536.242 : 536.253

極細線および微粒子の自然対流による熱伝達*

坪内 為雄**, 佐藤千之助**, 永倉喜一郎***

Heat Transfer of Fine Wires and Particles
by Natural Convectionby Tameo Tsubouchi, Sennosuke Satō,
and Kiichirō Nagakura

The specimens treated in this paper are fine platinum wires including the Wohrstone wires and fine thermistor particles of approximately spherical shapes. Our experimental procedures on small particles have been remarkably simplified by the use of thermistor just as the same way in case of the fine wires, for the specimens themselves become the heating bodies of high temperature coefficients of electric resistances. The experimental formulas obtained here are represented by the following non-dimensional relations,

horizontal fine wires :

$$N_{u(L)} = 0.425 (G_{r(L)} \cdot Pr)^{1/15}, \quad 10^{-9} < G_{r(L)} \cdot Pr < 10^{-3}$$

particles :

$$N_{u(L)} - N_{u,0(L)} = 0.45 (G_{r(L)} \cdot Pr)^{1/4}, \quad 10^{-4} < G_{r(L)} \cdot Pr < 1$$

where the representative length $L = 2 \times (\text{volume/surface area})$, that is $L = D/2$ for cylinder, $L = D/3$ for sphere having diameter D , and $N_{u,0(L)}$ is the limiting Nusselt number.

1. 緒 言

物体寸法が極端に小さい微粒子や極細線の表面熱伝達率は、近時これらの燃焼、蒸発、乾燥などの問題および非定常流の測定に関連して工業技術上要求されることが多い。本研究は白金細線およびサーミスタを用いた微粒子の自然対流による熱伝達の実験報告であって、従来の測定範囲を著しく拡張したものである。強制対流および自然、強制両対流の共存する場合については次回発表の予定である。

従来、自然対流問題において層流境界層論の適用困難な $G_{r(D)} \cdot Pr$ が 10^{-4} 以下についての研究は Mc Adams, Jakob などによって多くの実験値が整理されている⁽¹⁾。特に水平円筒については $G_{r(D)} \cdot Pr = 10^{-4}$ 程度まで測定されている。試片直径は Aryton and Kilgour の $0.03 \text{ mm}\phi$, King の $0.027 \text{ mm}\phi$ がその限度のようである。この附近の $G_{r(D)} \cdot Pr$ では各研究者によって相当の散らばりがあり、 $N_{u(D)} = 0.45$ なる一定値に近づくものとされている⁽²⁾。しかし、われわれの $G_r = 0$ に対する極限ヌセルト数 $N_{u,0}$ の計算結果

は円筒の場合にこのような有限値にはならず 0 になる。これは本実験における直径 0.0610 mm から $0.00489 \text{ mm}\phi$ におよぶ 5 種の白金線による $G_{r(D)} \cdot Pr = 10^{-8}$ に達する測定結果からも、この傾向が確認された。

また、球形など三次元物体に関しては熱源を内蔵する方式による微小球の試片製作が非常に困難なものとなり、球についての Allander による 6.016 mm ⁽³⁾、最近の弓削氏⁽⁴⁾による 3 mm の直径が、最小の寸法のようである。本研究においては試片として熱敏感性半導体——サーミスタ⁽⁵⁾を用い、その電氣的加熱による放熱量を定常態において測定したものである。従来の諸方法と比較し、試片自体がきわめて高い抵抗の温度係数を有する加熱体となり、広い範囲にわたって電氣的にその温度を任意に加減することができる。特に、試片の温度測定はサーミスタが精度の高い抵抗温度計を兼ねているので、従来の試片の場合のように熱電対による各種の誤差を避けることができるので、格段に便利な方法と言えよう。実験に供したサーミスタは特に近似的に球形または回転円体形に製作された、垂直方向の直径が約 0.2 mm ないし 2 mm の 5 種である。これら試片は長さ 10 mm , 直径 0.0160 mm と 0.0545 mm の白金—ロジウム合金線によって、水平

* 昭和 32 年 4 月 2 日 第 34 期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和 34 年 2 月 19 日。

** 正員、東北大学高速力学研究所(仙台市桜小路)。

*** 正員、岩手大学工学部。

に張られている。この試片形状は完全な球形でも相似形でもないで、従来の球の実験と比較するため、三次元物体に適用できる代表長さ L を選定する方法を提案して整理した。この代表長さに従えば、理論解が与えられている水平円筒と球に対してさえ、約 3% の差異で同じ式で表示することができる。実験式は各試片形状について、極限ヌセルト数を計算し、その差の形で表わし一直線で表わされる次式の形を得た。

$$Nu(L) - Nu_{\infty,0}(L) = K(G_r(L) \cdot Pr)^n \dots \dots \dots (1)$$

2. 実験装置および測定方法

(i) 水平白金細線⁽⁶⁾ 白金線を十分大なるサーモスタット中に水平に張り、これに電流 I A およびその両端の電位差 E V を測定する。白金線の表面温度 T_w °C はあらかじめ精密に検定された抵抗値 R Ω から求める。測定装置はコールラウシュ型動抵抗線を用いたもので、電橋の一片に試片白金線が入れてある。第 1 図はその測定回路であって、実験室内気温は別の白金抵抗温度計によって測定した。試片直径は 0.061 0, 0.041 4, 0.025 1, 0.013 7 および 0.004 89 mm ϕ の 5 種で、0.013 7 mm ϕ 以下はウオラステン式白金線を用い、その直径は顕微鏡写真によって測定された。

加熱白金線からこれに接する流体中に伝達される熱量 Q_c kcal/h は

$$Q_c = Q_T - (Q_R + Q_L) \dots \dots \dots (2)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} Q_T &= 0.860 I^2 R \\ Q_R &= C_{pt} \cdot F \left\{ \left(\frac{T_w + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a + 273}{100} \right)^4 \right\} \\ Q_L &= 0.860 I^2 r \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

であって Q_T , Q_R , Q_L はそれぞれ全熱量、ふく射熱量および導線などの外部抵抗 r Ω による熱量。 C_{pt} は白金線表面のふく射係数、 F m² はその表面積で、直径 D m, 長さ l m の場合 $F = \pi D l$ 。 T_w , T_a は表面温度、周囲気温である。表面熱伝達率 α kcal/m²h°C は

$$\alpha = Q_c / F(T_w - T_a) = Q_c / F \cdot \Delta T \dots \dots \dots (4)$$

また、自然対流についての相似例を適用すれば、ヌセルト数 Nu はグラスホフ数 Gr , プラントル数 Pr の間の関係式であらわされる。すなわち

$$Nu(D) = K(G_r(D) \cdot Pr)^n \dots \dots \dots (5)$$

ここに $Nu(D) = \alpha D / \lambda_m$, $G_r(D) = g \beta_m \Delta T D^3 / \nu_m^2$, $Pr = \nu_m / a_m$ であって、 D は試片の代表長さでたとえば直径、 λ_m , β_m , ν_m , a_m および g はそれぞれ周囲流体の熱伝導率、膨脹係数、動粘性係数、温度伝導率および重

