66.067.5:677.02:532.13

回転円盤による液体の繊維化について

(第3報, 繊維化の理論)*

棚沢 泰**, 宮阪芳喜**, 梅原正彦**

On the Filamentation of Liquid by Means of Rotating Discs

(3rd Report, Theory of Filament Formation of Liquid)

by Yasusi TANASAWA, Yosiki MIYASAKA,
and Masahiko UMEHARA

Continued from the previous reports, the nature of filaments produced from the periphery of a rotating disc is examined comparing with the dripping of water drops from a tube.

When a very small amount of water is fed to a capillary tube, the water drips from the lower end of the tube.

But when the amount of feed of water is increased beyond a certain value, the water flows down in a smooth laminar flow.

At first sight, the filament produced from a rotating disc corresponds to this smooth laminar flow, but the close observation reveals that the liquid film produced from a rotating disc correspond to this smooth laminar flow, and the filament correspond to the unstable chained beads which appear at the transition from the dropwise dripping to the smooth laminar flow.

The stretching action of the tangential momentum of the flying mass of liquid left from the rotating disc will be transmitted to the liquid column on account of viscosity, enabling the unstable chained beads to become a kind of very stable viscous flow.

It is this stable viscous flow that makes the generation of the filaments possible.

These facts will clearly be seen from the photographs of the unstable water columns sprung out of the periphery of rotating disc shown in the second report.

Applying both theoretical and dimensional consideration to the results given in the second report, the following semi-empirical formulae to the critical flow rates are derived.

The critical maximum flow rate for the dropwise atomization

$$q_1 = 2.8 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) / \left\{ 1 + 10 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \right)^{1/3} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

The critical flow rate for the minimum pitch of filament

$$q_2 = 8.0 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) / \left\{ 1 + 10 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \right)^{1/3} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

The critical minimum flow rate for the film formation for viscous liquid of $D\rho/\mu < 30 \text{ cm/s}$

$$q_3 = 5.3 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{1/3} \dots \dots \dots (3)$$

And the critical minimum flow rate for film formation for non-viscous liquid of $D\rho/\mu > 30 \text{ cm/s}$

$$q_3 \cong 20 \left(\frac{1}{D} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{5/6} \dots \dots \dots (4)$$

In the above formulae $q_1, q_2, q_3 \text{ cm}^3/\text{s}$: critical flow rates, $D \text{ cm}$: diameter of disc, $n \text{ rpm}$: rotational speed of disc, $\rho \text{ g/cm}^3$: density of liquid, $\sigma \text{ dyn/cm}$: surface tension of liquid, $\mu \text{ dyn}\cdot\text{s/cm}^2$: viscosity of liquid.

The reason why the from of $\{1 + 10(\mu/\sqrt{\rho\sigma D})^{1/3}\}$ is adopted instead of $(\mu/\sqrt{\rho\sigma D})^{1/3}$ lies in the fact that the critical flow rates q_1 and q_2 are still existing for the non-viscous liquid of $\mu \cong 0$.

* 昭和 32 年 10 月 14 日 創立 60 周年記念東京講演会において講演, 原稿受付 昭和 34 年 3 月 10 日.

** 正員, 東北大学工学部(仙台市片平丁).

1. はしき

前報では回転円盤で滴状, 繊維状, 膜状分裂の起る境界を実験的に明らかにしたが, 本報では

- (1) それらの結果を基にして, なぜ繊維となるかその理由を追求し,
- (2) 遷移の条件を解析し,
- (3) 遷移流量を求める実験式を求めることとした。

2. 繊維発生機構

前報の瞬間写真をもとにして 0.4 poise 以上の粘い液体の分裂模様をスケッチすれば第1図となる。

なぜこのような模様を描くのか, その理由を考えると

- (1) 液孔から回転円盤に供給する液量と周辺から飛び去る量とのつりあい。
- (2) 周辺から飛び去る液体の切線方向の運動量とそのため発生する張力。
- (3) 液体の粘性による張力の伝達と液体の伸び。
- (4) 液体の表面張力の関係で液滴間に極小ピッチがあること。

第1図 粘い液体の繊維化模様

の四つが重要な要素となっていることに気がつく。

順序を変えて(2)(3)の液体に作用する張力について説明しよう。

第2図のように角速度 ω で回転する半径 R の円盤の中心 O に液孔から液体が注がれた時の液体の運動を考える。

(a) 図で液体は静止空間に対しては $\widehat{OP}_1$ のような線を描いて周辺に達し, 周辺上の一点 P_1 で液滴を形成する。この液滴は周速 $R\omega$ に等しい速度で切線方向に投げ出され, P_1Q と直線経路を描いて t 時間後には Q 点に達する。

