引張荷重ならば, $\tau_b = 7/4 R_b$, $\tau_c = 7/4 R_c$ のような曲線に移るでしょう. 一度このような塑性曲線に移ってから, 荷重を下し, また荷重をかける場合は前に述べたとおりです.

最初の a の関係は, 弾性的であって塑性的になることはないのかどうか, また塑性的にはなるとして b に移るより先に塑性的になるようなことがあるのか, ないのか, そこのことはわかっておりません. かりに, a の関係が塑性的になると仮定すれば, これは再荷重のときと同じようなかかり方をするものと考えられます. しかし, こういう場合があるとしても, 三つの曲る点というのは, 実験で認めることは困難でしょう. それは, 一つには, この段階では塑性曲線そのものが, まだ傾きが急であるために, 曲りがめいりょうに現わ

れないことであり, その外に次のようなことがあります.

(内圧)~(内圧)の応力-ひずみ曲線は, 第6図(a)のようであって, 曲る点がどうにか認められますが, 履歴環を数回繰返すと, 曲る点は非常にめいりょうに現われてきます. また, (引張り)~(内圧)の最初に曲る点も, 第9図にみるように, はっきりしておりませんが, 途中で荷重を一度下して, また上げると, 今度は曲る点がめいりょうに認められます. このように, 上げたり, 下げたりしていると, めいりょうに現われてくるのであって, 最初の荷重のときには, S_1 のかかり方は同じであっても, 実験で認められるほどめいりょうには現われてこないのではないかと思います.

539.374:539.389.1

塑性流動に及ぼす中間主応力の影響*

中西不二夫**, 佐藤和郎***

Influence of Intermediate Principal Stress on Plastic Flow

by Fujio NAKANISHI and Yasuo SATO

Let σ_1, σ_2 and σ_3 ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) be the principal stresses, and $\sigma_3 = 0$. Taking σ_1 and σ_2 as the axes, the limit over which the plastic flow may occur is not expressed by a smooth curve by the authors' theory, but under the stress field between tension and pure shear, it is expressed by two straight lines which abruptly bend at $\sigma_1 = 4\sigma_2$.

Experiments were carried out. The results show that there is a sudden bent as expected according to the authors' theory.

前に塑性の新理論を提唱し, これによって塑性についての種々の実験事実を説明できることを報告した⁽¹⁾⁽²⁾. その一つとして, 塑性引張りと塑性純粋せん断の応力の関係も実験と理論とはよく一致する⁽¹⁾. ここでは, 引張りと純粋せん断との中間の状態についての研究結果を報告する.

塑性理論

いま, $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ は主応力,

τ_1, τ_2, τ_3 は主せん断応力で,

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{1}{2}(\sigma_y - \sigma_z), \\ \tau_2 = \frac{1}{2}(\sigma_z - \sigma_x), \\ \tau_3 = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y), \end{cases}$$

S_1, S_2, S_3 は第1図に示すようなせん断応力であるとすれば,

第1図

* 昭和34年4月3日 第36期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和34年4月3日.

** 名誉員, 正員, 航空技術研究所(三鷹市新川700).

*** 正員, 航空技術研究所.

τ と S の関係は

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= S_1 - \frac{1}{2} S_2 - \frac{1}{2} S_3 \\ \tau_2 &= -\frac{1}{2} S_1 + S_2 - \frac{1}{2} S_3 \\ \tau_3 &= -\frac{1}{2} S_1 - \frac{1}{2} S_2 + S_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

また, $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ は主ひずみ,

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ はせん断ひずみで

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_1 &= \epsilon_y - \epsilon_z, \\ \gamma_2 &= \epsilon_z - \epsilon_x, \\ \gamma_3 &= \epsilon_x - \epsilon_y, \end{aligned} \right.$$

I, II, III はせん断の方向で, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ のせん断ひずみの方向を I, II, III の方向と呼ぶこととする。

