536. 25 : 536. 242. 023

垂直伝熱面による自由対流熱伝達の実験式について*

藤 井 哲**

Experimental Formula of Free-Convection Heat-Transfer
from a Vertical Cylinder or a Vertical Plate

by Tetsu FUJII

It was made clear that vortex streets layer was a necessary course for the transition from laminar flow to turbulent flow, integrating the observation on motions of boundary layers and the measurements on variations of local heat transfer coefficient, temperature distribution in boundary layers, etc.

Then, through examinations on various experiments carried out before, the following experimental formulas for nondimensional equations of free-convection heat-transfer coefficients in a range of $G_r P_r$ 10^7 to 10^{11} were obtained :

$$\text{laminar flow : } \frac{Nu}{\frac{4}{3}f_l} = (G_r P_r)^{1/4}, \quad (G_r P_r < G_{rc1} P_r)$$

$$\text{turbulent flow : } \frac{Nu}{\frac{4}{3}f_l} = (2 \sim 1.8)(G_r P_r)^{1/4} - (1 \sim 0.8)(G_{rc1} P_r)^{1/4}, \quad (G_{rc1} P_r < G_r P_r)$$

where, G_{rc1} is the transition point from vortex streets flow to turbulent flow and f_l may be taken from an Ostrach's theoretical solution of laminar flow.

1. 緒 言

筆者はさきに層流から乱流への遷移に関して、流動状態の変化および熱伝達係数の実験結果を報告した⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。本報告では、まずこれらを総合して遷移の機構を説明し、さらに従来の諸実験結果を比較検討して、乱流熱伝達の無次元表示式を見いだそうと試みた。記号は前報と同様である。

2. うず列流から乱流への遷移の過程

うず列層内では、温度分布の周期的変動に従って熱伝達係数も周期的に変動すると考えられる。そもそもこの温度分布の変動は、うず列の影響によって、境界層内のある領域(たとえば伝熱面からある距離 y_1 にある)に流体の冷たい部分と暖かい部分とが交互にはこび込まれることに起因する。したがって伝熱面のごく近傍における熱伝達の形式は、簡単に、厚さ y_1 の平板の片面に一定温度、他の面にある定まった周期的な温度を与えられた場合の一次元熱伝導とほぼ同様だ

と仮定することができる。初期条件は周期的温度変化をする面がやはりその時間的平均値に相当する一定温度をとる定常熱伝導の場合の温度分布とする。この場合は周知のごとく、時間的平均伝達熱量には周期性の影響はなく、ただ指数関数で与えられる非定常項のみが平均温度こう配による伝達熱量に加算される。水のうず列境界層にあらわれる温度波の周期と振幅の測定値より概算すると、この非定常項は十分小さく、時間とともに減少する。

以上の想定が近似的に成り立つとすれば、うず列境界層における時間的平均熱伝達数は、時間的平均温度分布によって計算されるものとほとんど等しいとみなしてよい。

一方実験結果によれば、うず列層における境界層の時間的平均温度こう配は層流層におけるそれよりも小さい⁽³⁾。しかるに熱伝達係数はうず列の場合の方が層流の場合よりもわずかに大きい⁽³⁾。この特徴的事実は次のような乱流への遷移の機構を考えることによって説明される。

いったんうず列が発生すると、うずの波長および周期はそれがくずれるまで一定値を保つ⁽¹⁾。したがってうずのみに注目すると、境界層の運動量はある一定値

* 昭和 32 年 4 月 2 日 第 34 期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和 33 年 1 月 14 日。

** 正員、電力中央研究所(東京都北多摩郡狛江町岩戸 1 229)。

を保たざるを得ない。しかるに一方では浮力のために運動量は増加せざるを得ない。この矛盾を解消するように内側のうずでは部分的に急激な速度の上昇をもたらし、規則的な三次元流として観察されるようになる。また外側のうずはますます伝熱面からはなれて形をくずしていく。このはじめの状態では境界層の時間的平均温度分布のこう配は層流の場合よりも小さいが、伝熱面のごく近くでは局部的な大きな流速の発生のため熱伝達係数はかえって大きくなる。そして結局三次元の乱流混合が支配的になるとともに平均速度分布は略図第1図のLの形からTの形に移り、乱流境界層平均速度分布として一つの安定な形を持続すると考えられる。