第 1 図 測定回路 (白金線)

力の加速度である。なお、これら物性値における添え字 m は $T_m = \Delta T / \ln(T_w / T_a)$ における値をとる。

(ii) サーマスタ微粒子 球の熱伝達の実験において、山県, Allander によってなされたごとく熱源を内蔵する方式によれば、微小球に対しては試片の工作に難点があり、従来 $G_r(D) = 10^2$ 程度までなされているにすぎない。Meyer⁽⁷⁾ は氷塊の融解と水滴の蒸発の類推を利用して $G_r(D) = 10^{-1}$ 程度まで測定している。しかしこの方法によれば寸法が明確に定まらず完全な資料とはなり難い。彼はまた、熱電対でつった直径 6.76 mm の銀球を加熱し、その冷却曲線から非定常的に熱伝達率を求める実験を行っている。この種の方法を本研究で取扱っている直径程度の微小球に適用すれば、加熱炉から取り出し、測定室に導き、更に気流の安定を得るには相当長い時間を要するので熱容量に限度があり、実験も著しく煩雑なものとなる。

本研究のサーミスタを用いる方式は、試片自体の電気抵抗加熱を利用するもので、前項の白金細線と全く同様である。ただその温度係数が非常に大きいため測定が著しく容易になる。サーミスタは直ちに感度のよい抵抗温度計になるので、熱電対をそう入して、微小な試片表面温度を測定する場合の各種の誤差を避けることができる。従来サーミスタを用いる測定は、単に個々のサーミスタにつき単位温度差に対する放熱電力を示す熱放散定数を求めるに止どまり、周囲流体の影響、支持細線の熱損失を考慮した表面熱伝達率を求めたものはない。

本実験に使用したサーミスタは Mn-Co-Ni-Fe 系または Mn-Co 系の半導体で、あらかじめ十分に枯化された化学的に不活性のものである。実験中、数回の検定の間、特性の変化は最大 0.5% 以下であった。最初、サーミスタ表面にごく薄いガラス被覆をして特性の変化防止を試みたが、加熱温度 200°C 以下ではその必要はなかった。また、常温での抵抗は 100 k Ω 程度の

第2図 サーミスタ試片の顕微鏡写真

高抵抗のものを選び, 支持細線等の抵抗測定誤差を無視できるようにした. 支持細線は高温において安定で, 熱伝導率が小なる条件のもとに 13% ロジウムを含む白金-ロジウム合金線を選び, その直径は, 顕微鏡写真によれば $0.0545\text{ mm}\phi$ および $0.0160\text{ mm}\phi$ の2種である. 試片サーミスタの寸法は約 $0.2 \sim 2\text{ mm}$ の球形または回転円体に近い不規則な形状をしたもので, 表面積 $F\text{ m}^2$ および体積 $V\text{ m}^3$ は互に直角な三方向から撮影された約 200~500 倍の顕微鏡拡大写真から図式積分によって求めた. 第2図はこの写真である.

A. サーミスタの測定 第3図は測定回路である. 切換えスイッチで抵抗 $R\text{ k}\Omega$ と温度 $T_w^\circ\text{C}$ の関係, 電流 $I\text{ mA}$ と電圧 $E\text{ V}$ の関係を測定できる. R と T の関係を検定するにはサーミスタを電気炉中で加熱する. 炉の内部には温度を均等にするように厚肉銅管を入れてある. 炉内温度はサーミスタの左右約 1 mm 隔てて2個の銅・コンスタンタン熱電対 ($0.1\text{ mm}\phi$) を入れて測定し, 抵抗を定めた. これら T および R は2個の検流計を用いて同時に測定した. 抵抗測定に際しては測定電流による自己加熱を除くため電流を約 $1\text{ }\mu\text{A}$ に制限した. 第4図はこの R と T_w の関係の一例である. 各試片についてサーミスタを支持するPt-Rh線, 電流測定用分流器などの外抵抗 $r\Omega$ をその温度係数を考慮してあらかじめ測定しておけば, 実際電流を流して熱伝達を測定する際にサーミスタ自体の抵抗 R_{thr} が定まり, したがって表面温度 $T_w^\circ\text{C}$ が, 精密に求まることになる. なお, サーミスタの抵抗から逆に求められる温度は厳密には支持導線間の平均温度と考えられるが, これが表面温度とみなしてさ

第3図 測定回路 (サーミスタ)

第4図 サーミスタの抵抗と温度の関係 (試片 B)

しつかえないことは実験および理論によって確かめた(補遺参照).

次に自然対流における電流 I と電圧 E の関係は試片サーミスタを大きいさ約 1 m^3 の鉄板製のサーモスタットに移し, 外部の室温の変動を少くし, かつ そう内空気の乱れの影響をさけるため約 30 メッシュの銅製

金網をサーミスタの上下 30 cm の位置におき、サーミスタ加熱によって上ずる上昇気流は、もとよりそれによって生ずる二次的影響を除くように計った。加熱電流および電圧はそれぞれ 10 Ω の標準分流器および 100 倍の標準倍率器により精密級電位差計によって測定した。半導体の理論によればサーミスタの抵抗と絶対温度の間には近似的に次式が成立する。

$$R = R_0 \exp B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \dots\dots\dots (6)$$

ここに R , R_0 は温度 $T^\circ\text{K}$, $T_0^\circ\text{K}$ における抵抗値で、 B はサーミスタの定数 ($^\circ\text{K}$) である。この場合、抵抗の温度係数 a は次式で定義される。

$$a = \frac{1}{R} \frac{dR}{dT} = -\frac{B}{T^2} \dots\dots\dots (7)$$

一例として第 4 図の場合には $B=3855^\circ\text{K}$ で、 $T=300^\circ\text{K}$ の場合、 $a=-0.0428$ を得る。白金の抵抗線の温度係数 a は 3.9×10^{-3} であるからサーミスタのそれは 11 倍に相当し、その符号が反対である。したがって鋭敏な乱れ計、点風速計または温度計としての可能性を示している。第 5 図は E , I の測定例である。第 6 図はこれを対数紙上に示したもので、電流の座標軸に $+45^\circ$ をなす傾斜軸はオームの法則に従うサーミスタの抵抗、 -45° の傾斜軸は一定の電力を消費放散する場合の特性をあわせ示している。

B. 熱伝達率の算出

サーミスタ表面からの熱伝達量 Q_c kcal/h と総熱量 Q_T kcal/h の間には次の平衡式が成り立つ。

$$Q_c = Q_T - (Q_R + Q_{Pt-Rh, 2} + Q_L) \dots\dots\dots (8)$$

ここに

$$Q_T = 0.860 EI = 0.860 I^2 R \dots\dots\dots (9)$$

$$Q_R = C_{thr} F \left\{ \left(\frac{T_w + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_a + 273}{100} \right)^4 \right\} \dots\dots (10)$$