この運動を回転円盤に乗った観測者から見れば, (b) 図のように液体は O から, 線 $\widehat{OP}$ に相似の経路 $\widehat{OP}_1$ (図には書いてない) をへて P_1 に達し, t 時間の後 Q に達する。その間に円周上の一点 P_1 は P に達しているから, 液滴はインボリュート曲線 $\widehat{PQ}$ を描くことになり, t 時間後の全経路は $\widehat{OPQ}$ で示される。

その後 dt 時間をへて, 円盤は $d\theta$ だけ回転したとすれば P 点は P' 点に移り, 液滴は $\widehat{P_1Q}$ を延長した Q' 点に達する。

液体が粘い場合には液滴は繊維化するので $\widehat{PQ}$ と尾を引くが, dt 時間後にはこの尾が $\widehat{P'Q'}$ と長くなる。

すなわち 繊維化した尾は 液滴の切線方向への運動と円盤が回転運動によって切線方向から遠ざかる作用によって強く引張られる。

$\angle P_1OP = \theta$ とおけば, インボリュート曲線の性質によって $t = \theta/\omega$ 時間のうちに

$$\widehat{PQ} = R\theta^2/2 = l \dots \dots \dots (1)$$

の長さの繊維となる。

P 点での伸長率 $\dot{l}$ は, $dt = d\theta/\omega$ 時間中に $\widehat{PQ}$ が $\widehat{P'Q'} = R(\theta + d\theta)^2/2 \cong R(\theta^2 + 2\theta \cdot d\theta)/2$ に伸びるから

(a) 絶対空間に対して (b) 回転円盤に対して

第2図 絶対空間と回転円盤に対する液体の分子の運動

$$\dot{l} = RQ \cdot d\theta / (d\theta / \omega) = R\theta\omega \quad \dots\dots\dots (2)$$

となり、角速度や円盤の半径に比例する。

Q 点での速度線図は図のようになり、 $\overline{QO}=r$ とおけば、 $R\omega=V$ が Q 点の絶対速度、 $R\theta\omega=v$ がインボリュート曲線上の相対速度、 $r\omega=u$ が空間速度で、 v と u を成すれば V となる。

回転円盤上の液滴にはこのように引張りが作用することを頭に入れて第 1 図 (a) の滴状分裂を見ると、この場合には円盤に供給される液量が少いので、円盤周辺にしだいに液がたまって液滴となり、ある大きさになると、遠心力でちぎられて飛び去る。液が粘いと余滴が尾を引いて主滴につづき つくし状になる。

(b) では供給液量が多くなったので、一つのつくしが形成されている間に、続いて次のつくしも形成され二段になる。

(c) では最初主滴に相当するものが飛び去って後尾の部分が細くならない内に、液が適当に供給されるので、尾の部分はそのままの形を保つ。尾の先端は引張り作用で細くなり、最先端で粒となるが、これもそのままの姿を保ち、飛び散る粒は主滴より小さい。

(d) 供給量と飛び去る量とがつりあえば、表面張力によって定まる最小のピッチを取るようになるので最小ピッチの繊維状分裂が行われる。

(e) では、さらに供給量が増すので、繊維はもはや表面張力で定まる最小ピッチを維持することができないので、一つの繊維が隣の繊維と合併して太くなり、同時にピッチもあらくなる。繊維の根元には水かき状の小さい膜が発生する。

(f) では、供給量がなお増して、周辺に発生した小さい膜が急に併合して大きな膜となる。

膜の周辺は、ややふくれて ひだ (liquid torus) を生じ、この ひだ が半径方向に分裂して新しい液柱を生ずる。この液柱と ひだ は、薄膜の先端が表面張力によって凝集してできたものである。

3. 雨だれ現象との比較

回転円盤による分裂模様を理解しやすくするため、我々が日常経験している雨だれ現象と比べてみよう。管内に水を供給し、下端から点々として雨だれのようにしたたせたと時の諸現象はすでに発表した、この場合の代表的な分裂模様は第 3 図となる。

(a) は滴下、(c) は平滑層流で、(b) は滴下から平滑層流へ遷移する時の不安定な状態を示す。

管端につり下がっている液はじゅう玉状で、落下する滴は、滴下時の主滴より小さく、平滑層流先端にできる滴よりは大きい。

この種のじゅう玉状のものが重さと表面張力の関係で存在することは、解析的にも証明することができる。

この管端から流れ落ちる液体の姿と回転円盤による分裂模様を比較すると、前者は重力加速度による現象であり、後者は遠心加速度 $R\omega^2$ による現象であるから、回転による気流の影響が少いところでは両者はほぼ等しくなるはずである。