著者の塑性理論は,

1. I, II, III の 3 方向のせん断を別々に考える。

別々に考えるということは, せん断ひずみの増加に対する抵抗も, それぞれの方向に独立に R_1, R_2, R_3 であると考えることである。そうすると, たとえば, τ_2 で II の方向にすべりを起したとしてみると, 材料中の微小球体の変形は第 2 図のようになり, そのときに II の方向の抵抗 R_2 はもちろん直接にきいてくるが, I, III の方向にもひずみが起っているので, R_1, R_3 もきくことになる。エネルギーの方から考えても, R_1, R_3 の II 方向への成分から考えても, すべている間は次のようになっているはずである。

$$\tau_2 = \frac{1}{2} R_1 + R_2 + \frac{1}{2} R_3$$

R_1, R_2, R_3 はそれぞれの方向のせん断ひずみ増加に対する抵抗であって, せん断応力に対応するものであるが, 上記の関係にもみられるように, 直接に τ_1, τ_2, τ_3 に対応するものではない。それぞれの方向に独立に考えるということは, R_1, R_2, R_3 はせん断応力 S_1, S_2, S_3 に対応するということである。上記の関係と (1) とを比べてみても, このことは明らかである。

2. 単調にせん断ひずみが増加していて, 主応力の方向と主ひずみの方向とが一致している場合には, R_1, R_2, R_3 の大きさは等しい。すなわち

$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

3. それぞれの方向についてひずみの方向が逆転した場合には, 弾性的に変形する応力範囲は R である。

荷重をおろすとき, または再荷重の場合などに起るように, ひずみの変化の方向が逆転すれば, その逆転した変化は弾性的である。その弾性的変化がどこまで続き, どこからまた塑性的になるかが決まるのは, τ によってではなく, S によってである。それぞれの方

向について, その方向の S の変化量が R に達するまでは弾性的であり, そこから先は塑性的になる。

以上 1, 2, 3 に述べたのが著者の塑性理論である。3 方向を別々に考えるのが特徴であって, それぞれの方向についてはせん断応力理論である。ただし, そのせん断応力というのは, τ ではなく, S である。

この理論を, 薄肉円筒に引張りと内圧とを, 塑性的には軸方向に伸びる純粋せん断になるような割合で, かけた場合に適用してみよう。

材料の中に微小球体を考え, 円筒の軸に平行に z 軸, 円周方向に y 軸, 半径方向に x 軸を採るものとする。そうすると, この場合には, 第 2 図のように球の一部 ABC は変形して $A'BC'$ になる。すなわち II は正の方向の変形, I, III は負の方向の変形になっているから, 単調に変形を続けているときの応力状態は, 著者の理論では次のようになっているはずである⁽¹⁾。

$$\left\{ \begin{aligned} S_1 &= -R \\ S_2 &= R \\ S_3 &= -R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

応力状態を τ で表わせば

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_1 &= -R \\ \tau_2 &= 2R \\ \tau_3 &= -R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)''$$

同様に, 引張りの場合には第 3 図のようになって, その応力状態は⁽¹⁾

$$\left\{ \begin{aligned} S_1 &= -R \\ S_2 &= R \\ S_3 &= \pm \frac{1}{2} R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{7}{4} R \\ \tau_2 &= \frac{7}{4} R \\ \tau_3 &= 0 \pm \frac{1}{2} R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)''$$

引張りでは I, II の方向に細かく交互にすべているものと考えられるが, I の方向にすべるときは III は正

第 2 図 純粋せん断

第 3 図 引張りによる変形

の方向の変形, IIの方向にすべるときはIIIは負の方向の変形になる. すなわちIIIの方向では正負の変形を繰返しているのであって, その弾性応力範囲は R であり, τ_1 と τ_2 とは大きさは等しくなければならないので, S_3 の値は (3) 式のようにならなければならない⁽⁴⁾. $+\frac{1}{2}R$ がI方向のすべりに対するもの, $-\frac{1}{2}R$ がIIに対するものである. (3)' 式の τ_3 は, 巨視的にみれば0であるが, ある瞬間についてみれば, Iの方向にすべっている部分もあり, IIの方向にすべっている部分もあって, IIIの方向には $\pm\frac{1}{2}R$ の内部応力が存在していることになる.