$Q_{Pt-Rh, 2}$ は左右 2 本の Pt-Rh 支持細線から伝導によって失われる熱量である。 C_{thr} はサーミスタ表面のふく射係数であるが、微小なサーミスタ表面のふく射率の測定は困難なので測定は行わなかった。いまサーミスタ表面に類似した各種金属酸化物の値を参考にして $C_{thr}=2.5$ と仮定する。なお、加熱によるサーミスタ表面の変色は認められなかった。この値によって Q_R を算出すると Q_c の 3% 以下に過ぎないので、仮定上の多少の差はほとんど無視してよい。加熱による試片サーミスタの膨張は、顕微鏡写真によって室温と 200°C に加熱したものを比較測定したが、認められな

第 5 図 サーミスタの電流と電圧の関係 (試片 B)

第 6 図 サーミスタの総合特性 (試片 B)

第 7 図 $Q_{Pt-Rh, 2}$ の計算

った。

次に $Q_{Pt-Rh, 2}$ は次のようにして算出される。すなわち金属細線の直径 d , 長さ l のものについて、サーミスタとの接合点を原点として線軸方向に x 軸にとる。この場合の伝熱式は第 7 図に示すように一端 $x=0$ において加熱された細線が更に電流によって加熱される熱伝導、熱伝達の組合わさった次のような式で表わされる⁽⁹⁾。

$$K \frac{d^2 T}{dx^2} - M(T - T_a) + N(1 + aT) = 0 \dots\dots\dots (11)$$

上式において

$$K = \frac{\lambda}{c\gamma}, \quad M = \frac{4\alpha}{c\gamma d}, \quad N = \frac{0.860I_0^2 r_0}{c\gamma \pi d^2/4} \dots\dots (12)$$

ただし T は細線上 x なる位置の温度, T_a は周囲流体の温度, a, λ, c, γ はそれぞれ針金の抵抗温度係数, 熱伝導率, 比熱, 比重を示す. α は針金の表面熱伝達率, I_0, r_0 は 0°C における電流および単位長さの抵抗である. 上式を周辺条件 $x=0$ で $T=T_w$, $x=l$ で $T=T_l$ として解くのであるが, サーミスタを支持する細線附近の空気温度は一般に x の関数として次式で表わされる.

$$T_a = T_0 + \Delta T_w \cdot f(x) \dots\dots (13)$$

ここに

$$\Delta T_w = T_w - T_0$$

これを (11) 式に代入すると次式を得る.

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \mu^2 T = F(x) \dots\dots (14)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \mu^2 &= \frac{M - aN}{K}, \quad F(x) = k + mf(x) \\ k &= -\frac{MT_0 + N}{K}, \quad m = -\frac{M}{K} \cdot \Delta T_w \end{aligned} \right\} \dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} T &= \left(T_w + \frac{k}{\mu^2} \right) \frac{\sinh \mu(l-x)}{\sinh \mu l} + \left(T_l + \frac{k}{\mu^2} \right) \frac{\sinh \mu x}{\sinh \mu l} + \frac{m}{\mu \sinh \mu l} \\ &\quad \times \left[\sinh \mu(l-x) \int_0^x f(\xi) \sinh \mu \xi d\xi - \sinh \mu x \int_0^x f(\xi) \sinh \mu(l-\xi) d\xi \right] \\ &\quad - \frac{k}{\mu^2} + \frac{m}{\mu} \int_0^x f(\xi) \sinh \mu(x-\xi) d\xi \dots\dots (16) \end{aligned}$$

したがって 1 本の支持線からの伝熱量 Q_l kcal/h は

$$Q_l = -\lambda \frac{\pi}{4} d^2 \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=0} \dots\dots (17)$$

ここで, k, m, μ 等に含まれる物性値は細線の平均温度 T_m または平均温度差 $\Delta T_m = T_m - T_0$ によって計算せねばならぬ. すなわち (16) 式より

$$T_m = \frac{1}{l} \int_0^l T dx \dots\dots (18)$$

サーミスタの壁に平行に張った直径 0.025 mm のクロメル・アルメル熱電対によって T_a を壁からの水平距離に対して測定した結果は第 8 図のようになり, 近似的に次式であらわされる.

$$f(x) = e^{-sx} \dots\dots (19)$$

ここに s の実測値は $s = 1.28 \times 10^3 \frac{1}{m}$ であった. 図中鎖線は熱伝導のみで放熱する場合の温度分布を示す. (19) 式を (16) 式に代入すれば, 結局

$$\begin{aligned} T &= \frac{MT_0 + N}{\mu^2 K} \left\{ 1 - \frac{\sinh \mu(l-x) + \sinh \mu x}{\sinh \mu l} \right\} - \frac{M \Delta T_w}{\mu K} \left\{ \frac{\mu \sinh \mu(l-x)}{(\mu^2 - s^2) \sinh \mu l} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu e^{-sl}}{\mu^2 - s^2} \cdot \frac{\sinh \mu x}{\sinh \mu l} - \frac{\mu e^{-sx}}{\mu^2 - s^2} \right\} + T_w \frac{\sinh \mu(l-x)}{\sinh \mu l} + T_l \frac{\sinh \mu x}{\sinh \mu l} \dots\dots (20) \end{aligned}$$

したがって (17) 式より

$$\begin{aligned} Q_l &= \frac{\pi}{4} d^2 \mu \lambda \left[\frac{MT_0 + N}{\mu^2 K} \left(\frac{1 - \cosh \mu l}{\sinh \mu l} \right) - \frac{M \Delta T_w}{\mu K} \left\{ \frac{\mu}{\mu^2 - s^2} \coth \mu l - \frac{\mu e^{-sl}}{\mu^2 - s^2} \cdot \frac{s}{\sinh \mu l} - \frac{s}{\mu^2 - s^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{T_w \cosh \mu l - T_l}{\sinh \mu l} \right] \dots\dots (21) \end{aligned}$$

第 8 図 サーミスタ周囲の水平方向温度分布の測定例

本研究の場合、電流は最大 30 mA 程度で小さく $N=0$ とおくことができる。支持細線の長さ $l=0.01$ m であって、この点では T_0 に等しいとおけるから、上式において

$$\mu^2 = \frac{M}{K}, \quad T_l = T_0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

ゆえに

$$Q_l = \frac{\pi d^2}{4} \mu \lambda \left[\left(\Delta T_w - \frac{\mu^2 \Delta T_w}{\mu^2 - s^2} \right) \coth \mu l + \frac{\mu^2 \Delta T_w}{\mu^2 - s^2} \left(\frac{e^{-s l}}{\sinh \mu l} + \frac{s}{\mu} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (23)$$