第 1 図と第 3 図を比べると、第 1 図 (a) (b) が第 3 図 (a) の滴下に相当することは明らかであるが、第 3 図 (c) の遷移時や (c) の平滑層流はどれに対応しているのだろうか。

ちょっと見ると (c) の平滑層流が、第 1 図 (c) (d) (e) の繊維状分裂に対応するようであるが、(c) の平滑層流は液体の持っている運動量が表面張力に打勝って、三次元的に液柱となったものであるから、二次元的の場合、すなわち円盤の場合には液膜となるべきものである。

すなわち第 1 図 (f) の液膜は第 3 図 (c) の平滑層流に対応する。

(a) 滴下 (b) 遷移 (c) 平滑層流

第 3 図 雨だれ現象

そうすると当然第1図(c)(d)(e)の繊維状分裂は第3図(b)の遷移時に相当することになるが、この考えがあたっていることは、粘くない液体が回転円盤で分裂する状態をスケッチした第4図から明らかである。

同図(a)は滴状分裂であり、(f)は膜状分裂であるが、(b)(c)(d)(e)の繊維状分裂に相当するところは明らかに不安定で、遷移状態にある。

このように粘くない液体が不安定となるのは、回転円盤で発生する張力が、粘性が少いため回転円盤周辺の液塊にわずかしき作用せず、液は塊状のまま飛び散るためである。

結局、粘い液体が回転円盤で発生する繊維状分裂は、管端から流れ落ちる液が、滴下から平滑層流に遷移する不安定な状態に対応していることになる。ただ粘いため、強い引張作用を受け、遷移時にも安定な流れとなるのである。

この流れを新たに繊維流(ligament flow or filament flow)と名づけると、この粘性液体が張力を受けて安定化した繊維流こそ、回転円盤によって繊維が製造できる根源であるといえることができる。

この繊維流は、管端から流れ落ちる液体の場合にも現われ、粘い液体を機械的に強く引張れば実現することができる。

第4図 粘くない液体の微粒化模様

たとえば第3図の円管を全体が常にぬれているようにカーボンで作り、外径を大きくして平面盤に近づける。これに1~6mmの直径の穴をあけ、穴から密度 $\rho=1.23\text{ g/cm}^3$, 表面張力 $\sigma=61.5\text{ dyn/cm}$, 粘性係数 $\mu=1.86\text{ dyn}\cdot\text{s/cm}^2$ のグリセリン水溶液を流し、落下周期 τ と、主滴と余滴を含めた落下重量 w の関係を求めると第5図となる。

図の曲線(2)の(a)の部分では、主滴が主となり、細い尾を引き、落滴の重量が最大となる(b)点では、主滴の尾の中に余滴が含まれるため尾はかなり太くなる。

供給流量を増して、落下周期を(b)点に対応する τ_1' より短くすると、落滴重量は(c)のようになくなって減少し、太い管端に常に細長い液柱が残る。

この液柱が繊維流に相当する。

落下周期をさらにちぢめて、図の τ_2' 以下とすれば落下液は細長く伸びて平滑層流となり、これが回転円盤の液膜に対応する。

水のような粘度の小さい液では曲線(1)のようになり、(a)(b)の部分は現われるが、(c)の部分は不安定で、はっきりは見られない。

4. 限界流量に対する理論

以上のように、滴、繊維流、膜がどのようにして発生するかがわかると、滴状分裂、繊維状分裂、膜状分裂の諸領域を区分する限界流量に対する半理論式を導くことができる。

すなわち滴状分裂をする最大の限界流量 q_1 は重力場で落滴重量が極大となる場合に相当し、落下周期がある値 τ_1' になった時に対応すると考える。

第5図 広い平面盤から落下する水滴および粘い液滴重量の落下周期による変化

この時円盤上で液滴は一番ピッチのつまった状態、すなわちピッチ極小の状態にある。

重力場で比重 γ 、表面張力 σ の液が平面盤上でとることのできる極小ピッチ S_0' は⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾

$$S_0' = 7.66(\sigma/\gamma)^{0.5} \dots\dots\dots (3)$$

であるから、遠心加速度 $R\omega^2$ が作用する場では、比重 $\gamma = \rho g$ とおき、 g を $R\omega^2$ と変えればよいから、回転円盤周辺での極小ピッチ S_0 は

$$S_0 = 7.66 \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{0.5} \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{0.5} \dots\dots\dots (4)$$