中間主応力の影響

いま, 塑性変形には均等引張り, 均等圧縮は影響はないものとする. そうすると, 塑性については, 次のような $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ を主応力と考えても一般性を失わない.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x - \sigma_x \\ \sigma_2 &= \sigma_y - \sigma_x \\ \sigma_3 &= \sigma_z - \sigma_x = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

そして, $\sigma_2=0$ なら引張りであり, $\sigma_2=\frac{1}{2}\sigma_1$ なら純粋せん断である. この中間, すなわち $0<\sigma_2<\frac{1}{2}\sigma_1$ の範囲の塑性流動の応力状態を調べるのが, ここでの目的である. そして, この範囲さえわかれば, 他の範囲もおのずからわかることになる.

(3) 式で表わされる塑性引張りの応力状態を, 図で示せば第4図 (a) のようになる. 同様に, (2) 式の純粋せん断の状態は第4図 (e) のようになる. この二つを比べてみると, 違うのはIIIの方向の S_3 の値である. 中間主応力 σ_2 が0から増すに従って S_3 の状態が変り, $\sigma_2=\frac{1}{2}\sigma_1$ のところで第4図 (e) の状態になるのである. そうすると, その中間の状態は第4図 (b), (c), (d) のようになっているに相違ない.

第4図 引張りから純粋せん断までの応力状態の図式表示

第4図の (a) から (c) の間は, $\pm\frac{1}{2}R$ の弾性範囲が移動している状態であって, その間の塑性応力状態は

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= -R \\ S_2 &= R \\ S_3 &= -\alpha R \pm \frac{1}{2}R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし,

$$0 < \alpha < \frac{1}{2}$$

τ で表わせば

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{7}{4}R + \frac{1}{2}\alpha R \\ \tau_2 &= \frac{7}{4}R + \frac{1}{2}\alpha R \\ \tau_3 &= -\alpha R \pm \frac{1}{2}R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)'$$

τ_3 の $\pm\frac{1}{2}R$ というのは内部応力であって, 外力による応力を考えるときには省略していいものである.

τ_1, τ_2, τ_3 は, また

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \\ \tau_2 &= \frac{1}{2}\sigma_1 \\ \tau_3 &= -\frac{1}{2}\sigma_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

(5)', (6) 式から

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{7}{2}R + \alpha R \\ \sigma_2 &= 2\alpha R \\ \sigma_1 &= \frac{7}{2}R + \frac{1}{2}\sigma_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

これが, 塑性流動状態における σ_1 と σ_2 の関係である. 図に示せば, 第5図の直線 TQ である. そして, 第4図 (c) の状態が第5図の Q に対応する.

第4図 (c) の状態に達すれば, IIの方向のすべりに対する S_3 の値は, すでに $-R$ に達していて, その絶対値はこれ以上増すことはできない. Iの方向のすべりに対する S_3 の値は, 初め正の値であったのが, 第4図 (c) で0となり, ここから先は負の値となる. そして, 第4図 (e) の純粋せん断において, Iのすべりに対しても, IIのすべりに対しても $-R$ になるはずである. すなわち第4図の (c) から (e) の間では, 応力状態は

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= -R \\ S_2 &= R \\ S_3 &= -\alpha R \pm (1-\alpha)R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ただし $\frac{1}{2} < \alpha < 1$

τ で表わせば

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= -2R + \alpha R \\ \tau_2 &= 2R \\ \tau_3 &= -\alpha R \pm (1-\alpha)R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)'$$

外力による応力を考える場合には, τ_3 の $\pm(1-\alpha)R$ は省略してさしつかえないから, (9)' 式と (6) 式とから

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= 4R \\ \sigma_2 &= 2\alpha R \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