細線の平均温度は (20) 式より

$$T_m = T_0 + \frac{\Delta T_m (\cosh \mu l - 1)}{\mu l \sinh \mu l} \left\{ 1 - \frac{\mu^2}{\mu^2 - s^2} - \frac{\mu^2 e^{-s l}}{\mu^2 - s^2} \right\} + \frac{\mu^2}{(\mu^2 - s^2) s l} (1 - e^{-s l}) \quad \dots\dots\dots (24)$$

上式を用いて T_m °C を計算するに際し、第 0 次近似として平均温度 $T_{m0} = (T_w + T_0)/2$ または $\Delta T_{m0} = T_m - T_0$ による物質定数、表面熱伝達率を求め、第 1 次近似の平均温度 T_{m1} 、平均温度差 ΔT_{m1} を (24) 式を用いて求める。この際 ΔT_m の各値に対し (24) 式の右辺を計算して図表にしておき T_{m1} を求めると便利である。次にこの T_{m1} 、 ΔT_{m1} を用いて同様の手数により T_{m2} 、 ΔT_{m2} を求め、この操作を繰返すことにより逐次近似的に $T_{m\infty}$ 、 $\Delta T_{m\infty}$ を求めることができる。実際には 4~5 回の繰返しで 0.1% 以下の収束に達する。

サーミスタには左右 2 本の支持線があるから結局総計して

$$Q_{\text{Pt-Rh},2} = 2Q_l = \frac{\pi d^2}{2} \lambda \Delta T_w \left[\mu \coth \mu l \left\{ 1 - \frac{1}{\left(1 - \frac{s^2}{\mu^2} \right)} \right\} + \frac{1}{\left(1 - \frac{s^2}{\mu^2} \right)} \left(\frac{\mu e^{-s l}}{\sinh \mu l} + s \right) \right] \quad \dots\dots\dots (25)$$

なお、上記計算に使用する細線の表面熱伝達率の値は本研究における後述の実験式 (45) 式を使用した。

従来球の熱伝達の実験においては支持線、熱電対よりの熱損失は全く無視されているか、または支持線の周囲に試片より若干離れた位置に加熱装置を作り支持線よりの伝導損失を消去する方法等をとっていた。これらは試片寸法が支持線等と比較し、十分大きいまたは平衡用熱源による空気の流動が全く無視できる場合に限られて許されることである。本研究においては複雑な補償用熱源による無用の流動の生ずるのを避け支持線はできるだけ細くし、かつ単純な 2 本の導線として、また熱伝導率の比較的小さい Pt-Rh 線 ($\lambda = 25.2$ kcal/mh°C) を用いて熱損失を精密に計算することとした。

以上により (8) 式より Q_0 が求まれば、表面熱伝達率 α は次式により算出される。

$$\alpha = Q_0 / F \cdot \Delta T \quad \dots\dots\dots (26)$$

3. 実験の整理方法

(i) 代表長さの選定 本研究におけるサーミスタのように試片形状が球形でもまた互に相似形でもない場合には、無次元量 N_u 、 G_r などに含まれる代表長さの選定に問題がある。物体の形状を表わすのに多数の寸法を要する場合は従来定説がなく実験式も著しく煩雑になっている。King⁽⁹⁾ は一つの寸法をとって代表長さとして、次式の L_K をとって代表長さとして各種形状、たとえば水平円筒、ブロック、球などの熱伝達率を対数紙上に整理し、一つの直線上にあることを見

いだした。すなわち、 L_K として

$$\frac{1}{L_K} = \frac{1}{L_{ver}} + \frac{1}{L_{hor}} \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここに L_{ver} および L_{hor} は物体の垂直および水平方向の代表長さである。われわれは King による L_K が厳密な理論に基づくものでないが、かなりよいまとまりを得たことに着目し、更に次式の代表長さ L を提案する。

$$L = 2 \frac{V}{F} \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに V 、 F は物体の体積、表面積である。いま King の L_K に対し

$$\frac{1}{L'} = \frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \quad \dots\dots\dots (29)$$

を考える。 L_x 、 L_y 、 L_z は物体の互に直角方向の代表長さとする。(29) 式は熱伝達におよぼす寸法効果は x 、 y 、 z 方向の各寸法が同一であると仮定し、King の L_K のように単に平面的でなく立体的寸法効果を示すものであることを示す。また一方の長さが他に比べ十分大きいときはその寸法の影響が無関係になるという従来の熱伝達の実験を説明し得るものである。 L と L' は円柱、球、立方体、直方体等では完全に一致する。しかし回転だ円体 (prolate) の場合には

$$L = \frac{2AB}{3 \left(B + \frac{A}{\varepsilon} \sin^{-1} \varepsilon \right)} ; \quad \varepsilon = \sqrt{A^2 - B^2} / A \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$L' = \frac{AB}{2A+B} \quad \dots\dots\dots (31)$$

第1表 代表長さ D , L_K および L の比較

% の値は (球-円筒)/球を示す

形 状	研 究 者	代 表 長 さ D	代 表 長 さ L_K	代 表 長 さ L
水平円筒 球	Hermann* 山 県	$Nu_{(D)}=0.370 Gr_{(D)}^{1/4}$ $Nu_{(D)}=0.421 Gr_{(D)}^{1/4}$	$Nu_{(L_K)}=0.370 Gr_{(L_K)}^{1/4}$ $Nu_{(L_K)}=0.354 Gr_{(L_K)}^{1/4}$	$Nu_{(L)}=0.311 Gr_{(L)}^{1/4}$ $Nu_{(L)}=0.320 Gr_{(L)}^{1/4}$
水平円筒 球	Merk, Prins Merk, Prins	$Nu_{(D)}=0.491(Gr_{(D)}Pr)^{1/4}$ $Nu_{(D)}=0.558(Gr_{(D)}Pr)^{1/4}$	$Nu_{(L_K)}=0.491(Gr_{(L_K)}Pr)^{1/4}$ $Nu_{(L_K)}=0.469(Gr_{(L_K)}Pr)^{1/4}$	$Nu_{(L)}=0.413(Gr_{(L)}Pr)^{1/4}$ $Nu_{(L)}=0.424(Gr_{(L)}Pr)^{1/4}$

* Hermann の原式は $Nu_{(D)}=0.372 Gr_{(D)}^{1/4}$ と出ているが, 山県氏と全く同じ計算法によれば 0.370 となる。

となって一致しない。A, B および ϵ は円体の長径, 短径および離心率である。 $\epsilon=0$ すなわち球の場合は $L=L'=D/3 (D=A=B)$ であるが ϵ が 1 に近づくにつれ差があらわれる。第9図は L'/L と ϵ の関係を示す。本研究では $\epsilon < 0.6$ で L と L' の差異はほとんどないが L をもって代表長さとした。

