部学生 村上澄男, 村田与市, 森上高行 3 君の卒業実験の一部であることを附記する。

文 献

- (1) 大橋, 機械学会論文集, 24, 147(昭 33-11), 798.
- (2) Chih-Bing Ling, *J. Appl. Mech.*, 19(1952), 141.
- (3) 石田, 機械学会論文集, 19, 87(昭 28-11), 94.

- (4) M.M. Frocht, *Mech. Engng.*, 58(1936), 485.
- (5) H. Neuber, *Kerbspannungslehre* (1937), 6, 37, 50. Julius Springer, Berlin.
- (6) R.B. Heywood, *Designing by Photoelasticity* (1952), 171, Chapman & Hall Ltd.
- (7) M. Kikukawa, *Proc. 3rd Congr. Theoretical and Appl. Mech.* (1957), 59, Bangalore, India.
- (8) 菊川, 第 8 回応用力学連合講演会前刷(昭 33), 97.
- (9) H. Okubo & S. Kikuchi, *J. Appl. Mech.*, 24(1957), 313.

539.433:669.141

重複繰返し応力を受ける炭素鋼の疲れ寿命の計算*

郡 利 矩**, 佐々木茂美**

A Study on the Fatigue Strength of Carbon Steels under Multiple Repeated Stresses

by Toshinori Kōri and Shigemi SASAKI

In this paper, we tried to presume the fatigue strength of carbon steels which subjected to multiple repeated stresses from the results of ordinary fatigue tests.

The new relation is based on the already reported equation derived from the assumption that fatigue is caused by the accumulation of the distortion of atom lattice. We considered the effects of the access ratio of stresses, cycle ratio and carbon content of materials, from the several experimental data.

On the basis of this consideration, we derived an equation expressing the relation between the rotary bending stresses and the number of stress repetitions under multiple repeated stresses on two stress levels.

The values calculated by the equation have been found in good agreement with those obtained from the experiment.

1. 緒 言

変動応力が働く機械や構造物等の疲れ寿命算定の第一段階として, 重複繰返し応力を受ける材料の疲れ寿命を, 普通の疲れ試験の結果から推定することは重要な事であると考えられる。しかしながら変動応力の場合はもちろんのこと重複荷重の場合においてすら, 種々の試みがなされているが, いずれも全く成功しているとは言いかねるように思われる。

筆者はさきに繰返しねじり疲れ試験の場合について

$$\frac{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right)^{1+m} \left(1 - \frac{1}{K^{m(n_1-1)}}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0}\right)^{1+m} \left(\frac{1}{K^{mn_1}} - \frac{1}{K^{m(n_1+n_2-1)}}\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_T - \sigma_2}{\sigma_T - \sigma_0}}} = 1 \dots \dots \dots (1)$$

上式において, σ_1 は一次応力, σ_2 は二次応力, n_1 は一次応力の繰返し数, n_2 は二次応力の繰返し数, σ_0 は疲れ限度, σ_T は真破断力, m は応力と結晶格子間の残留ひずみとの関係を表わす値で, K は硬化係数 ($K > 1$)

重複繰返し応力に対する計算式を示し, それが実験結果と良く一致する事を確かめた⁽¹⁾。更に今回は繰返し回転曲げ疲れ試験の二段重複荷重の場合について検討を加え, その寿命を算定し得る事を明らかにし, 実験値と比較検討した。

2. 実験結果と計算値との比較

疲れ寿命算定の基礎式としては, 筆者の 1 人がさきに導いた応力と繰返し数との関係式⁽¹⁾を用いた。

これを示せば次のごとくである。

* 昭和 33 年 10 月 27 日 東京秋期講演大会において講演, 原稿受付 昭和 34 年 4 月 17 日。

** 正員, 防衛大学校 (横須賀市小原台)。

第1図 材料の S-N 曲線

第2図 二段重複繰返し荷重疲れ試験

第3図 二段重複繰返し荷重疲れ試験

である。

まずこの式による計算値とさきに報告した筆者の実験結果⁽²⁾および河本ら⁽³⁾、川田ら⁽⁴⁾の実験結果と比較検討した。

筆者の実験に用いた試験片は S-10-C(0.07% C) な

らびに S-50-C(0.47% C) の 2 種の機械構造用炭素鋼で、熱処理は行わず直径 19mm のものを機械加工で直径 10mm の平滑丸棒に仕上げたものである。

