測定に当っては計数器の分解能が重要な課題となるが、第 8 図のように各種入力波形を計数器にそう入した場合の周波数と最小動作電圧との関係を測定した結果、電気信号のパルス幅 0.08 秒ないし 20×10^{-6} 秒までは最小動作電圧の偏差は最大 15 dB 程度であることが判明した。

3.2 接点電圧と衝突回数 衝突部に電圧を加えて、それらが開閉によって生ずる接点パルスをもつて衝突回数を表現するが、その場合接点電圧によって衝突回数がいかに変わるかを検討するために第 9 図に示すように振動系 2, 3 を用いて、接点電圧を 0.03 ないし 1.0 V まで変化させて衝突回数を計数した結果、電圧の影響が認められなかったもので以下の実験は 0.6

V の電圧で行った。

3.3 衝突回数の測定結果 第 7 図のように片持棒の自由端をフックにかけ初期変位させて静止し、ついでフックを下方に変位して片持棒との結合を離脱し、片持棒の自由端を剛壁に衝突させて、衝突回数と減衰係数との関係を実測した値を第 10~12 図に示し、シンクロスコープで撮影した接点信号の代表例を第 13~15 図に示した。

この実験に用いた振動系は、第 2 表に示したもので、接点は剛壁には半径 3 mm の半球状黄銅材に金めっきを施したもの、振動系には平たんな銀接点である。

図において、 ξ_1 は片持棒の中立点から初期変位した自由端までの距離で、 ξ_2 は片持棒の中立点から剛壁までの距離（正号は片持棒に剛壁を押付ける方向、負号は離れる方向）を mm であらわしたものである。

片持棒の中立点は、片持棒を自由に静止した状態で剛壁を微動して近接させて、最初に電気導通のあった点をもつて表現し、電気導通のある状態から剛壁を次第に片持棒より引離して電気導通が切れた点に剛壁を配置した状態を $\xi_2 = -0$ で表現する。

また減衰係数は第 (12) 式に示したように、近似的に

$$\delta \doteq \left[\frac{1}{2|G|} \right]_{\alpha=\alpha_1} \dots \dots \dots (13)$$

で表わしたものを採用した。

第 10, 11 図はおのこの振動系 1 および 2 の場合であつて $\xi_1 = 1 \sim 3$ mm, $\xi_2 = -0$ の範囲を実測したもので、第 12 図は振動系 3 の場合の $\xi_1 = 1.5 \sim 4.5$ mm,

第10図 衝突回数と減衰係数

第11図 衝突回数と減衰係数

第12図 衝突回数と減衰係数

(振動系: 3, ξ_1 : 1.5 mm, ξ_2 : +0.5 mm, δ : 0.02 の場合)

第13図 接点信号

$\xi_2 = +0.5 \sim -0.1$ mm の範囲を実測したもので、おのこの衝突回数は実験回数5回の平均値を示し、下段にその標準偏差を添記した。

(振動系: 3, ξ_1 : 1.5 mm, ξ_2 : +0.5 mm, δ : 0.9 の場合)

第14図 接点信号

(振動系: 3, ξ_1 : 1.0 mm, ξ_2 : -0.1 mm, δ : 0.075 の場合)

第15図 接点信号

第13, 14, 15図はおのこの振動系3の場合の代表例で、第13, 14図は $\xi_1 = 1.5$ mm, $\xi_2 = +0.5$ mm のときの減衰係数 $\delta = 0.02$ および 0.9 の場合で、第15図は $\xi_1 = 1$ mm, $\xi_2 = -0.1$ mm, $\delta = 0.075$ の場合の接点信号を示した。

なお写真の上段の掃引線が接点信号で下段は時間を記録したもので、下段の大きなパルス信号の間隔は 0.01 秒である。

4. 結 言

片持棒に電磁制動を加えて、減衰係数を変え、その自由端を剛壁に衝突させて、減衰係数と衝突回数との関係を求めた結果によれば、

(i) 総体的に減衰係数 δ が $0.4 \sim 0.6$ 以下では衝突回数は減衰係数 δ とともに急激に減少する。

(ii) 初期条件として与えた初期変位 ξ_1 と衝突回数との関係は顕著な傾向を示さない。

(iii) $\xi_2 < 0$ の場合は主として第1振動様式の振動周期と思われる周期で接点信号が発生し、 $\xi_2 > 0$ の場

合は衝突運動閉止直前において周期の短い接点信号が発生し、衝突回数も増大する。

(iv) 接点信号の周期がきわめて短いものが含まれていることの解明のために更に異なった振動系を製作し実験中である。

更に電磁制動をうけた片持棒の横振動について理論値と実験値との比較をすると

i) 第 1 次振動様式の周波数帯では良好な一致が得られている。

ii) 基本共振周波数に比して高次振動共振周波数が実測値の場合が高くなっているが、これは片持棒の自由端に接点や短絡線輪を附加したためと駆動系の負スチフネスによるためと思われる。

iii) 高次振動様式の周波数帯では片持棒の振幅は実

験値の方が低い。これは片持棒に磁界を加えない場合に高次振動様式の振幅が第 1 次振動様式の振幅に比して、理論値よりも実験値が低くなっていることから、これら振動系におけるエネルギー散逸の程度を理論において無視したためと思われる。