いま, King による L_K と著者らの L を用いて, 理論解の与えられている水平円筒および球に対する熱伝達を比較してみよう。水平円筒に関しては周知の Hermann⁽¹⁰⁾ の計算, およびこれと全く同じ仮定に基いて球についての山県⁽¹¹⁾ の計算がある。また Squire と類似な方法で Merk & Prins⁽¹²⁾ が水平円筒および球について計算式を与えているので比較に便利である。これらの公式はいずれも直径 D を代表長さとしているから, L_K および L で書き換える。この場合 L_K は水平円筒に対し D , 球に対し $D/2$ であるのに対し, 本研究における L はそれぞれ $D/2$ および $D/3$ になる。これを使って理論式を書きかえると第1表のようになる。

いま, これら理論式の当否は別として, 同一仮定で得られた円筒と球の理論式が, 本文の L を使用した方がはるかにまとまりがよいことがわかる。したがってこれら理論式の成立する境界層の薄い $Gr_{(D)} \cdot Pr = 10^5 \sim 10^8$ では, 従来多くの研究が発表されている水平円筒に対する測定値を L で整理すれば, そのまま 3% 程度の精度で球に対しても適用できるものと推察される。後述の第15図には水平円筒に対する McAdams の推奨曲線を $L=D/2$ で整理し直した結果と球の実験結果を $L=D/3$ で整理したものと比較してある。上述の適用範囲では球についての山県の実験がよく一致すると思われる。

(ii) 極限ヌセルト数 本研究に使用したサーミ

$$T = \frac{(T_1 - T_2)}{\log\left(\frac{\xi_1 - 1}{\xi_1 + 1} \frac{\xi_2 + 1}{\xi_2 - 1}\right)} \log\left(\frac{\xi - 1}{\xi + 1}\right) + \frac{T_2 \log\left(\frac{\xi_1 - 1}{\xi_1 + 1}\right) - T_1 \log\left(\frac{\xi_2 - 1}{\xi_2 + 1}\right)}{\log\left(\frac{\xi_1 - 1}{\xi_1 + 1} \frac{\xi_2 + 1}{\xi_2 - 1}\right)} \dots (34)$$

ξ_1 面の単位面積から流出する熱量 $q \text{ kcal/m}^2\text{h}$ はスカラー量 T の ξ 方向の傾斜 $\text{grad}_\xi T$ と流体の熱伝導率 λ との積として表わされる。すなわち

第9図 離心率に対する L と L' の比較

スタなどのように物体寸法が非常に小さい場合には Gr 数も小さくなる。 Gr は浮力を表わす無次元量であるから, $Gr=0$ となるともはや浮力による対流作用はなく, 周囲流体の定常な熱伝導によってのみ熱の伝ばが行われるものと考えられる。今対流のない $Gr=0$ の場合のヌセルト数を極限ヌセルト数 $Nu_{\infty,0}$ と定義することとする。

試片形状は回転円体に類似するものであるから, この極限ヌセルト数を計算してみる。いま, x, y および z を直角座標とし, 次式で定義される回転円体座標 (ξ, η, φ) を用いることにする。

$$\left. \begin{aligned} x &= C \sqrt{(1-\eta^2)(\xi^2-1)} \cos \varphi, \\ y &= C \sqrt{(1-\eta^2)(\xi^2-1)} \sin \varphi, \\ z &= C\xi\eta \end{aligned} \right\} \dots (32)$$

ここに $1 \leq \xi < \infty$, $-1 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $C = \text{定数}$ 。 $\xi = \text{一定}$ は一つの回転円面を示すので, 今曲面 ξ が加熱された物体の表面および周囲流体中の等温面と一致するように選べば, 熱伝導方程式は

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ (\xi^2 - 1) \frac{\partial T}{\partial \xi} \right\} = 0 \dots (33)$$

ここに T は温度を表わす。上式は物体表面を ξ_1 曲面, 容器の形を ξ_2 曲面とし, それぞれの温度を T_1 , T_2 なる条件の下でとけば

$$q = -\lambda \text{grad}_{\xi} T = -\frac{\lambda}{C} \frac{\sqrt{\xi_1^2 - 1}}{\sqrt{\xi_1^2 - \eta^2}} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\lambda}{C} \frac{2(T_1 - T_2)}{\sqrt{(\xi_1^2 - \eta^2)(\xi_1^2 - 1)} \log \left(\frac{\xi_1 + 1}{\xi_1 - 1} \frac{\xi_2 - 1}{\xi_2 + 1} \right)} \quad (35)$$

したがって物体全表面からの放熱量 Q kcal/h は

$$Q = 2 \int_0^{\eta=1} 2\pi r q ds \quad (36)$$

ここに r は回転軸から ξ 面までの距離, ds は ξ_1 面において η 方向の任意の近接した微小距離であって

$$r = C\sqrt{(\xi_1^2 - 1)(1 - \eta^2)}, \quad ds = C\sqrt{\frac{\xi_1^2 - \eta^2}{1 - \eta^2}} d\eta \quad (37)$$

ゆえに

$$Q = \frac{8\pi C \lambda (T_1 - T_2)}{\log \left(\frac{\xi_1 + 1}{\xi_1 - 1} \frac{\xi_2 - 1}{\xi_2 + 1} \right)} \quad (38)$$

よって表面熱伝達率 $\bar{\alpha}$ kcal/m²h°C は次式のようになる。

$$\bar{\alpha} = \frac{Q}{F \Delta T} = \frac{4\lambda}{C \sqrt{\xi_1^2 - 1} \left\{ \sqrt{\xi_1^2 - 1} + \xi_1^2 \sin^{-1} \frac{1}{\xi_1} \right\} \log \left(\frac{\xi_1 + 1}{\xi_1 - 1} \frac{\xi_2 - 1}{\xi_2 + 1} \right)} \quad (39)$$

この場合、代表長さ L はだ円の長径 A , 短径 B から次のように算出される。

$$A = 2C\xi_1, \quad B = 2C\sqrt{\xi_1^2 - 1}, \quad \epsilon = 1/\xi_1 \quad (40)$$

$$L = \frac{2AB}{3 \left(B + \frac{A}{\epsilon} \sin^{-1} \epsilon \right)} = \frac{4C\xi_1 \sqrt{\xi_1^2 - 1}}{3 \left(\sqrt{\xi_1^2 - 1} + \xi_1 \sin^{-1} \frac{1}{\xi_1} \right)} \quad (41)$$

ゆえに

$$Nu_{\infty, 0(L)} = \lim_{\xi_2 \rightarrow \infty} \frac{\bar{\alpha} L}{\lambda} = \frac{16\epsilon}{3 \left(\sqrt{1 - \epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon} \sin^{-1} \epsilon \right)^2 \log \left(\frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} \right)} \quad (42)$$