使用した試験機は 3000 rpm の片持回転曲げ疲れ試験機で、実験結果の S-N 曲線を第1図に示した。

なお図の実線はいずれも $S-N$ 曲線の計算値で (1) 式において $n_2=0$ とおいて得られる式によって計算したものである。

二段重複荷重による実験結果の一例を第 2 図ならびに第 3 図に示した。両図において実線はいずれも上述の $S-N$ 曲線の計算値であり、点線は重複荷重の計算結果であって実験点と計算値とは比較的良く一致している事がわかる。なお重複荷重の計算値は (1) 式の変形である (2) 式によって n_2 を求め、 n_1 との和、すなわち $n=n_1+n_2$ を横軸にとり、縦軸に繰返し応力 σ をとって示したものである。

$$n_2 = \frac{\log \frac{K^{m n_1} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0} \right)^{1+m}}{\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0} \right)^{1+m} - K^{m n_1} \left\{ \sqrt{\frac{\sigma_T - \sigma_2}{\sigma_T - \sigma_0}} - \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right)^{1+m} \left(1 - \frac{1}{K^{m(n_1-1)}} \right) \right\}}}{m \log K} - n_1 + 1 \dots \dots \dots (2)$$

なお第 2 図は S-50-C, 第 3 図は S-10-C によるものでいずれもそれぞれ σ_1 ならびに n_1 を一定とし、 σ_2 を σ_1 の上下の種々の値に変えた場合の結果である。また両図とも一次応力 σ_1 の値は、疲れ限度よりも 1.3, 1.2, 1.1, 1.0 倍高い 4 種類の応力段階に選り、 σ_1 の繰返し数比として $n_1/N_1=1/3, 1/2, 3/4$ 等 3 種類に選んだ場合の結果である。これらの図より、S-10-C の低炭素鋼より S-50-C の高炭素鋼の方が上述の計算結果と実験値とがよく合致している事がわかる。更に材料の炭素含有量を変えた場合の例として河本らの S-55-C⁽³⁾, 川田らの S-25-C⁽⁴⁾ の実験値についても同様に計算を行い、得られた結果の一例を示すと第 4 図のごとくである。

これらの図を更に詳細に観察すると σ_1 と σ_2 とがかなり接近している場合だけは、計算結果より実験点の方がやや大きくなっている事がわかる。これは σ_1

σ_2 応力の接近度合がきわめて近い範囲内の場合のみでもあり (たとえば第 2 図, 第 3 図の (a) (b) (c) (d) および第 4 図の場合には $(\sigma_1 \sim \sigma_2)/\sigma_0 \times 100 = 10\%$ の範囲内であった.), また計算値が安全側にあるため、このまま実用に供するのにはたいしてさしつかえはないものと考えられるが、更に詳細にこれらの傾向を調べてみると次のとおりである。

3. 寿命計算式の検討

加えられた繰返し応力が一次応力 σ_1 から二次応力 σ_2 に変化すると、材料内部の微視的構造変化が原因して、応力のvari方に応じ微視的応力分布が変化すると考えられ、したがって材料内部のすべり線とか微視的割れの発生状態等も異なり、疲れ進行状態が変化すると考えられる。したがってこの事は $\sigma_1 \sigma_2$ 応力の接近度合に関係し、また一次応力の繰返し数比に関係するであろうことはもちろんであるが、同時に材料の炭素含有量にも影響されるものと考ええる事ができる。そこでこれらについて著者⁽²⁾, 河本ら⁽³⁾, 川田ら⁽⁴⁾の実験結果をも含めて検討し、計算値と実験値との関係を求めてみる事にする。

a) 二次応力と総繰返し数の関係 一次応力 σ_1 とその繰返し数比 n_1/N_1 を一定に定め σ_2 を変化させた場合、すなわち σ_1, σ_2 応力の接近の度合と σ_2 を変化させた後の繰返し数 (実験値 n_2') の変化との関係は次に示す (3) 式によって表わされる事が河本ら⁽³⁾, 川田ら⁽⁴⁾および上述の実験結果からわかった。

$$H = 4(1 - e^{-X})e^{-X}, \quad X = 280 \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_0} \right)^2 \dots \dots (3)$$