となる。

したがって半径 R の円盤全周から飛び出す液滴の数 N は

$$N = 2\pi R/S_0 \dots\dots\dots (5)$$

となる。

一方重力場で落下する主滴の容積 V' は、周辺が十分にぬれていて、しかも急速に成長する場合には

$$V' = 18.84(\sigma/\gamma)^{1.5} \dots\dots\dots (6)$$

となるから、遠心加速度 $R\omega^2$ が作用する場では

$$V = 18.84 \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{1.5} \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{1.5} \dots\dots\dots (7)$$

となる。

なお重力場で落滴の容積が極大になる落下周期 τ_1' は遠心加速度の作用する場では、遠心加速度が大きくなるほど小さくなることから

$$\tau_1 = \tau_1' \left(\frac{g}{R\omega^2} \right)^{x_1} \dots\dots\dots (8)$$

という周期になると仮定する。

そうすると回転円盤から規則正しく単位時間に飛び去る主滴の容積は

$$\frac{VN}{\tau_1} = 2.46 \cdot \frac{2\pi R}{\tau_1'} \left(\frac{1}{R\omega^2} \right) \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{R\omega^2}{g} \right)^{x_1} \dots\dots\dots (9)$$

で与えられる。

余滴を含めて単位時間に飛び去る量、すなわち滴状分裂時の極大流量 q_1 も VN/τ_1 に比例すると考え、比例定数を C_1 とおけば

$$q_1 = C_1 \frac{VN}{\tau_1} = C_1 \frac{1}{\tau_1' g^{x_1}} R \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{1-x_1} \dots\dots\dots (10)$$

となる。

同様に、極小ピッチの繊維流も周期 τ_2 が重力場での落下周期 τ_2' に対して

$$\tau_2 = \tau_2' \left(\frac{g}{R\omega^2} \right)^{y_1} \dots\dots\dots (11)$$

になった時発生すると仮定すれば、その時の流量 q_2 は

$$q_2 = C_2 \frac{1}{\tau_2' g^{y_1}} R \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{1-y_1} \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。

以上は粘くない液体で、極小ピッチ S_0 が粘性の影響を受けない場合であるが、粘い液体が滴下する時には液滴の根元の形が、粘度と表面張力の相対値に影響され、粘度が大きいほど S_0 が大きくなる。

すなわち S_0 は $\mu/(\rho\sigma R)^{1/2}$ という無次元数に支配されることが予想されるから、単なる次元解析的な考えによれば

$$q_1 = C_1 \frac{1}{\tau_1' g^{x_1}} R \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{1-x_1} \left(\frac{\sqrt{\rho\sigma R}}{\mu} \right)^{x_2'} \dots\dots\dots (13)$$

$$q_2 = C_2 \frac{1}{\tau_2' g^{y_1}} R \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{1-y_1} \left(\frac{\sqrt{\rho\sigma R}}{\mu} \right)^{y_2'} \dots\dots\dots (14)$$

となる。

この種の整理法は液体の微粒化に関する諸文献によく見受けられるが正しくない。

すなわちこのように表わすと $\mu \rightarrow 0$ の時 q_1, q_2 が ∞ となる。しかし実際には、 $\mu \rightarrow 0$ の理想液体では(10)(12)式のようにある極限値をとるはずである。

このような不合理を発生したのは q_1, q_2 が単に σ や μ の関数であるとして形式的に次元解析したためである。 $\mu=0$ でも、 $\sigma \neq 0$ でない液体が存在できると考えれば、 σ と μ の影響は当然別々に分離して考え、和の形とすべきである。

このように考えて(4)式の極小ピッチを

$$S_0 = 7.66 \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{0.5} \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{0.5} \left\{ 1 + \zeta \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho\sigma D}} \right)^x \right\} \dots\dots\dots (15)$$

のように表わせば

$$q_1 = \frac{C_1 \frac{1}{\tau_1' g^{x_1}} R \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{1-x_1} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)}{\left\{ 1 + \zeta_1 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho\sigma D}} \right)^{x_2} \right\}} \dots\dots\dots (16)$$

$$q_2 = \frac{C_2 \frac{1}{\tau_2' g^{y_1}} R \left(\frac{1}{R\omega^2} \right)^{1-y_1} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)}{\left\{ 1 + \zeta_2 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho\sigma D}} \right)^{y_2} \right\}} \dots\dots\dots (17)$$