これを図に表わせば, 第 5 図の水平線 QP となる。

すなわち, 塑性流動の限界線は, 著者の理論ではなめらかな曲線ではなく, 塑性引張りの点 T と塑性純粋せん断の点 P との間は 2 本の直線になっている。

$$\sigma_2/\sigma_1 = n$$

とおけば, $n=0$ が引張りであり, そこから $n=\frac{1}{4}$ までは $\frac{1}{2}$ の傾きをもった 1 本の直線, $n=\frac{1}{4}$ から $n=\frac{1}{2}$ の純粋せん断までは, 水平な直線であって, $n=\frac{1}{4}$ のところで急に曲がることになる。

実 験 1

塑性純粋せん断と塑性引張りの関係は, R の等しいところで最大せん断応力の比, すなわち σ_1 の比が $8/7$ になるということは, 既に前の実験⁽¹⁾ で確かめられている。ここでは, その中間を調べるために, n の種々の値について実験してみた。

試験片は外径 18 mm, 内径 16 mm の円筒である。

第 5 図 塑性流動の限界

材料は黄銅で, 成分は前の実験のと同じであって, Cu 59.59%, Zn 38.36%, Pb 1.29%, Sn 0.47%, Fe 0.29%. 前の実験は, 種々の材料の棒について検討して, ようやく十分等方性であると認められる 1 本の棒材を見出し, それから削り出した試験片について実験したものである。ここでも, それと同じ成分の材料を用いた。しかし, 前のときほど完全に等方性ではないようである。しかし, 引張りと純粋せん断の実験結果は, 前の実験とよく一致するので, この目的には, これで十分であると考えられる。

実験は, 引張りと内圧とを種々な割合でかけたものであって, その結果は第 6 図に示す。縦軸には σ_1 , 横軸には軸方向の伸びひずみ ϵ_z を採っている。

第 5 図は σ_1 , σ_2 と R との比で表わしてある。 R の値は加工硬化によってひずみとともに増すものであるが, その値はすべり量の関数であると考えられる。引張りと軸方向に伸びる純粋せん断とでは, 引張りひずみの等しいところで, すべり量が等しいことになる⁽¹⁾。その中間についても同様である。したがって, R の等しいところで比較するということは, 引張りひずみ ϵ_z の等しいところで比較するということである。

純粋せん断, すなわち $n=0$ のところでは (3)' 式から

$$\tau_2 = \frac{7}{4}R, \quad \sigma_1 = \frac{7}{2}R$$

であるから, 第 6 図の ϵ_z の等しいところで, 引張りの σ_1 を $\frac{7}{2}R$ として, 他の曲線の σ_1 との比を採って図に表わすと第 7 図のようになる。第 5 図と比べて, 理論と実験とはよく合っている。

試験片は 1 本の棒材から削り出したものである。しかし, 材料は完全に均等であるとは考えられないので, $n=\frac{1}{4}$ のところで急に曲がることの証拠としては, この実験だけでは不十分かも知れない。そこで, 1 本の試験片について, さらに実験をしてみることにした。

実 験 2

多数の試験片を使わないで, 1 本の試験片で, $n=\frac{1}{4}$ のところに急な曲りがあるかどうかを調べたものである。すなわち, 初め引張りで塑性変形を起させておき, 次にその上に内圧を加えていって, $n=\frac{1}{4}$ のところで, 塑性流動の限界線が急に曲がるかどうかをみる実験である。試験片の材料, 寸法は前の実験のときと同じである。

第6図 n の種々の値についての応力-ひずみ曲線

第7図 塑性流動限界の実験結果

第8図 引張りの上に内圧を加えたときの応力の変化

自動平衡形の試験機を用いて、引張りで伸びひずみ $\varepsilon_z = \varepsilon_{z0}$ まで塑性変形を与えておき、荷重の方はそのままにして、手を触れないで、内圧を加えていくと、第8図のような結果が得られる。 $n = \frac{1}{4}$ の前後でようすの変ることは認められるが、第5図の形とは全く違う形である。このように出て来たのは、実験方法がこの目的に合わないからであると思われる。その理由は