以上のような過渡の状態を理論的に解くことあるいは境界層の運動形態を層流から乱流にわたって一貫して一つの式で記述することなどは、従来の方法では不可能であろう。しかしたとえば熱伝達のみを現象論的にとらえてその実験式を求めるためには、うず列流から乱流へ遷移する範囲を簡単に一つの不連続点として扱えば十分目的にかなったものが得られるであろう。

3. 熱伝達係数の無次元表示式および従来の実験結果の検討

一つの伝熱面に層流部分と乱流部分とが共存する場合に、前者の熱伝達から後者のそれへの遷移は下の略図に示されるように二様に考えられる。第2図(a)は境界層速度分布が数学的には $x=0$ 点より層流形と乱流形と両方の形をとる可能性をもっていると考え、物理的には Gr が小さい場合に層流形が安定で Gr がある一定値をこえると乱流形が安定になると考えたものである。第2図(b)は乱流部分がある遷移点を基準にして、層流部分とは無関係に出現する場合を示す。いずれの考え方が正しいかを判定することは現段階では困難であるが、(b)の場合は基準点を数式的にあらわすことができないので、本報告では(a)の考えに従った。

(a)図において、 $[O, B]$ 間の伝達熱量の総和は次式であらわされる。

$$Q = \int_0^B \alpha_x \Theta dx = \int_0^A \alpha_{lx} \Theta dx + \left\{ \int_0^B \alpha_{lx} \Theta dx - \int_0^A \alpha_{lx} \Theta dx \right\}$$

局所熱伝達係数の無次元表次式を、層流に対して

$$Nu_x = f_l (Gr_x Pr)^{1/4}$$

乱流に対して

$$Nu_x = f_t (Gr_x Pr)^n$$

第1図 層流(L)および乱流(T)境界層の速度分布略図

第2図 局所熱伝達係数の略図
lは層流, tは乱流の仮想値に対応

Saunders (O), および Griffith-Davis (X) の実験
第3図 $Nu \sim Gr Pr$ (空気, $Pr=0.71$)

と仮定して、上式より平均 Nu を計算すると

$$Nu = \frac{f_t}{3n} \{ (Gr Pr)^n - (Gr_{c1} Pr)^n \} + \frac{4}{3} f_l (Gr_{c1} Pr)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (1)$$

が得られる。この式をもとにして従来の実験値の検討をすすめる。

(1) 空気 Saunders⁽⁴⁾, Griffith-Davis⁽⁵⁾ および Eckert-Diaguila⁽⁶⁾の実験をとりあげた。

Saunders の実験値に対しては物性値に若干の補正を行った結果について実験式を求めた⁽⁴⁾。第3図において $\log(Gr Pr) = 9.5$ を遷移点とし、 $\log(Gr Pr) = 11$, $\log Nu = 2.71$ を通る曲線として、(1)式で $n = \frac{1}{4}$ とおくと

$$Nu = 1.16 (Gr Pr)^{1/4} - 140 \quad \dots\dots\dots (2)$$

あるいは $n = \frac{1}{3}$ とおくと

$$Nu = 0.119 (Gr Pr)^{1/3} - 39 \dots \dots \dots (3)$$

この実験に関しては, (2), (3) 式とも実験値ときわめてよい対応をなしている。

なお f_i の値が筆者のエチレングリコールの実験値と偶然に一致したが, これは層流の値をも考慮すると実験の正確度の違いによるものと考えられる。

Griffith-Davis の実験は, 層流部分が $Nu = 0.70 (Gr Pr)^{1/4}$ であらわされる。乱流熱伝達に関する無次元式の係数を層流の場合の 1.8 倍 ($0.70 \times 1.8 = 1.26$) とし, 遷移点を $Gr Pr = 10^9$ とすると, 乱流部分の式として

$$Nu = 1.26 (Gr Pr)^{1/4} - 100 \dots \dots \dots (4)$$

が得られ, 実験ときわめてよく一致する(第 3 図)。

さらに Eckert-Diaguila の一連の実験のうちで一例をとりだすと第 4 図のようになる。伝熱面および流体の流れのようすの略図をその右に示した。結果は層流部分に対しても乱流部分に対しても, 彼らが与えた式

$$Nu_x = 0.416 (Gr Pr)^{1/4}, \quad Nu_x = 0.0252 (Gr Pr)^{2/5} \dots \dots \dots (5)$$

とはかなり違って層流および乱流に対してそれぞれ

$$Nu_x = 0.33 (Gr Pr)^{1/4}, \quad Nu_x = (0.65 \sim 0.89) (Gr Pr)^{1/4} \dots \dots \dots (6)$$