ただし $H = n_2'/n_{20}$

上式において、 n_{20} は上述の応力が接近した範囲内にみられた実験値 n_2' の最大値であり、 X は応力の接近度合を表わす。

b) 一次応力の繰返し数比と総繰返し数の関係

$\sigma_1 \sigma_2$ を一定に定め n_1 を変化させた場合、すなわち、最初の疲労度の異なった状態のものについての検

第 4 図 二段重複繰返し荷重疲れ試験

第5図 繰返し数比が試験結果に及ぼす影響

討を試みる事にする。σ₁の繰返し数比 n_1/N_1 と n_2' の変化との関係は実験値 n_2' と計算値 n_2 の差から求められる M なる値、すなわち $(n_2' - n_2)/N_2 = M$ から求めれば良いのであるが、計算値 n_2 は σ₁σ₂ 応力が接近している場合には、ひずみエネルギーの和から計算される n_2 と累計繰返し数比の和が1を満足する n_2'' とは近似的に等しいと考えられるので、便宜上

$$\sum n_i/N_i = n_1/N_1 + n_2''/N_2 = 1$$

なる関係式より n_2'' を求め、 $(n_2' - n_2'')/N_2 = M$ とおいて、 M と繰返し数比との関係を著者⁽²⁾、河本ら⁽³⁾、川田ら⁽⁴⁾の実験結果をも含めて、材料の炭素含有量別に求めた結果が第5図ならびに第6図である。これを式にて表わせば(4)式のようなになる。

$$M = A \left(\frac{n_1}{N_1} \right)^{2n^*} \left\{ \left(\frac{n_1}{N_1} \right)^2 - 1 \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし n^* は炭素量によって異なる指数で(6)式によって求められる。なお A は定数であり、 $M_{\max} = 1$ とおいて得られる値である。なお図から M の最大値を示す一次応力の繰返し数比が炭素量によって変化している事がわかるので、座標軸から最大値までの横軸上の距離 (n_1/N_1 の値) を λ とおいて、 λ と炭素量 $C\%$ との関係の求めると第7図が得られる。図より応力を上げた場合も下げた場合も同一であるとみられるの

第6図 繰返し数比が試験結果に及ぼす影響

で次の(5)式によって表わした。なお図の実線は(5)式による計算値を示す。

$$\lambda = 0.8 - 1.87(C - 0.47)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

また曲線の形から

$$\lambda = \sqrt{\frac{n^*}{n^* + 2}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

とおけるから(5)式により λ を求め(6)式により n^* の値を定め λ を表わす n_1/N_1 の値を(4)式に代入し、 A なる定数を定めると、上述の M と繰返し数比 n_1/N_1 の関係が数値的に求められる。

c) 炭素含有量による変化 炭素鋼の炭素含有量の多いものと少ないものでは疲れの進行状態が異なるであろうと考えられるので、 n_1 一定なる場合の炭素含有量の影響について検討してみる事にする。σ₁ ならびに n_1 を一定にし σ₂ を変えて n_2' の値を求めた実験結果⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾ の σ₁ 附近で n_2' の最大を示した n_{20} について、σ₂ を σ₁ より上げた場合と下げた場合とを別々に整理してみると、たとえば第8図ならびに第9図が得られる。図はいずれも横軸に炭素含有量 $C\%$ をとり縦軸に n_{20}/N_2 をとって示した。これによると S_1 または $S_2 = n_{20}/N_2$ とおくと、ほぼ次の(7)、(8)式に従

う変化であると考えられる。

$$S_1 = 3.4(1 + 3.9C + 3.9C^2) \dots\dots\dots (7)$$

$$S_2 = 2.4 - 3C \dots\dots\dots (8)$$

(7) 式が σ_1 より σ_2 を下にとった場合であり第 8 図に相当し、(8) 式が上にとった場合であり第 9 図に相当する。なおおのおのの計算値を実線で図に示した。

4. 重複繰返し応力の疲れ寿命計算式

以上の検討の結果を総合して考えると、二段二重重複繰返し応力を受ける炭素鋼の疲れ寿命計算式は、破壊までの総繰返し数を n として (9) 式で表わされる事が下記の検討の結果わかった。

$$\left. \begin{aligned} n &= n_1 + (\beta + 1)n_2 \\ \beta &= M \cdot H \cdot S_1 \text{ あるいは } S_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

(9) 式において、 M は繰返し数比と炭素含有量とによって定まる値であり、また $H \cdot S_1$ ならびに $H \cdot S_2$ は応力の接近度合と炭素含有量とによってきまる値であり、それらの積が修正係数 β に等しいと仮定して計算を試みたところ筆者の集めた実験結果によくあてはまる事がわかった。

すなわち (9) 式による計算例を示すと次のごとくである。まず筆者の実験結果である S-10-C ならびに S-50-C の場合の計算結果を次に示す。S-10-C の場合には、 H による修正項は (3) 式により σ_2 を与えると求まり、 M により修正は炭素含有量として $C=0.07$ を (5) 式に代入し、 $n^*=2/3$ を定め、 $M_{\max}=1$ において $A=4.48$ を求めると

$$M = 4.48 \left(\frac{n_1}{N_1} \right)^{4/3} \left\{ \left(\frac{n_1}{N_1} \right)^2 - 1 \right\}^2$$