上式によって任意の離心率をもった回転だ円面の L を代表長さとする極限ヌセルト数を計算することができる。第 10 図は $Nu_{\infty, 0(L)}$ と ϵ の関係を示す。 $\xi = \infty$ すなわち $\epsilon = 0$, $\xi = 1$ すなわち $\epsilon = 1$ なる極限值を計算すると、それぞれ $2/3$ および 0 を得る。これは球および有限長さの線条に対応する極限ヌセルト数である。周知のように球の場合、代表長さとして直径 D をとれば $Nu_{\infty, 0(D)} = 2$ であるが、 $L = D/3$ であるから $Nu_{\infty, 0(L)} = 2/3$ となるのである。また円筒の場合 $Nu_{\infty, 0} = 0$ となるがこれは断面が円でなくとも成立する。

第 2 表は本研究に用いたサーミスタの寸法を示したもので試片形状から算出された ϵ と $Nu_{\infty, 0(L)}$ の資料を示す。

第 2 図の試片拡大写真からわかるように試片は完全な回転だ円体とはいえないが、第 2 表からわかるように ϵ の最大でも 0.6 以内であって形状の多少の違いは $Nu_{\infty, 0(L)}$ にはほとんど影響せず、完全球に対し最大 0.7% に過ぎないことがわかる。したがって L をもって整理された本研究の結果は球の実験と直接対比され、その実験の拡張とみなすことができよう。

Allanderによると低グラスホフ数の場合も上記 $Nu_{\infty, 0}$ を考慮すれば、対数紙上で一直線を表わす次の関数形で示される。

$$Nu - Nu_{\infty, 0} = K' G_r^n \quad (43)$$

これを一般の流体に拡張しよう。自然対流の流速が低い間は慣性力を無視して、粘性力と浮力がつりあって

第 10 図 離心率に対する極限ヌセルト数の変化

第 2 表 サーミスタ試片の寸法表

試片名称	A	B	C	D	E
L m	5.73×10^{-4}	3.90×10^{-4}	2.95×10^{-4}	1.98×10^{-4}	1.33×10^{-4}
ϵ	0.486	0.590	0.075 3	0.029 4	0.505
$Nu_{\infty, 0(L)}$	0.664	0.662	0.666	0.666	0.664
F m ²	7.88×10^{-6}	3.60×10^{-6}	1.94×10^{-6}	8.84×10^{-7}	4.11×10^{-7}

いると考えられる。このとき、相似則によれば N_u は $G_r P_r$ の関数になる。したがって上式で示されるように N_u が G_r^n に比例することがわかれば、近似的に N_u が P_r^n に比例すると考えてよいことになる。いま空気の場合 $P_r \approx 0.71$ とすれば、係数 K' には $(0.71)^n$ が含まれるものと見ることができる。したがって $K = K'/(0.71)^n$ とすれば (43) 式は

$$N_u - N_{u,0} = K(G_r \cdot P_r)^n \quad (44)$$

4. 実験結果

(i) 水平白金細線 温度差 ΔT に対する熱伝達率 α の関係を第 11 図に示す。ふく射熱伝達率 α_r は α に比較しはなはだ小で、直径 0.0610 mm ϕ に対して $\Delta T = 1000^\circ\text{C}$ においても約 6% に過ぎず直径小なる場合は更に小となる。

α に対して $N_{u(D)}$, $G_{r(D)}$ をとり、これを対数紙上に示せば第 12 図を得る。Nusselt の曲線は $G_{r(D)} = 10^{-5}$ までであるが、われわれの曲線は上部はこれに接し、下部はかなり離れている。実験式はほとんど直線とみなすことができ $10^{-8} < G_{r(D)} < 10^{-1}$ なる測定範囲で次式で表わされる。

$$N_{u(D)} = 0.794 G_{r(D)}^{1/15} \quad (45)$$

空気の P_r を 0.71 として、上式を一般の流体に拡張すれば

$$N_{u(D)} = 0.812 (G_{r(D)} \cdot P_r)^{1/15} \quad (46)$$

また、代表長さを L にとれば $L = D/2$ であるから

$$N_{u(L)} = 0.425 (G_{r(L)} \cdot P_r)^{1/15} \quad (47)$$

(45) 式を変形し、 20°C の空気に対し簡便式を作れば

$$\left. \begin{aligned} \alpha &\approx 0.0274 D^{-0.8} \Delta T^{1/4}, \quad \Delta T > 100^\circ\text{C} \\ \alpha &\approx 0.0591 D^{-0.8} \Delta T^{1/12}, \quad \Delta T < 100^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

第 11 図 水平白金極細線の表面熱伝達率と温度差の関係

従来、本研究に用いた程度の水平極細線の実験例は全くない。Mueller⁽¹⁸⁾ は 0.127 mm $\phi \sim 0.0178$ mm ϕ の白金線を垂直にして実験を行った。その結果、十分に長い細線を用いれば α は長さに無関係であることを報告している。Jakob は彼の実験を整理し $10^{-2} > G_{r(D)} \cdot P_r > 10^{-7}$ の間で、次の近似式で表わした。

$$N_{u(D)} = (G_{r(D)} \cdot P_r)^{1/10} \quad (49)$$

前述の推論から L をもって整理すれば細線を水平にしても、垂直にしても無次元量の間の関係は近似的に一致するはずである。(49) 式ををもつて変形すれば

$$N_{u(L)} = 0.524 (G_{r(L)} \cdot P_r)^{1/10} \quad (50)$$

これは、われわれの (47) 式と比較するとおおよそ一致する (第 15 図参照)。

水平円筒に関する有名な McAdams の推奨曲線では $G_{r(D)} \cdot P_r < 10^{-4}$ において $N_{u(D)}$ は一定値 0.45 になると言う。しかしわれわれの実験曲線は更に降下している。本研究における曲線と McAdams の $G_{r(L)} \cdot P_r > 1$ の曲線とをなめらかに接合した曲線は、0.083 ~ 0.155 mm ϕ の白金線を用いて数種の流体中でなされた Davis⁽¹⁴⁾ の曲線とよく一致する。したがってこの部分におけるわれわれの延長曲線は十分推奨に値すると思われる。

(ii) サーマスタ微粒子 第 13 図は α と ΔT の間の関係を示し、実線は後述の実験式から導かれる次式を表わす。

$$\alpha = 0.41 \frac{\lambda_m}{L^{1/4}} \left\{ \frac{g \Delta T}{\nu_m^2 (T_m + 273)} \right\}^{1/4} + \frac{16 \epsilon \lambda_m}{3L \left(\sqrt{1 - \epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon} \sin^{-1} \epsilon \right)^2 \log \left(\frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} \right)} \quad (51)$$