とおく方が, 同種の実験値のまとまりがよい。

(2) 水およびエチレングリコール Saunders⁽⁷⁾, Touloukian-Hawkins-Jakob⁽⁸⁾ および筆者⁽³⁾の実験を比較する。第 5 図に実験値と近似式を示した。局所熱伝達係数は簡単に

$$\text{層流: } Nu_x = 0.49 (Gr Pr)^{1/4}$$

$$\text{乱流: } Nu_x = 0.87 (Gr Pr)^{1/4}$$

を基礎にして計算してある⁽⁹⁾。

水について Saunders の実験値と Touloukian-Haw-

- (1) $Nu_x = 0.33 (Gr Pr)^{1/4}$
 (2) $Nu_x = 0.386 (Gr Pr)^{1/4}$: 理論値
 (3) $Nu_x = 0.65 (Gr Pr)^{1/4}$
 (4) $Nu_x = 0.892 (Gr Pr)^{1/4}$
 (5) $Nu_x = 0.0252 (Gr Pr)^{2/5}$

Eckert-Diaguila の実験

第 4 図 $Nu_x \sim Gr Pr$ (空気)

Saunders, Touloukian および筆者の実験
 第 5 図 $Nu \sim Gr Pr$ (水およびエチレングリコール)

kins-Jakob のそれとは差が大きすぎる。前報⁽³⁾に指摘したように, 水については実験そのものが難かしいのであるが, Saunders の装置は約 60×30 cm の平板であって側縁の影響が大きく, 伝熱面温度の不均一のため(温度差最大約 7°C)熱伝達係数の算定に大きな誤差を生じたものと思われる。また Touloukian-Hawkins-Jakob の実験においては層流から乱流へ遷移する部分において Nu が低下している。かかる現象は筆者の上述の実験からはとうてい考えられない事実である。

なお Touloukian らは水とエチレングリコールの乱流熱伝達に関して共通に

$$Nu = 0.0694 (Gr Pr^{1.29})^{1/3}$$

という実験式を提出しているが, それは, たとえば, データをまとめるために採用された代表流体温度に装置固有の特性があらわれていること, 遷移点の認識が不十分なことなど, 不確実な実験値に基くものであって, 理論的根拠もない。

(3) 乱流への遷移点 これまでの実験結果および考察によって, 乱流熱伝達係数の無次元表示式に関して, うず列流から乱流への遷移点の影響が重要であることが明らかになった。これはうず列流の安定性によって左右されるものであって, さらに多くの研究を要するのであるが, 従来の諸実験によればほぼ次の値が得られる。

$$\text{空気} : Gr Pr = (1 \sim 3) \times 10^9$$

$$\text{水} : Gr Pr = (1 \sim 2) \times 10^{10}$$

$$\text{エチレングリコール} : Gr Pr = (0.8 \sim 1) \times 10^{10}$$

(4) 乱流熱伝達係数 自由対流の実験においては熱伝達係数の絶対値を正確に測定することはきわめて困難であって, 層流の場合にも従来の例によれば理論値に対する正確度において $\pm 10\%$ 程度の誤差をもっている。乱流の場

合には種々の P_r に対する正確な実験例がいくつかあるので、もっかのところ局所熱伝達係数を

$$Nu_x = f_l (Gr Pr)^{1/4} : \text{層流}$$

$$Nu_x = f_t (Gr Pr)^{1/4} : \text{乱流}$$

とあらわし、層流に対する理論値 f_l に対して

$$f_t = (1.8 \sim 2) f_l$$

とみなすのが妥当であろう。

f_l は近似的に次式であらわされる⁽¹⁰⁾(第1表参照)。

$$\frac{4}{3} f_l = 0.535 Pr^n,$$

$$n = 0.098 - 0.037 \log_{10} Pr \quad (Pr < 1)$$

$$n = 0.018 - 0.080 Pr^{-1/4} \quad (Pr > 1)$$

(5) 従来の近似理論と実験結果 従来の乱流熱伝達に関する理論解をあげると次のようになる。

(i) $Nu_x = f_1 (Gr_x Pr)^{2/5}$: 山県⁽¹¹⁾, Eckert-Jackson⁽¹²⁾, および藤井⁽¹⁵⁾

(ii) $Nu_x = f_2 (Gr_x Pr)^{1/3}$: Kudriashev⁽¹³⁾

(iii) $Nu_x = f_3 (Gr_x Pr)^{3/10}$: 菅原—岐美⁽¹⁴⁾

(iv) $Nu_x = f_4 (Gr_x Pr)^{1/4}$: 藤井⁽¹⁵⁾

$\log(Gr Pr) = 9.5$ を遷移点, $(\log Gr Pr, \log Nu) = (11, 2.71)$ を満足すると仮定して, 前項までの方法に従ってそれぞれ平均熱伝達 $Nu \sim Gr Pr$ の関係を計算しそれを第6図に示した。さらにそこで得られた係数 f_1, f_2, f_3, f_4 を用いてそれぞれ局所熱伝達 $Nu_x \sim Gr_x Pr$ の関係をあらわすと第7図のようになる。

