620. 171. 5:539. 413. 013. 3:624. 043. 7

両縁に V 形切欠きを有する帯板の純曲げによる光弾性実験*

村 上 裕 則**, 川 辺 敏 雄**

On the Photoelastic Study of a Flat Bar with V Notches
on Both Edges Subjected to Pure Bending

by Yasunori MURAKAMI and Toshio KAWABE

Flat bar specimens of Phenolite with V notches on both edges were subjected to pure bending and the stress concentration factors under various conditions were measured by the photoelastic method. To determine the fringe orders at the base of the notch, several bending moments were applied. The effects of the root radius, the notch angle and the depth of the notch on the magnitudes of stress concentration factor were investigated. Experimental values were compared with Neuber's theoretical values and Nishida's experimental values with a single notch.

The results obtained were as follows :

- (1) As to the effect of the root radius, stress concentration factor decreases steeply until ρ/b is nearly 0.3, and thereafter its diminution becomes rather slow.
- (2) The effect of the variation of the notch angle is little until the notch angle reaches 90° . For the value of the notch angle larger than 90° , the stress concentration factor decreases gradually till it reaches unity.
- (3) With respect to the effect of the depth of the notch, the stress concentration factor has its maximum value when t/b is 0.15 to 0.25.
- (4) In all cases, the experimental values obtained were smaller than Neuber's theoretical ones.

1. 緒 言

機械部品にしばしば現われる切欠きによる応力集中の問題は工学上きわめて重要なことであって、疲れやクリープの問題に関連して従来数多くの研究が行われて来た。応力集中率の算定には Neuber の理論計算式⁽¹⁾があり、実験の面では主として光弾性実験⁽²⁾あるいはひずみ計による実験⁽³⁾、めっき法⁽⁴⁾によるものなどがなされているが、従来の実験結果と Neuber の理論値とを比較すると一般に理論値は実験値に比べてやや高い値を示すものと言われている。Neuber は切欠きを浅いものと深いものとに分けて、浅い切欠きの場合には切欠きの形をだ円形と仮定して応力集中率 α_{fk} の式⁽⁵⁾を与え、深い切欠きの場合には切欠きの形を双曲線と仮定して応力集中率 α_{tk} の式⁽⁶⁾を導いている。そして深さが両者の中間にある場合の応力集中率 α_k は

$$\frac{1}{(\alpha_k - 1)^2} = \frac{1}{(\alpha_{fk} - 1)^2} + \frac{1}{(\alpha_{tk} - 1)^2}$$

* 昭和 34 年 3 月 18 日 関西支部第 204 回講演会において講演、原稿受付 昭和 34 年 7 月 6 日。

** 正員、立命館大学理工学部(京都市北区等持院北町)。

なるいわゆる三角則によって求められるものと仮定している。しかるに一般の実験では円弧と直線とからなる V 形切欠きあるいは U 形切欠きを用いる場合が多く、したがって理論値と実験値との差違は切欠き形状の相違が一原因と考えられる。片側に切欠きを有する帯板の純曲げによる光弾性実験については、切欠きの曲率半径、切欠き角および切欠き深さの影響に関する西田氏の総合的研究⁽⁷⁾がなされており、同氏もこの研究において実験値が Neuber の理論値に比べて低い値を示したことを述べている。

本実験においては両側に V 形切欠きを有する長方形断面のほりに一様な曲げモーメントを与えて、切欠き底の曲率半径、切欠き角および切欠き深さを種々に変えてこれらが応力集中率に及ぼす影響を調べ、更に Neuber の理論計算および片側切欠きの西田氏の実験結果とも比較検討した。

2. 実験方法

2.1 試験片 実験に用いた試験片は厚さ 6 mm のフェノライト板で、試験片の形状は第 1 図に示すごとくである。図において試験片の幅 $2b=20$ mm を一定として切欠き底の曲率半径 ρ 、切欠き角 θ および切