となる。

係数 $C_1/\tau_1' g^{x_1}$ 、 $C_2/\tau_2' g^{y_1}$ 、 ζ_1 、 ζ_2 および指数 x_1 、 x_2 、 y_1 、 y_2 は実験と対照して決定する。

液膜が発生し始める限界流量 q_3 は、回転円盤上を流れる液体の運動量が、表面張力の作用に打勝ち、滴または繊維流の状態に保ち得なかったためであるとして導く。

回転円盤上の液体内の微小体積について、遠心力と粘性力がつりあい、液は円周方向にはほとんどすべらず、半径方向にだけ運動するとする。

円盤周辺での半径方向の平均速度を $\bar{v}$ 、液膜の厚さを δ 、流量を q とすれば

$$\bar{v} = \left(\frac{\rho \omega^2 q^2}{12 \pi^2 \mu R} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (18)$$

$$\delta = \left(\frac{3 \mu q}{2 \pi \rho \omega^2 R^2} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (19)$$

となり、運動量は $2 \pi R (\rho \delta \bar{v}) \bar{v}$ となる (補遺参照)。

これに対して円盤周辺で作用する表面張力による力は $2 \pi R \sigma$ に比例するから、

$$\frac{2 \pi R \rho \delta \bar{v}^2}{2 \pi R \sigma} = \frac{\rho q \bar{v}}{2 \pi R \sigma} \dots\dots\dots (20)$$

が重要な要素となる。(20) 式の無次元数は普通ウェーバー数 (Weber's number, W_e) とよばれるが、液膜の安定や性質を論ずるには、このほか、膜の安定を支配する $\mu / \sqrt{\rho \sigma D}$ という無次元数と、円盤上の流れの性質を支配するレイノルズ数

$$R_e = \bar{v} \delta \rho / \mu = \rho q / 2 \pi R \mu$$

が重要である。

最初ウェーバー数 W_e がある限界値 C を越えたため液膜が発生したとすれば、(20) 式に (18) 式を代入し、 q を q_3 と書いて

$$\frac{\rho q_3 \bar{v}}{R \sigma} = \left(\frac{\rho q_3}{\sigma D} \right) \left(\frac{\rho n^2 q_3^2}{\mu D} \right)^{1/3} = C \dots\dots\dots (21)$$

すなわち

$$q_3 = C D^{4/5} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/5} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{3/5} \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/5} \dots\dots\dots (22)$$

となる。

したがって q_3 は粘度 μ が増せば大きくなることになるが、これは実験結果に反する。

次に、粘度 μ が大きくなれば、 $\bar{v}$ は小さくなって q_3 は増すが、同時に安定数 $\mu / \sqrt{\rho \sigma D}$ が大きくなるので液膜もできやすくなると考え、

$(\rho q_3 \bar{v} / \sigma D) (\mu / \sqrt{\rho \sigma D})^z$ が一定値 C を越えると液膜が発生するとすれば

$$q_3 = C (D)^{4/5} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/5} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{3/5} \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/5} \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \right)^{-z} \dots\dots\dots (23)$$

となる。試みに $z=4/5$ とおけば

$$q_3 = C (D)^{6/5} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/5} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{-3/5} \dots\dots\dots (24)$$

となって、定性的には実験結果を説明できるようになる。ただし回転速度 n の影響が一義的に $-2/5$ 乗と定まって不便である。

最後に円盤上の流れの性質、たとえば層流であるか

乱流であるか、波状流であるかも膜の発生に関係があるとして、レイノルズ数 $R_e = \bar{v} \delta \rho / \mu = \rho q_3 / 2 \pi R \mu$ を導入する。

すなわち、レイノルズ数が低いほど液膜は安定で発生しやすいと考え、 $(\rho q_3 \bar{v} / R \sigma) (\rho q_3 / D \mu)^{-z}$ が一定値 C_3 を越えると液膜が発生するとすれば

$$q_3 = C_3 (D)^{4/5} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/5} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{3/5} \left(\frac{\mu}{\rho} \right) \left(\frac{\rho q_3}{D \mu} \right)^{-z} \dots\dots\dots (25)$$

あるいは

$$q_3^{1-z} = C_3 (D)^{4/5-z} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/5} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{3/5} \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{1/5-z} \dots\dots\dots (26)$$

となる。

この式は以上のような考えによらず、単に q_3 が D, n, σ, ρ, μ の関数であるとして次元解析しても簡単に導かれ、 z をいろいろ変えれば実験結果に合わせられる点で便利である。