終りにのぞみ本研究は当所音響研究室長 早坂寿雄博士ならびに伊藤義一博士の終始適切な御指導をいただいたたまものであり、磁束密度測定器を製作していただいた藤間巷三氏、短絡線輪の内部抵抗測定に協力いただいた谷井琢也氏、実験装置の製作に御尽力いただいた試作部の皆様に深謝いたします。

文 献

(1) *National technical Report*, 3, 2 (1957), 28.

(2) たとえば早坂, 音響工学 日刊工業 (昭 32), 366.

論 文 集 24 卷 147 号 (昭 33-11) 正誤表

執 筆 者 名	ページ	欄	行	誤	正
安 文 在	757		(1) 式	$\sigma_z = (\dots) \Delta^2 \phi_z - \dots$	$\sigma_z = (\dots) F^2 \phi_z - \dots$
	〃		(3) 式	$\Delta^4 \phi = 0$	$F^4 \phi = 0$
	764		(50) 式	$\frac{\rho^2}{4(1+\sqrt{1-\rho^2})} + \frac{\rho^4}{6(1+\sqrt{1-\rho^2})^3}$	$\frac{\rho}{4(1+\sqrt{1-\rho^2})} + \frac{\rho^3}{6(1+\sqrt{1-\rho^2})^3}$
	765	右	(55) 式より 3	(それから, τ_{rz} は……これをせん断力 P_r とすると) の部分は同ページ (52) 式と (53) 式の間にはいる。	
中西不二夫, 他	794		(3), τ_1 の式	$-\frac{1}{2} R_3$	$-\frac{1}{2} S_3$
	796		第 9 図	$\left\{ \begin{array}{l} \bigcirc T-A \text{ 引張り} \\ \bullet C-R \text{ 圧縮} \\ + C-A \text{ 圧縮} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \bigcirc T-A \text{ 引張り} \\ \bullet C-R \text{ 圧縮} \\ + C-A \text{ 圧縮} \end{array} \right.$
塩 谷 駿 介, 他	815	右	11	切欠底 ($\rho=1, \theta=0$)	切欠底 ($\rho=\lambda, \theta=0$)
	〃		(46) 式	$(M_\theta + M_\rho)_{\rho=1, \theta=0}$	$(M_\theta + M_\rho)_{\rho=\lambda, \theta=0}$
	816		第 3 図	$\lambda=0.1, \lambda=0.2, \lambda=0.3$	$\lambda=0.3, \lambda=0.2, \lambda=0.1$
太 田 友 弥, 他	838		(10)	$\kappa_2 = \frac{1}{a^2} \left(\dots + \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \dots \right)$	$\kappa_2 = \frac{1}{a^2} \left(\dots + \frac{1}{\theta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} - \dots \right)$
	〃		(10), τ の式	$\left(v + \frac{\partial u}{\partial \phi} \right)$	$v + \frac{\partial u}{\partial \phi}$
	840		(9)''' 式	$\dots + k^2$	$\dots + k_2$
	〃		(16)' 式	$\dots + \left(\frac{1}{2} k_1 \theta^2 + c_2 \right)$	$\dots + \left(\frac{1}{2} k_1 \theta^2 + k_2 \right) \dots$
	〃		9	(18), (20)'' 式の代りに	(17), (19) 式の代りに
	〃		式 番	$\dots (18)'$	$\dots (17)'$
	〃		式 番	$\dots (20)''$	$\dots (19)'$
	〃		12	(11) 式に用いて (21) 式に	(5)' 式に用いて (20) 式に
	〃		(15)' 式	$\dots - \frac{a}{1+\sigma} C_4 \theta \dots (21')$	$\dots - \frac{a}{1+\sigma} C_4 \theta \dots (20')$
	〃		15	(23) 式と	(22) 式と
	〃		16	(20)'', (16)' で与えられる f, W を (4)'	(19)', (16)' 式で与えられる f, W を (3)'

(巻末へつづく)