1. 内圧による応力は、均等引張りと同様の負の方向のせん断とに分けて考えられる。均等引張りによっては、すべての方向に弾性引張りひずみが生じる。また、Ⅲの負の方向のせん断に対しては、Ⅱの方向は塑性的に変化するが、Ⅰの方向はひずみの変化が引張りのときとは逆になるために弾性的であり、そのためにⅢ方向のせん断によって、軸方向に伸びひずみを起す。結局内圧を加えることによって、わずかではあるが試験片

は軸方向に伸びひずみを起す。試験機に手を触れないでおけば、この伸びひずみのために荷重は下がってくるのであって、この実験は伸びひずみによる引張荷重の降下を測定したことになる。

2. 上記のように、内圧を加えると、II の方向には引張りによる正のひずみに引き続いて正の塑性ひずみを起すので、この方はさしつかえない。I の方向は、引張りでは負のひずみであったのに対して、内圧を加えると正のひずみを起さなければならないのであって、弾性的に応力が下がることになる。いま測ろうとしているのは、塑性流動、すなわちすべての方向が塑性的になっているときの応力であって、I の方向が弾性的に応力が下がっているという状態ではいけないのである。

塑性流動の状態にするためには、すなわち I の方向も塑性的にするためには、内圧を加えた後で引張りによる塑性流動を起し始めるまで引張荷重を増す必要がある。そこで、そういう方法で実験をやり直すことにした。

実験方法は、まず引張荷重をそのままにして、内圧を増し、次に内圧を一定に保ったままで引張塑性流動をごくわずかに起すまで引張荷重を増し、平衡に近い状態になるのを待って、引張荷重を読む。これを繰返すという方法である。

第 9 図、第 10 図はこのようにして得られた実験結果である。第 9 図に示したのは、まず引張りによって軸方向伸びひずみ $\varepsilon_z = \varepsilon_{z0}$ を与えてから、内圧と引張りとを加えて行ったもので、図に示しただけの点を探る間に、軸方向には、内圧による伸びと、引張荷重の増

加による伸びと、わずかずつではあるが引張塑性流動を与えたための伸びと、合わせて 2.1% 伸びている。第 10 図のものについても同様であって、実験中に 2.4% 伸びている。

実験結果は図にみるように、 $n = \frac{1}{4}$ のところに急な曲りがめいりょうに現われている。これは、著者の理論の正しいことを示すものとみていいであろう。

第 9 図、第 10 図で、引張りの σ_1 と $n = \frac{1}{4}$ のところの σ_1 との比は $7/8$ になっていないし、また $n > \frac{1}{4}$ で σ_1 は一定にもなっていない。しかし、これは当然のことである。7/8 になるとか、また $n > \frac{1}{4}$ で水平になるとかいうのは、 R の値の等しいところで比較しての話であって、ここでは、塑性変形のために R の値が変ってくるのであるから、7/8 でもなく、また $n > \frac{1}{4}$ で水平でもないのは当然なのである。問題は、 $n = \frac{1}{4}$ のところで急に曲るかどうかをみるのが、この実験の目的なのである。

塑性流動の限界線に、 $n = \frac{1}{4}$ のところに急な曲りがあるならば、同じ方法で実験すれば、応力-ひずみの関係、すなわち内圧と円周の伸びひずみの関係にも、 $n = \frac{1}{4}$ のところに急な曲りが見られるであろう。

第 11 図は、内圧 p と円周方向の伸びひずみ ε_t の関係である。まず、引張りで伸びひずみ $\varepsilon_z = \varepsilon_{z0}$ を与えておき、それに前と同じ方法で、内圧を加えて行ったときの実験結果である。 $n = \frac{1}{4}$ のところに、応力-ひずみ曲線の傾きの急変がみられる。

この応力-ひずみ曲線の特徴は、 $n = \frac{1}{4}$ のところの曲りによって、上方に凹形になることである。 $n = 0$

第 9 図 塑性流動の限界の実験結果

第 10 図 塑性流動の限界の実験結果

第 11 図 塑性流動限界における内圧とひずみ

から $n = \frac{1}{4}$ まで, すなわち第 4 図 (a) から (c) までは, III の方向の $\pm \frac{1}{2}R$ の R の範囲の移動が行われ, こういう場合には, 応力-ひずみの関係は非常にゆるやかであるらしい. その後は R の範囲の移動は行われないので, 傾きはいくらか急になり, それで応力-ひずみの関係が上方に凹形になるのであると思われる.