試みに $z=2/5$ とおけば

$$q_3 = C_3 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (27)$$

となって、後で述べるように実験値とよく一致する。

結局 (16) 式の q_1 , (17) 式の q_2 , (26) 式の q_3 がそれぞれ滴状分裂に対する最大限界流量、極小ピッチの繊維流の流量、および液膜が発生する最小限界流量を与える。

5. 実験式の誘導

第4節の (16) (17) (26) 式が第2報の実験値と、どの程度に一致するか検討し、同時に未定のまま持越した指数 x, y, z および係数 $C_1 / \tau_1' g^{x_1}$, $C_2 / \tau_2' g^{y_1}$, C_3 を決定するため、まず膜状限界流量 q_3 を考える。

第2報第13図～第14図のように q_3 は動粘性係数 μ / ρ と円盤直径 D によって、粘い液体と粘くない液体とに分けられるが、実験値が正確で、現象が取扱いやすい点から、粘い液体の結果を整理してみる。

たとえば $D=10$ cm の円盤について、 q_3 と回転速度 n の関係を対数方眼紙上でプロットすれば第6図となる。

実験点をなるべく多く通る直線を引くと第1表の結果が得られるが、実験点の信頼性を考えに入れつつ、実験式の使いやすさに重きをおくと、 n に対する指数は $-0.667 = -2/3$ となる。

次に円盤直径 D の影響を、たとえば第7図のように求めると、 q_3 は $D^{0.669}$ に比例することになるから、この指数も $2/3$ とおく。

第6図 回転速度による膜状限界流量の変化

第1表 限界流量 q_s に対する回転速度 n の影響を示す実験式

粘性係数 μ dyn·s/cm ²	実験式
0.407	$q_s = 1213 n^{-0.607}$
1.00	$q_s = 1051 n^{-0.624}$
1.86	$q_s = 1177 n^{-0.678}$
10.0	$q_s = 971 n^{-0.686}$
39.6	$q_s = 873 n^{-0.793}$

また第2報第13図～第14図のように $q_s/(\sigma/\rho)$ と μ/ρ とが、対数方眼紙上で直線となることから指数を決定すると第2表となる。

これから σ/ρ の指数は 1, μ/ρ の指数は $-0.333 = -1/3$ と決定される。

これらの結果を(26)式に代入すれば $z=2/5$ となり、粘り液に対する第2報第1図～第5図の実験点に合うように係数 C_3 を定めると、 $C_3=5.3$ となる。

したがって粘り液体に対して

$$q_s = 5.3 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (28)$$

という結果が得られる。

粘くない液体に対する膜状遷移流量 q_s は、円盤上の流れのすべり (slip) や波を解析しないと明らかににならないが、これは今後の研究にゆずり、次元解析によって実験式だけを求めることとする。

第2報第13図～第14図のように、この場合の q_s は、ほとんど μ/ρ に影響されず、 D, n, σ, ρ だけの関数であることから

$$q_s = C_3' D^{3/2(1-z)} \left(\frac{1}{n} \right)^z \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{(1+z)/2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる。

第7図 円盤直径による膜状限界流量の変化

第2表 $q_s/(\sigma/\rho)$ に対する動粘性係数 μ/ρ の影響

回転速度 n rpm	実験式
1000	$q_s/(\sigma/\rho) = 0.246(\mu/\rho)^{-0.364}$
1500	$q_s/(\sigma/\rho) = 0.199(\mu/\rho)^{-0.354}$
2000	$q_s/(\sigma/\rho) = 0.152(\mu/\rho)^{-0.392}$

q_s に対する回転速度 n の影響は実験結果から、やはり $z=2/3$ であり、実験点に適合する係数 C_3' はほぼ 20 であるから、粘くない液体に対する膜状限界流量は

$$q_s \cong 20 D^{1/2} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{5/6} \quad \dots\dots\dots (30)$$

となる。

(28)式と(30)式といずれを使うかという粘度の限界値は、第2報第13図～第14図からわかるように、円盤直径 D に影響され、回転速度 n にはほとんど無関係であるから

$$D\rho/\mu \cong 30 \text{ cm/s} \quad \dots\dots\dots (31)$$

となり、 μ/ρ が大きく、 D が小さいほど粘り液体として取扱う。

もちろん、この種の値は円盤上の流れのすべりから無次元数が与えられるはずであるが、現在はすべりの表現が明らかでないので、この程度に止めた。

同様に(16)式の滴状分裂時の最大限界流量 q_1 の指数 x_1 は、 q_1 が $(D/n)^{2/3}$ に比例することから、 $x_1=2/3$ となり、指数 x_2 は第2報第1図～第5図および第11図～第12図から $1/3$ となるから、実験値に合うよう $C_1/\tau_1' g^{x_1} = 2.8$ と定めると

$$q_1 = 2.8 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) / \left\{ 1 + 10 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \right)^{1/3} \right\} \quad \dots\dots\dots (32)$$