平均ヌセルト数を用いた第6図の表示に従うと, $Gr Pr$ が 10^{12} 以上にならないと諸理論式間の差違を実験的に検討することはできない。しかるに局所的ヌセルト数を用いた第7図の表示によると, $Gr Pr = 10^{11} \sim 10^{12}$ 程度までの実験によってそれらの差違がめいりょうになる。Eckert-Diaguila および筆者の実験⁽³⁾は後者の値を求めたものであって, 十分信頼するにたるものである。

なお乱流熱伝達の近似理論およびそれと境界層の流動状態との対応については次稿にあらためて論ずる⁽¹⁵⁾。

4. 結 言

境界層の運動状態の観測, 局所熱伝達係数の変化, 境界層内の温度分布の測定結果などを総合して, うず列層は層流から乱流への遷移において必要な一つの過程であることを明らかにした。さらに従来の諸実験を検討して層流部分を含む乱流熱伝達の無次元表次式は一般に

$$Nu = \frac{4}{3} f_l (Gr Pr)^{1/4} - \frac{4}{3} (f_t - f_l) (Gr_{c1} Pr)^{1/4}$$

○ $n=1/4$: $Nu = 1.16(Gr Pr)^{1/4} - 140$
 △ $n=3/10$: $Nu = 0.294(Gr Pr)^{3/10} - 72$
 □ $n=1/3$: $Nu = 0.119(Gr Pr)^{1/3} - 39$
 × $n=2/5$: $Nu = 0.0202(Gr Pr)^{2/5} + 9$
 ($Nu = 1.16(Gr Pr)^{1/4} - 214$, 比較のために○において遷移点を $\log(Gr Pr) = 10.5$ へずらしたものを。

第 6 図

第 7 図

(1) $Nu / \frac{4}{3} f_l = (Gr Pr)^{1/4}$
 (2) $Nu / \frac{4}{3} f_l = 2(Gr Pr)^{1/4} - (Gr_{c1} Pr)^{1/4}$
 (3) $Nu / \frac{4}{3} f_l = 1.8(Gr Pr)^{1/4} - 0.8(Gr_{c1} Pr)^{1/4}$

第 8 図

の形であらわされることを確かめた。

結局, 自由対流熱伝達係数の無次元表次式は次のようになる。

$$\text{層流: } \frac{Nu}{\frac{4}{3} f_l} = (Gr Pr)^{1/4}, \quad (Gr Pr < Gr_{c1} Pr)$$

$$\text{乱流: } \frac{Nu}{\frac{4}{3} f_l} = (2 \sim 1.8) (Gr Pr)^{1/4} \\ - (1 \sim 0.8) (Gr_{c1} Pr)^{1/4}, \\ (Gr_{c1} Pr < Gr Pr)$$

ここに

$$f_l = 0.535 Pr^n;$$

$$n = 0.098 - 0.037 \log_{10} Pr \quad (Pr < 1)$$

$$n = 0.018 - 0.080 Pr^{-1/4} \quad (Pr > 1)$$

($Gr_{c1} Pr$) はたとえば

$$\text{空気: } (2 \sim 3) \times 10^9, \text{ 水: } (1 \sim 2) \times 10^{10}$$

$$\text{エチレングリコール: } (0.8 \sim 1) \times 10^{10} \text{ 等である}$$

(第 8 図および第 1 表).

終りに本研究に際して御指導を賜った九州大学山県教授, 平野教授ならびに西川助教授に厚く御礼申上げる.