同じ現象は, 引張荷重をおろして, それに内圧をかけるときの応力-ひずみの関係にも現われる. 引張荷重をおろしても, III 方向には $\pm \frac{1}{2}R$ の内部応力が残っており, そこに内圧によって, S_3 が加わるのであって, III 方向だけを考えて考えれば, 第 4 図と同じようなことが行われるからであると考えられる⁽²⁾.

結 言

著者の塑性理論から求めた塑性流動の限界線は, なめらかな曲線ではなく, 引張りと純粋せん断の間は, $n = \frac{1}{4}$ で交わる 2 本の直線で表わされるが, 実験の結果からみて, これは正しいと思われる.

引張りと圧縮とはすべり面は同じで, ただすべり方向が逆になっているだけで, すべり量の等しいところで応力は等しいこと⁽¹⁾を考え, また均等引張り, 均等圧縮が塑性変形に影響はないものと考えれば, 全域の塑性流動の限界は, 第 12 図のようになるはずである.

第 12 図 著者の理論による塑性流動限界および Mises-Hencky の理論による限界

塑性流動の理論としては, 従来 Mises-Hencky の理論が広く行われているので, これについても一言述べておくことが必要であろう. これは, 理論的に正しいというよりも, 数学的取扱いが容易であるという意味で, 広く用いられている. いま, 引張りの点を合わせて, Mises-Hencky の式を図に表わしてみると, 第 12 図のようになる. 著者は, もちろん自分の理論を正しいものと思っている. これと比較して, Mises-Hencky の式は, 図にみるように, 従来考えられていた以上にきわめてよい近似である. 違いは $n = \frac{1}{2}$ のところで $+1.04\%$, $n = \frac{1}{4}$ のところが最も離れているが, それでも -2.93% であって, 近似式としては非常によくできていると思う. ただ, 単調に塑性変形を続けている場合に適用するとして, その適用範囲, 適用条件を誤らないように注意することが必要であろう.

終りに, 実験および整理を手伝ってくれた永井文雄君に厚く謝意を表す.

文 献

- (1) 中西, 佐藤, 機械学会論文集, 24, 147 (昭 33-11), 791.
- (2) F. Nakanishi & Y. Sato, *Proc. 8th Japan Nat. Congr. Appl. Mech.* (1958).

討 論

【質問】 この塑性理論の仮説に関して次の点が疑問に思われます.

(1) 実際のすべりを 3 方向のすべりに分解して考えることが可能か.

(2) (1) を肯定した上でのことですが, 3 方向のすべりを別々に考えながら, 実際の変形はこのすべり

に必要な応力 S_1, S_2, S_3 を合成した応力で起っていると考えことは自己矛盾ではないでしょうか.

以上の (1) (2) を仮りに仮定したとしますと, 更に重大な問題として,

(3) すべりの起り方を規定する, いわゆる最小すべりの原理が満足されていないように思われますが,

この点はいかがでしょうか。

(吉村慶丸)

〔回答〕 (1) 3 方向に分けて考えないと、履歴環の形や塑性変形による異方性の説明ができないということでもあります。どのように分けるかといえば、応力状態と変形の起り方については、次の機会に話すつもりですが、純粹せん断を例に採れば、その応力状態は (2) で表わされ、 ds_1, ds_2, ds_3 を I, II, III 方向のすべりとすれば、(2) に対応して、次のようになると考えています。

$$ds_1 = -ds, ds_2 = ds, ds_3 = -ds \dots\dots\dots(a)$$

他の場合についても同様に考えると、実験とよく合い、応力状態と変形の起り方について説明がつくことになります。

(2) わたしたちの理論では、塑性応力状態は S_1, S_2, S_3 で決ります。状態が決れば、それを τ_1, τ_2, τ_3 で表わすこともできれば、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ で表わすこともできます。そして、その応力状態で、ある変形を起すときに、 S ですべると考えても、 τ ですべると考えても、また σ で伸びると考えてもさしつかえないと思います。