となる。

参考として粘性の影響を受けない (10) 式を使い, $x_1 = 2/3$, τ_1' を実験値から 0.2 s として (32) 式の q_1 に相当する量を求めると

$$q_1 = 2.24 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \quad \dots\dots\dots (33)$$

となり, (32) 式の適当であることを裏書きしている。

極小ピッチの繊維流れの流量 q_2 は, 全く同様にして

$$q_2 = 8.0 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) / \left\{ 1 + 10 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \right)^{1/3} \right\} \quad \dots\dots\dots (34)$$

で与えられる。

(32) (34) 両式は 流量が少く, 円盤上の液膜も薄い場合であるから, 流れのすべり等の影響を受けない。したがって粘度の大小にかかわらず一般に成立つ。

(28) (30) (32) および (34) 式を使って第2報の第1図～第5図および第11図～第14図の結果を計算し実線で同図中に書込むと (1) (2) (3) のような曲線となり, 実験値とかなり一致する。

ただ, このうち, 粘くない液体の限界流量を与える (30) 式は精度に欠けるところがあるが, すべりという現象がはいり, 実験値も散るので, 現在のところ, この程度の近似でやむを得ないと思われる。

6. 結 論

本報では平面回転円盤の中心に液を注ぎ, 周辺から飛散させる場合に, なぜ滴状, 繊維状, 膜状となるか, その理由を追求した。

(1) 滴状分裂は, 重力場で雨だれの落ちる現象と相似で, 雨だれの落下重量や雨だれ相互間のピッチを与える式中の重力加速度 g の代りに遠心加速度 $R\omega^2$ を使い, 粘性の影響を加味して, 流量が

$$q_1 = 2.8 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) / \left\{ 1 + 10 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \right)^{1/3} \right\} \quad \dots\dots\dots (35)$$

以下の場合に起こることを明らかにした。

(2) 繊維状分裂は, 粘い液が, 回転円盤の周辺から飛び去る液体の切線方向の運動量によって発生する張力によって引張られて, 安定な繊維流れとなるため起る。

この繊維流れは粘くない液体が重力場で管端から落下する時示すじょうず状の不安定な状態に対応し, 粘い

場合には張力によって安定化されることを示している。

(3) 繊維流れが極小ピッチとなって, 均一な繊維状となる流量は

$$q_2 = 8.0 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) / \left\{ 1 + 10 \left(\frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma D}} \right)^{1/3} \right\} \quad \dots\dots\dots (36)$$

で与えられる。

(4) 回転円盤上を流れる液体の運動量がある限度を越えると膜状分裂を起すが, 粘度が大きいほど膜は安定である。いいかえると膜を発生しやすい。 $D\rho/\mu < 30 \text{ cm/s}$ 程度の粘い液体では, 流量が

$$q_3 = 5.3 \left(\frac{D}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right) \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^{1/3} \quad \dots\dots\dots (37)$$

を越えると膜を発生し, $D\rho/\mu > 30 \text{ cm/s}$ 程度の粘くない液体では

$$q_3 \cong 20(D)^{1/2} \left(\frac{1}{n} \right)^{2/3} \left(\frac{\sigma}{\rho} \right)^{5/6} \quad \dots\dots\dots (38)$$

を越えると膜を発生する。

(5) 以上から平面回転円盤によって良好な繊維を作るには, q_2 という流量を採用すれば良く, q_1 以下では粒を発生し, q_3 以上では膜を発生する。膜が発生すると, その膜が破れて, 不均一な繊維を生じる。

終りに本研究は, 文部省科学試験研究費, トヨタ自動車工業会社および日東紡績会社の援助によることをしるして感謝の意を表す。

また実験の一部は広安博之, 福来友康両君および壹岐房彦氏の助力による。

補遺 平面回転円盤上の定常粘性流れの

速度と厚み

第8図のように角速度 ω で回転する平面円盤上の流れが遠心力と粘性力でつりあっている場合を考える。座標を図のように選び, 液体内の微小容積について力のつりあいを考えると, 速度は

$$-\mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \rho r \omega^2 \quad \dots\dots\dots (39)$$