第 12 図 水平極細線のヌセルト数およびグラスホフ数の関係

また、第 14 図は $(Nu_{(L)} - Nu_{(L),0})$ と $Gr_{(L)} \cdot Pr$ との関係を示したものである。実験結果は $10^{-4} < Gr_{(L)} \cdot Pr < 1$ の測定範囲で対数紙上一直線で表わされる次式によく一致する。

$$Nu_{(L)} - Nu_{(L),0} = 0.45 (Gr_{(L)} \cdot Pr)^{1/4} \dots\dots\dots (52)$$

従来、本研究において測定された程度の微小粒子の測定例は全くない。Allander による $20 < Gr_{(D)} < 500$ が最小の資料で次式で示された。

$$Nu_{(D)} = 2(1 + 0.120 Gr_{(D)}^{0.33}) \dots\dots\dots (53)$$

$Pr = 0.71$ として L で整理すれば

$$Nu_{(L)} - \frac{2}{3} = 0.266 (Gr_{(L)} \cdot Pr)^{0.33} \dots\dots\dots (54)$$

その他、山県⁽¹¹⁾、弓削⁽⁴⁾氏等の実験結果が発表されているが、実験式として提出されていない。これらの実験例を延長して比較すると第 14 図のようになる。従来の諸実験において誤差のおもなる原因と考えられるのは、導線および温度測定用の熱電対による熱損失の評価にあると思われる。山県氏の実験は比較的大き

な試片を用いて行われたもので、低 Gr に拡張するため試片を減圧容器の中で測定した。同氏は導線等の熱損失にふれておらず、試片寸法が小さい場合は若干大きいめの結果を与えるわけである。Allander 氏のもののは導線、熱電対の取出し構造が複雑で精密な熱勘定には不適當である。弓削氏の実験は熱損失を算定せず、導線および多数の熱電対をガラス管に入れて取出し、その途中に別の熱源をもって平衡消去する方式をとっている。熱電対による細い線上の温度測定はその補正が困難であるのみならず、補償用熱源は絶縁に注意しても、試片に近接した位置におかねばならず、そのため周囲温度および対流作用に影響を及ぼすものと推定される。また Meyer の銀球の冷却曲線から求めた熱伝達の実験は支持線を兼ねた熱電対による熱損失を全く無視しており、もちろん過大な値も与えていることがわかる。この点サーミスタを用いたわれわれの実験は、あらかじめ抵抗と温度との関係を検定しておけば熱電対を要せず、単純な細線の熱計算の問題に帰せられるから簡単で精度の高い結果を与えるものと考えられる。

(iii) 水平円筒と球の熱伝達の比較 機械工学便覧⁽¹⁵⁾ または McAdams 記載の水平円筒に対する自然対流の式を L で整理すると、適用範囲 $10^3 < Gr_{(L)} \times Pr < 10^7$ に対して

$$Nu_{(L)} = 0.446 (Gr_{(L)} \cdot Pr)^{1/4} \dots\dots\dots (55)$$

を得る。円筒の場合 $Nu_{(L),0} = 0$ を左辺に含むものと考えられるが、われわれの低 $Gr_{(L)}$ に対する微粒子の式 (52) ときわめてよく一致することは興味あることである。第 15 図はこの比較を総合的に示したものである。円筒と球とは $Gr_{(L)}$ が小さくなると次第に差が出て来るが、 $Gr_{(L)}$ が大きくなると差が縮小することが同図よりわかる。第 1 表に示したごとく、水平円筒と球の理論式を整理すると球の方が約 2.8 % 大

第 13 図 微粒子の表面熱伝達率と温度差の関係

第 14 図 微粒子の極限ヌセルト数を考慮したヌセルト数とグラスホフ数の関係

第15図 L で整理した円筒と球の熱伝達の比較

円筒, $Nu_{0(L)}=0$	
(1) Authors	実験
(2) Merk & Prins	理論
(3) McAdams	実験
(4) Muller	実験
(5) Hermann	理論
(6) Davis	実験
球 $Nu_{0(L)}=2/3$	
① Authors	実験
② Yuge	実験
③ Merk & Prins	理論
④ Allander	実験
⑤ Ranz & Marshall	実験
⑥ Yamagata	実験
⑦ Yamagata	理論
⑧ Elenbaas	実験
⑨ Elenbaas	理論
⑩ Meyer	実験

くなるが、その差がわずかであることと、上記 (52) と (54) 式がよく一致することから、本研究における実験式 (52) 式は実験の測定範囲を越えて $Gr(L) \cdot Pr$ の高いところまで拡張し得る可能性を示すものである。この推論は球に関する山県氏の実験において、比較的精度の高いと考えられる最大試片直径 0.201 m に対する測定値が、 $Gr(L) \cdot Pr = 10^6$ 附近で水平円筒の結果とよく一致すること等を考慮するならば大過なき根拠を得られよう。

5. 結 論

ウォラストン線を含む直径 0.00489 から 0.0610 mm に及ぶ 5 種の白金線および球形または回転円筒体に近似な形に焼成したサーミスタ・ビードを用い、その平均直径約 0.3 から 2 mm に及ぶ 5 種につき自然対流熱伝達の実験を行い次の結果を得た。

(1) 形が非相似形の場合熱伝達率を無次元量で整理する場合、代表長さの選定につき次の L を採用した。

$$L = 2V/L \quad \dots\dots\dots (56)$$

上式は立体の平均直径に比例する値で、円筒、球、立方体、直方体等に関しては L' を

$$\frac{1}{L'} = \frac{1}{L_x} + \frac{1}{L_y} + \frac{1}{L_z} \quad \dots\dots\dots (57)$$

のように選べば、 $L = L'$ となる。円筒、球のような全く異なった形の物体に対する層流理論解に適用してもほとんど同じ関係式で整理することができることを示した。

(2) 極限ヌセルト数を定義して回転円筒面につき $Nu_{0(L)}$ の値を算出した。

$$Nu_{0(L)} = \frac{16\epsilon}{3 \left(\sqrt{1-\epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon} \sin^{-1} \epsilon \right)^2 \log \left(\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon} \right)} \quad \dots\dots\dots (58)$$

ここに ϵ は離心率で、その特別な場合として

$$\left. \begin{aligned} \epsilon = 0 \text{ のとき球} &\dots\dots\dots Nu_{0(L)} = 2/3 \\ \epsilon = 1 \text{ のとき円筒または線} &\dots\dots\dots Nu_{0(L)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (59)$$

(3) 実験結果は $Nu(L) - Nu_{0(L)} = K(Gr(L) \cdot Pr)^n$ の形の式でよく整理された。水平細線に対し、測定範囲 $10^{-9} < Gr(L) \cdot Pr < 10^{-3}$ において

$$Nu(L) = 0.425(Gr(L) \cdot Pr)^{1/15} \quad \dots\dots\dots (60)$$

ここに $L = D/2$

微粒子の場合、測定範囲 $10^{-4} < Gr(L) \cdot Pr < 1$ に対し、

$$Nu(L) - Nu_{0(L)} = 0.45(Gr(L) \cdot Pr)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (61)$$