欠き深さ t を種々に変えた。試験片の長さは後の第2図に示す荷重装置において、支点およびアーム取付部が切欠き部のしま次数に影響を及ぼさない程度に大きくし 168 mm とした。試験片の加工は手仕上げによったが、寸法誤差および初応力の防止には特に注意した。すなわちあらかじめ切欠き形状のゲージを作っておき、加工に際してはせっけん水を組やすり上に落しながら局部加熱や圧力を与えないように留意して慎重に仕上げた。仕上げ後の寸法は日本光学製の万能投影器で 20 倍に拡大して精密に測定し、第1表に示すとき測定結果を得た。手仕上げであるから予定仕上寸法からの誤差は避け難く、上下の切欠きにおいても多少の寸法差があるが、最大寸法誤差は約 5% に止っている。加工による縁応力のはいることを防

第1図 試験片の形状

止するために試験片加工後直ちに実験を行なった。

2・2 荷重装置 荷重装置としては一様な曲げモー

第2図 荷重装置

第1表 試験片寸法

試験片番号			1	2	3	4	5	6	7	8
ρ の 種 類	θ=60° t/b=0.25	ρ	∞	1.00	2.05	2.85	4.33	6.80	7.53	—
		2a	15.00	15.00	14.90	14.90	14.49	14.61	14.50	—
		ρ/b	—	0.100	0.204	0.283	0.433	0.682	0.772	—
	θ=60° t/b=0.50	ρ	∞	0.99	1.35	2.00	2.78	3.60	4.94	7.40
		2a	10.05	10.36	10.00	10.04	9.62	9.97	10.24	9.97
		ρ/b	—	0.099	0.135	0.200	0.280	0.360	0.496	0.740
	θ=60° t/b=0.75	ρ	∞	1.09	1.25	1.95	2.93	3.98	4.88	7.50
		2a	5.06	5.03	5.04	5.23	5.05	5.00	5.30	5.06
		ρ/b	—	0.109	0.125	0.195	0.293	0.398	0.488	0.750
θ の 種 類	ρ=1 t/b=0.25	θ	—	29°33′	62°35′	96°19′	120°28′	149°15′	—	—
		2a	15.00	14.68	15.22	14.92	14.98	14.55	—	—
	ρ=1 t/b=0.50	θ	—	30°15′	42°50′	59°00′	90°30′	120°00′	150°00′	—
		2a	10.05	10.13	10.25	10.36	10.00	10.00	10.00	—
	ρ=1 t/b=0.75	θ	—	30°46′	60°00′	85°01′	121°15′	147°35′	—	—
		2a	5.00	5.00	4.63	4.74	5.00	4.19	—	—
t の 種 類	θ=60° ρ/b=0.10	t	0.55	1.52	2.50	3.59	4.86	7.46	—	—
		2a	18.80	16.91	15.00	12.84	10.36	5.03	—	—
		t/b	0.055	0.152	0.250	0.359	0.486	0.746	—	—
	θ=60° ρ/b=0.20	t	0.63	1.58	2.59	3.55	4.83	7.44	—	—
		2a	18.57	16.85	14.90	12.71	10.04	5.23	—	—
		t/b	0.063	0.158	0.259	0.356	0.483	0.744	—	—
	θ=60° ρ/b=0.30	t	0.61	1.59	2.60	3.47	4.54	7.45	—	—
		2a	18.58	16.92	14.90	12.94	9.62	5.05	—	—
		t/b	0.061	0.159	0.260	0.348	0.454	0.745	—	—
	較正試験片	2a	18.85	17.05	15.00	13.02	10.05	5.06	—	—

メントを与えるために、第 2 図の写真に示すごとく、試験片の中心から等距離に支点を設けてその上に試験片をのせ、試験片の両端にはアームを取付けてそれらにおもりをかけるようにくふうした。本実験では支点間の距離は 80 mm、おもりと支点間の距離は 250 mm とした。