(3) 純粹せん断を例に採れば、わたしたちの理論では (a) のようなすべりが起ると考えています。同じひずみに到達する最小のすべりは、次のようになるでしょう。

$$ds_1 = 0, ds_2 = 2ds, ds_3 = 0 \dots\dots\dots(b)$$

次の機会に、 $R_1 = R_2 = R_3$ になることを話したいと思っていますが、そのときに (a) と (b) だけでなく、次の (c) の場合についても比較するつもりです。

$$ds_1 = -2ds, ds_2 = 0, ds_3 = -2ds \dots\dots\dots(c)$$

(a), (b), (c) はすべり量は違うようにみえますが、塑性的なすべりの量はいずれも $2ds$ であり、仕事も等しく、硬化も等しくなります。したがって、これらの点からみては、どれが起ってもいいと思いますが、応力状態と対比して、実際に起るのは (a) であると考えています。

〔質問〕 著者は塑性流動に関する新しい理論を拡張し、2 軸応力場における中間主応力の影響について、興味ある理論と実験結果を提出された。論文に示されている内容にいくらか理解に困難な点があったので次に述べさせていただきたい。

(1) (3)' 式は (1) 式と (3) 式によって算出するものと考えられる。このように算出するとすれば、 τ_1 と τ_2 に関しても τ_3 と同様に $\pm \frac{1}{4}R$ の変動があり

$$\tau_1 = -\frac{6}{4}R \pm \frac{1}{4}R, \quad \tau_2 = \frac{6}{4}R \mp \frac{1}{4}R$$

したがって、巨視的にみる場合は

$$\tau_1 = -\frac{3}{2}R, \quad \tau_2 = \frac{3}{2}R$$

とするのが矛盾のない方法と思われる [(3)' 式あるいは (5)' 式から巨視的応力 σ_1, σ_2 を計算されているのであるから]。

(2) (4) 式で定義されている $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は

$$\sigma_1 = \sigma_x - \sigma, \quad \sigma_2 = \sigma_y - \sigma, \quad \sigma_3 = \sigma_z - \sigma,$$

ただし $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ で定義され、さらに Lode の変数を用いられた方が、他の論文との比較に便と思われる。 $\sigma_x = 0$ のとき、上の式は (4) 式に一致する。

(3) 正および負のすべりの方向の約束が理解しやすいように、第 1 図を多少詳しく書かれるようお願いしたい。

(4) ある塑性変形が起った場合、それを基本的なすべり (I, II, III 方向に生じた) の集り (重畳) と考えておられるのか、あるいはある塑性変形の I, II, III 方向のせん断ひずみ成分 (またはすべり) をとり、その上でこれらの成分を独立したものとして取扱っておられるのか、理解に困難であった。(山田嘉昭)

〔回答〕 (1) 引張荷重を一度おろして、再負荷して $\tau_2 = -\tau_1 = 3R/2$ になったときの状態は、質問のようになっていると思います。しかし、これではまだすべりません。I の方向にすべるためには、III 方向の $+R/2$ がきいているので、さらに荷重を上げて $\tau_1 = -7R/4$ になってはじめてすべるものと考えています。II についても同様です。したがって、すべりを起しているときの状態は、 τ で表わせば (3)' 式になると考えています。

(2) 御注意ありがとうございます。わたしたちの実験は、円筒に引張りと内圧とを加えたものであって、 $\sigma_x = -p/2$ としています。そして、実験の結果から σ_1, σ_2 を出すのに、(4) 式の関係を使っているので、それをそのまま書きました。

(3) まぎらわしいかもしれませんが、I, II, III の方向の変形の正負は $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ の正負と同じであると御了解願います。

(4) この理論では、基本的なすべりが交互に起ると考えています。ある応力状態に対して、どういう変形が起るかを考えるときには、どうしてもそう考えなければなりません。しかし、応力や仕事については、どちらの考えでも同じことになります。