上式は球の場合は $L = D/3$ となり

$$Nu(L) - \frac{2}{3} = 0.45(Gr(L) \cdot Pr)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (62)$$

L の代りに、通常のごとく D を使うと

$$Nu(D) - 2 = 0.59(Gr(D) \cdot Pr)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (63)$$

$N_{Pr} = 0.71$ の空気に対してはそれぞれ

$$Nu(L) - \frac{2}{3} = 0.41 Gr(L)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (64)$$

$$Nu(D) - 2 = 0.54 Gr(D)^{1/4} \quad \dots\dots\dots (65)$$

となる。これら実験式 (61)~(65) 式は $Gr \cdot Pr = 10^8$ 程度まで拡張使用できるものと推定された。

終りに臨み、サーミスタ試片の準備に御高配をいただいた、日本電気会社加野洋吉博士ならびに日立中央研究所二木久夫技師に、また、始終本研究に助力された本研究所武田 茂氏に厚く感謝の意を表する。

補 遺

サーミスタに電流を通して加熱する場合、その抵抗

値 $R \text{ k}\Omega$ から逆算される温度は厳密にはサーミスタの表面温度 $T_w^\circ\text{C}$ ではなく、サーミスタ内部のリード線間の内部温度を示すものと考えられる。われわれは表面温度 $T_w^\circ\text{C}$ を検定するのに、真空熱電対式温度計を用い、直径 0.01 mm 、長さ 5 mm の熱線を $T_w^\circ\text{C}$ に加熱し、サーミスタの側面に接触して比較を行った。この場合、温度の不一致による熱線に接続された熱電対の起電力の変化は検流計のふれに表われるが、高温においてもほとんど差異がみとめられなかった。

これは次の理論的検討からも確かめられた。サーミスタの外表面およびリード線間の内部領域をそれぞれ ξ_0 および ξ_i なる回転円体座標で表わされるものとし、 ξ_0, ξ_i における温度をそれぞれ $T_0, T_i^\circ\text{C}$ とする。しかるとき ξ_i の内部だけ電流によって加熱されるものと仮定して円体に対する熱伝導方程式 (33) 式を上記条件のもとに解き、 ξ_0, ξ_i 面における熱平衡条件から次式を得る。

$$\frac{8\pi C \lambda_{thr} (T_i - T_0)}{\log \left\{ \frac{\xi_i + 1}{\xi_i - 1} \cdot \frac{\xi_0 - 1}{\xi_0 + 1} \right\}} = \alpha_0 F_0 (T_0 - T_a) \dots (1)'$$

ここに C は円体の寸法の定数、 λ_{thr} はサーミスタの熱伝導率で、 λ_{thr} についての従来の測定値は知見しないが、コバルトのスピネル形酸化物に対する測定値* は $6.1 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C}$ であるから近似的に $\lambda_{thr} = 6$ と仮定しよう。 α_0 は外表面の熱ふく射を含む熱伝達率であって $\alpha_0 = \frac{N_u(L) \cdot \lambda_{air}}{L_0}$ 、 T_a, λ_{air} は周囲空気の色度および熱伝達率。 F_0 は外表面積で $F_0 = 2\pi C^2 \left\{ (\xi_0^2 - 1) + \xi_0^2 \sqrt{\xi_0^2 - 1} \sin^{-1} \frac{1}{\xi_0} \right\} \log \left(\frac{\xi_i + 1}{\xi_i - 1} \cdot \frac{\xi_0 - 1}{\xi_0 + 1} \right)$ したがって表面温度差に対する内外の温度差の割合は次式で与えられる。

$$\frac{T_i - T_0}{T_0 - T_a} = \frac{C N_u(L)}{4 L_0} \cdot \frac{\lambda_{air}}{\lambda_{thr}} \left\{ (\xi_0^2 - 1) + \xi_0^2 \sqrt{\xi_0^2 - 1} \sin^{-1} \frac{1}{\xi_0} \right\} \log \left(\frac{\xi_i + 1}{\xi_i - 1} \cdot \frac{\xi_0 - 1}{\xi_0 + 1} \right) \dots (2)'$$

いま一例として試片 B の場合の計算値を示す。第 16 図は実際のサーミスタの形状と ξ_0 曲面との比較を示したものである。この場合 ξ_i は直径比 $k = B_0/B_i$ から決定される値で、リード線の構造から推定される値を

第 16 図 サーミスタ表面温度の検定

とる。 $N_u(L) = 0.8$ と仮定して $k=2$ および 3 に対して第 2 表を参照して (2)' 式を計算する。

$$\xi_{i, k=2} = 1.212, \quad \frac{T_i - T_0}{T_0 - T_a} = 0.00339,$$

$$\xi_{i, k=3} = 1.099, \quad \frac{T_i - T_0}{T_0 - T_a} = 0.00581$$

この計算例から、 $k=3$ に対してさえ約 0.6% の温度差があるに過ぎない。第 16 図から長径軸方向の温度差は更に小であるから内外部の温度差は著しく小さいと考えられる。したがって本研究において $T_i = T_0 = T_w^\circ\text{C}$ とみなすことは妥当な仮定であると言えることができる。

文 献

- (1) W. H. McAdams, *Heat Transmission*, 3rd Edition, McGraw Hill. (1954), 176; M. Jakob, *Heat Trasfer*, Vol. 1, John Wiley & Sons. (1949), 529.
- (2) McAdams, 前出 177.
- (3) C.G. Allander, *Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar*, Nr. 70 (1953).
- (4) 弓削, 第 33 期通常総会講演会前刷 (昭 31), 31.
- (5) Becker, Green & Pearson, *Bell. System Tech. Jour.*, 26 (1947), 170. または 加野, サーミスターとその応用, オーム社 (昭 30).
- (6) 坪内, 機械学会誌, 38, 222, (昭 10), 695 所載の研究速報を整理したものである。
- (7) P. Meyer, *Trans. Inst. Chem. Engr. (London)*, 15 (1937), 127.
- (8) Carslaw & Jaeger, *Conduction of Heat in Solid*, Oxford (1950), 130.
- (9) W.J. King, *Mech., Engng.*, 54 (1932), 347.
- (10) R. Hermann, *V.D.I. Forschungsheft* 379 (1936).
- (11) 山県, 機械学会論文集, 9, 37 (昭 18), 132.
- (12) Merk & Prins, *Appl. sci. Res., Section A*, 4, (1953), 11, 195 および 207.
- (13) A. C. Mueller, *Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs.*, 38 (1942), 613.
- (14) A.H. Davis, *Phil. Mag.*, 44 (1922), 920.
- (15) 機械工学便覧 (昭和 26 年版) 11-36.

* 大倉電気会社技師坂田民雄氏の御協力による。