2・3 応力集中度の計算法 まず切欠き試験片についてしま写真を撮影し、ついで同一材料から切欠き底間の幅すなわち $2(b-t)$ の幅をもつ平行試験片を作り、これを較正試験片としてしま写真をとった。第 3 図はこの一例で (a)~(d) は種々の条件に対する切欠き試験片のしま写真であり、(e) は較正試験片の写真である。これらの写真をもとにして試験片の横軸に沿ってしま次数の分布曲線を作った。第 4 図はこの一例で $2a=10.05$ mm の較正試験片に曲げモーメント $M=9.17$ kg cm を加えたときのしま写真から得られたしま次数分布曲線を示すもので各点は直線上にのっている。第 5 図は切欠き試験片に対するもので $\theta=60^\circ$, $\rho=0.99$ mm, $t/b=0.50$, $M=9.17$ kg cm の場合の分布曲線である。なお実験の精度を高めるために曲げモーメントの大きさを 4~6 段に変えてしま写真を撮影し、これらの写真の 0 次から各しままでの距離を r , 0 次から切欠き底までの距離を a として、これらの比 r/a としま次数との

関係曲線を作った。これらの例を較正試験片については第 6 図に、切欠き試験片については第 7 図に示してある。図において実線は引張側、点線は圧縮側を示す。第 6 図の較正試験片では引張側と圧縮側との誤差は少ないが、第 7 図の切欠き試験片では曲げモーメントの小さい場合はかなりよく合っているが、曲げモーメントが大きくなると多少誤差が現われている。これらの図において各曲げモーメントに対する曲線と $r/a=1$ の垂直線との交点をもってそれぞれの曲げモーメントに対する切欠き底のしま次数とした。このように第 6 図および第 7 図のごときしま次数分布曲線から求められた引張側および圧縮側の切欠き底におけるしま次数と曲げモーメントとの関係をプロットすれば第 8 図および第 9 図が得られる。図において引張側および圧縮側の各点はほぼ直線上にのり、この両直線の間を通る平均直線を引いてこれより最終的なしま次数を決定した。初応力や縁応力の影響がなければこの平均直線は

第 3 図 光弾性写真

第 4 図 しま次数分布曲線

(較正試験片)

原点を通るはずであり、第 6 図ではこのようになっているが第 7 図の場合にはやや原点からずれている。これは初応力や縁応力の存在したためであり、これらの影響を取除くために平均直線が原点を通るように平行移動して補正した。

応力集中度 α の計算は上記の方法によって求めた切

$\theta=60^\circ$, $\rho=0.99$ mm,
 $t/b=0.50$, $M=9.17$ kg cm

第5図 しま次数分布曲線(切欠き試験片)

第8図 補正曲線(較正試験片)

欠き底のしま次数 n と公称応力 σ との比 n/σ と較正試験片についても同様の方法で求めた最高しま次数 n_0 と曲げ応力 σ_0 との比 n_0/σ_0 とから

$$\alpha = (n/\sigma) / (n_0/\sigma_0)$$

とした⁽⁸⁾。

第6図 較正試験片のしま次数曲線

第7図 切欠き試験片のしま次数曲線

3. 実験結果および考察

3.1 切欠き底の曲率半径 ρ による影響

切欠き角 $\theta=60^\circ$ を一定として ρ/b を 6~7 段階に変え, $t/b=0.25, 0.5$ および 0.75 の三とりの場合について実験を行なった. 実験結果を第2表および第10図に示す. 第10図には比較のため Neuber の理論値をもあわせ示した.

図によれば $\rho/b=0.3$ くらいまでの比較的鋭い切欠きにおいては, 各場合とも α の変化の割合は顕著でごくわずかの ρ の変化が α に著しく影響する. ρ/b が約 0.3 を越えると変化はゆるやかとなり, ρ/b が大となるに従って α は単調に減少して行く傾向にある. 実験値はすべて Neuber の理論値よりも低く現われており, t/b が大きいほどその差は著しい. このことは緒言にも述べたとおり Neuber の理論計算における切欠き形状の仮定と本実験に用いた切欠き形状との相違に原因するものと考えられる. すなわち $t/b=0.25$ の場合には切欠き深さが浅いため切欠き形による影響が少なく, したがって実験値および理論値の差もわずかで