なる修正項が求まる。次に S_1 ならびに S_2 による修正係数は (7) (8) 式により、 $S_1=2.54$ 、 $S_2=2.19$ と定められる。S-50-C の場合も同様に $C=0.47$ として、 $n^*=32/9$ 、

$$M = 9.04 \left(\frac{n_1}{N_1} \right)^{64/9} \left\{ \left(\frac{n_1}{N_1} \right)^2 - 1 \right\}^2$$

$S_1=0.09$ 、 $S_2=0.99$ 等の値を定める。これら (9) 式によって求められた計算結果を一点鎖線で、第 2 図ならびに第 3 図に重ねてプロットしたものは図に示したごとく実験値とかなりの正確さで一致している事が認められた。

また炭素含有量の異なった場合の河本ら⁽³⁾、川田ら⁽⁴⁾の実験値についても第 4 図にみられるごとく計算値とよく合っている事が確かめられた。

なお念のために、 $\sigma_1 \sigma_2$ を一定に定め一次応力の繰返し数 n_1 を種々に変えて破壊までの総繰返し数 n を

第 7 図 最大値を示す繰返し数比と炭素量との関係

第 8 図 炭素含有量が試験結果に及ぼす影響

第 9 図 炭素含有量が試験結果に及ぼす影響

求めた別の実験について、これらの計算を適用したものの一例を、縦軸に n をとり横軸に n_1 をとって、第 10 図ならびに第 11 図に示した。第 10 図は S-50-C の場合で、図の (a) は $\sigma_1 \div 1.2\sigma_0$ より $\sigma_2 \div 1.25\sigma_0$ へと応力を上げた場合であり、(b) は $\sigma_1 \div 1.2\sigma_0$ より $\sigma_2 \div 1.15\sigma_0$ へと下げた場合であるが、この場合にも

(a)

(b)

第 10 図 一次応力の繰返し数が試験結果に及ぼす影響

(a)

(b)

第 11 図 一次応力の繰返し数が試験結果に及ぼす影響

計算値と実験値とがよく一致している事が認められた。なお他の応力位置, すなわち $\sigma_1 \div 1.1\sigma_0$, $1.3\sigma_0$ 等の場合にもよく一致した結果が得られた。第 11 図は S-10-C の場合で, (a) は $\sigma_1 \div 1.2\sigma_0$ より $\sigma_2 \div 1.3\sigma_0$ へと上げた場合で, (b) は $\sigma_1 \div 1.2\sigma_0$ より $\sigma_2 \div 1.1\sigma_0$ へと下げた場合であるが比較的良く一致している。なお他の応力位置の場合にも同様な結果が得られた。以上の諸結果より (9) 式は二段重複荷重が働く場合の炭素鋼の疲れ寿命を表わすものと考え事ができる。

5. 結 論

以上筆者らが導いた計算式によれば, わずかの実験により S-N 曲線が求められ, 二段重複繰返し応力が働く場合の応力と繰返し数との関係を知る事ができる。なおこれを更に一般化して多段重複の場合にも及ぼす事ができると考えられる。

文 献

- (1) 西原, 郡, 機械学会論文集, **22**, 123 (昭 31-11), 839.
- (2) 関戸, 佐々木, 川田, 材料試験, **8**, 73 (昭 34), 787, 793.
- (3) 河本, 伊吹, 材料試験, **5**, 36, (昭 31), 544.
- (4) 川田, 中沢, 材料試験, **6**, 45, (昭 32), 368.

常 温 で 超 音 波 鍛 接

金属の接合といえば, 常に高い温度を必要とすると考えられているが, ソ連の「国民経済の成果」展には常温超音波鍛接装置が何種類も出品されている。この装置を用いれば, アルミニウム, チタン, 銅および非常に溶けにくい金属タンタルさえ室温で容易に鍛接できる。出品されている装置の一つは金属の薄板鍛接用であるが, ふつうの鍛接法では不可能な金属はくの接合もできる。この装置に必要な電力は全部で 0.12kW

鍛接速度は 1 分間 850 mm である。

常温超音波鍛接は, 損耗金属の量を数倍少なくでき, 不良品の割合を非常に小さくする。特に厚さの一樣でない金属の鍛接の場合にいちじるしい。

この新技術は航空機の修理その他に広く利用されるようになろう。

(Советская авиация. 6 сентября, 1959)

(日本科学技術情報センター提供)