文 献

- (1) 藤井, 機械学会論文集, **24**, 148(昭 33-12), 973.
- (2) 藤井, 本論文集, 276 ページ.
- (3) 藤井, 本論文集, 280 ページ.
- (4) O.A. Saunders, *Roy.Soc., Proc.*, **A 278**(1936). 原論文では熱伝導率の値を窒素のそれによつて代用してあるので, 空気の値によつて絶対値の補正を行った.
- (5) E.Griffith & A.H. Davis, *Department of Scientific and Industrial Research Food Investigation Board, Special Report No. 9, by the Engineering Commi.*

第 1 表

	空	気	水	エチレングリコール
Pr	0.72		2~10	30~60
f_l	0.386		a. 0.45	a. 0.49
f_t	0.70~0.77		0.81~0.90	0.87
$Gr_{c1} Pr$	(2~3) × 10 ⁹		(1~2) × 10 ¹⁰	8.5 × 10 ⁹
$\frac{Nu}{(層流)}$	0.515($Gr Pr$) ^{1/4}		0.60($Gr Pr$) ^{1/4}	0.655($Gr Pr$) ^{1/4}
$\frac{Nu}{(乱流)}$	1.03($Gr Pr$) ^{1/4} - 110 ~ 0.93($Gr Pr$) ^{1/4} - 100		1.20($Gr Pr$) ^{1/4} - 190 ~ 1.08($Gr Pr$) ^{1/4} - 180	1.16($Gr Pr$) ^{1/4} - 154

ttee of the Board(1922).

- (6) E. R. G. Eckert & A. J. Diaguila, *NACA, TR.*, 1211(1955).
- (7) O.A. Saunders, *Roy.Soc., Proc.*, **A 172**(1937), 55.
- (8) Y. S. Touloukian, G. A. Hawkins, & M. Jakob, *ASME, Trans.*, **70**(1948), 13.
- (9) 層流の場合は $f_l = Nu_z / (Gr Pr)^{1/4}$ に関して, 水とエチレングリコールとの差違は理論的に明らかであるが, その値は小さくて通常の実験では無視し得る. 乱流の場合にはまだ確かな理論解がないため, ここでは便宜上やはり共通の式を用いておいた.
- (10) S.Ostrach, *NACA, TR.* 1111 (1953) の計算結果を簡単な式に近似させたものである.
- (11) 山県, 機械学会論文集, **24**, 144(昭 33-8), 541.
- (12) E. R. G. Eckert & T. Jackson, *NACA, TR.* 1015 (1951), 225.
- (13) Л. И. Кудряшев, *ИЗВЕСТИЯ АН СССР. ОТН.*, **3**(1953), 441.
- (14) 菅原, 岐美, 機械学会論文集, **18**, 65(昭 27), 35.
- (15) 藤井, 本論文集, 292 ページ.

通産省・熱管理業務計画決定

通産省工業技術院では, このほど昭和34年度の標記の計画を下記のごとく決定した.

この計画は, さきに工業技術協議会から行われたエネルギー技術対策に関する答申の線にそつて, エネルギー利用の適正化, 消費効率のいつそうの向上を図るため指定もれ工場の調査, 設備と作業に対する勧奨, 熱管理協力団体の運営強化などである. おもなる項目の内容つぎのとおり.

1. 法令の施行

(1) 法令順守の強化 指定もれ工場の調査, 熱管理者の選任の促進と変更届出の励行, 状況報告書提出の督促整理公表, 設備および作業に対する積極的な勧奨などを徹底させる.

(2) 目標燃料原単位に関する調査と公表

(イ) 熱勘定方式等の JIS 判定促進, すなわち加熱炉, 乾留炉, 二硫化炭素炉, 鋳型乾燥炉, 鋳物乾燥炉, キュボラ, 電気炉などの熱勘定方式とその他の試験方法について JIS を制定する.

(ロ) JISに制定した熱設備の熱勘定方式による算定,

すなわち熱勘定方式およびボイラ, セメントキルン, 陶磁器, 耐火れんが焼成炉の熱勘定方式にもとづく工場, 事業場の実施結果を集計して燃料単位の現在の水準を掌握するとともに目標となるべき原単位の調査検討を行う.

(3) 熱管理国家試験を実施(9月3, 4日)し, 熱管理に関する研修を各地で行う.

2. エネルギー政策との関連業務と協力

工業技術協議会エネルギー技術部会, 産業合理化審議会エネルギー部会, 科学技術庁所管の資源調査会, エネルギー部会と積極的に連携し, 協力する.

3. 熱管理技術の向上および指導

各通産局ごとに年2回以上の熱管理者会議を開く. このほか, 石炭分析コンクール, 熱管理チームの海外派遣, 設備材器業者の育成, 優良材器の選定と普及, 工業用水, 水質管理に関する業務強化推進などを行う.

(服部 敏夫)