で与えられるから,

第8図 回転平面円盤上の流れ

$$z=0 \quad \text{で} \quad v=0 \dots\dots\dots (40)$$

$$z=h \quad \text{で} \quad \partial v / \partial z = 0 \dots\dots\dots (41)$$

という境界条件を入れて解くと

$$v = \frac{1}{\mu} \left(-\frac{1}{2} \rho \omega^2 r z^2 + \rho \omega^2 r h z \right) \dots\dots\dots (42)$$

となる。一方連続の条件から流量 q は

$$q = 2\pi r \int_0^h v \cdot dz = \frac{2\pi r \rho \omega^2 r h^3}{3\mu} \dots\dots\dots (43)$$

となる。したがって $r=R$ の点での液膜の厚さ $[h]_{r=R} = \delta$ は (43) 式から

$$\delta = \left(\frac{3\mu q}{2\pi \rho \omega^2 R^2} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (44)$$

となり、 $r=R$ での平均速度 $\bar{v}$ は

$$\bar{v} = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta v \cdot dz = \left(\frac{\rho \omega^2 q^2}{12\pi^2 \mu R} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (45)$$

となる。またその点の表面での最大速度 $v_{\max}$ は

$$v_{\max} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 R \delta^2 = \left(\frac{9\rho \omega^2 q^2}{32\pi^2 \mu R} \right)^{1/3} \dots\dots\dots (46)$$

で与えられる。

文 献

- (1) 棚沢, 機械及電気, 7, 11 (昭 17-11), 1133.
- (2) 同上, 8, 1 (昭 18-1), 1.
- (3) 同上, 8, 2 (昭 18-2), 129.
- (4) 同上, 8, 3 (昭 18-3), 247.

寄 書

536.24 : 532.529

気水二相流の熱伝達に及ぼす流動様式の影響*

勝 原 哲 治**

1. 緒 言

さきに筆者は垂直管内の気水二相流の熱伝達の実験結果を報告⁽¹⁾した。そのうちで、水の単相流から出発し空気を吹き込んで行くと、吹き込み量が少いときには熱伝達率は吹き込み量の増加とともに大きくなり、しかも増加する割合は著しいが、ある吹き込み量まで達するとそれ以上ではわずかながら小さくなることが認められており、この現象は流動様式に関係があることも述べられている。このような現象は、すでに他の研究者⁽²⁾により報告されているが、その理由については述べられていない。ここでは、その理由を中心として流動様式と熱伝達との定性的な関係について報告することとする。

2. 実験装置

実験装置については、さきの報告⁽¹⁾にて述べられているので、要点のみを簡単に再記しておくこととする。

実験装置の主要部は、垂直におかれた内径 30 mm, 加熱長 270 mm の銅管であり、その前後を同径の長さ約 1 000 mm および 2 000 mm のガラス管に接続されている。気水混合物はその管内を下から上へ流れ

る。そして銅管の外部は出力約 1 kW の電気炉により加熱されている。銅管の内面の温度やそれにかかる熱負荷、出入口における気水混合物の温度などを測定して熱伝達率を求めた。

銅管内の流動様式は、その下のガラス管の内部を写真撮影してその結果より推定した。撮影された位置は銅管の下端より約 20 cm の位置に選ばれた。

なお、この実験は熱負荷 23 800~25 050 kcal/m²h, 水流量 400~1 940 kg/h, 空気流量 0~2 kg/h のもとで行われた。

3. 実験結果とその考察

(1) 熱伝達比と流動様式 気水二相流の熱伝達率を α_{TP} kcal/m²h°C, 水の単相流の熱伝達率を α_w kcal/m²h°C, 空気の流量を G_d kg/h とし、前章の装置による測定値より熱伝達率比 α_{TP}/α_w と空気流量 G_d との関係を求めると第 1 図のようになる。図に示すように、水流量を一定にして空気流量を大きくして行くと α_{TP}/α_w の値は G_d の小さいときには急激に大きくなるが、あるところで極大値に達する。それ以後は、わずかに小さくなる。これは水の流量の小さいときほど、めいりょうにあらわれる。

上の現象が流動様式といかなる関係にあるかを調べるため、第 1 図のなかに記号した点の流れの状態を写真にうつした。これを第 2 図に示す。この図からみると、気ほうは、ほぼ均一に分布して流れる、いわゆる気ほう流でも、気ほうの数が、ある程度まで多くなる

* 昭和 33 年 9 月 8 日 第 8 回応用力学連合講演会において「垂直上昇管内の気水二相流の熱伝達に及ぼす流動様式の影響について」と題して講演, 原稿受付 昭和 34 年 5 月 1 日。

** 正員, 九州工業大学 (戸畑市中原)