あるが, $t/b=0.75$ の切欠きの深い場合になると切欠き形の影響が著しく現われている。

3.2 切欠き角 θ による影響 切欠き角 θ の影響に関しては $\rho/b=0.1$ を一定とし $t/b=0.25, 0.5$ および 0.75 の三とおりの場合について, θ を $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ および 180° (較正試験片に相当) と 7 段階に変えて実験した。これらの結果は第 3 表および第 11 図に示すごとくである。

切欠き角 θ の応力集中率 α への影響は θ が 0° から 90° までは各場合ともゆるやかに減少しており, θ による影響はほとんど見られない。このような傾向は Neuber の理論値の場合ともよく一致している。そして θ が 90° を越えると θ が増すに従って α は漸次減少し, θ が 120° 以上になるとほとんど直線的に減少していく傾向が見られる。1 項の ρ による影響の場合と同じくこの場合にも実験値はすべて理論値よりも低く現われており, またこの差は t/b の大きいほど著しい。

3.3 切欠き深さ t による影響 切欠き深さ t の影響については切欠き角 $\theta=60^\circ$ 一定として $\rho/b=0.1, 0.2$, および 0.3 の三とおりの場合につき, $t/b=0.05, 0.15, 0.25, 0.35, 0.5$ および 0.75 と 6 段階に変えて実験した。これらの結果を第 4 表および第 12 図に示す。第 12 図の二重丸印, 半黒丸印および黒丸印は

第 2 表 曲率半径による影響

$\theta=60^\circ$ $t/b=0.25$	ρ/b	0.100	0.204	0.283	0.433	0.682	0.772	—
	α	2.41	1.81	1.65	1.41	1.32	1.31	—
$\theta=60^\circ$ $t/b=0.50$	ρ/b	0.099	0.135	0.200	0.280	0.360	0.496	0.740
	α	1.87	1.66	1.53	1.37	1.32	1.28	1.25
$\theta=60^\circ$ $t/b=0.75$	ρ/b	0.109	0.125	0.195	0.293	0.398	0.488	0.750
	α	1.39	1.31	1.23	1.11	1.06	1.07	1.02

第 3 表 切欠き角による影響

$t/b=0.25$ $\rho/b=0.10$	θ	$29^\circ 33'$	$62^\circ 35'$	$96^\circ 19'$	$120^\circ 28'$	$149^\circ 15'$	—
	α	2.36	2.26	2.16	1.92	1.53	—
$t/b=0.50$ $\rho/b=0.10$	θ	$30^\circ 15'$	$42^\circ 50'$	$59^\circ 00'$	$90^\circ 30'$	$120^\circ 00'$	$150^\circ 00'$
	α	2.00	1.99	1.87	1.79	1.54	1.29
$t/b=0.75$ $\rho/b=0.10$	θ	$30^\circ 46'$	$60^\circ 00'$	$85^\circ 01'$	$121^\circ 15'$	$147^\circ 35'$	—
	α	1.50	1.43	1.40	1.31	1.05	—

第 4 表 切欠き深さによる影響

$\theta=60^\circ$ $\rho/b=0.1$	t/b	0.055	0.152	0.250	0.359	0.486	0.746
	α	2.11	2.30	2.41	2.23	1.87	1.39
$\theta=60^\circ$ $\rho/b=0.2$	t/b	0.063	0.158	0.259	0.356	0.483	0.744
	α	1.72	1.80	1.81	1.71	1.53	1.23
$\theta=60^\circ$ $\rho/b=0.3$	t/b	0.061	0.159	0.260	0.348	0.454	0.745
	α	1.65	1.68	1.65	1.58	1.37	1.11

第 9 図 補正曲線 (切欠き試験片)
曲げモーメント M kg cm
 $\theta=60^\circ, \rho=2.0$ mm, $t=5.0$ mm

第 10 図 曲率半径による影響

第 11 図 切欠き角による影響

第 12 図 切欠き深さによる影響

それぞれ $\rho/b=0.1, 0.2$ および 0.3 のものについての実験値であり, 比較のため理論値をもあわせ示した. なお半黒丸印の $\rho/b=0.2$ のものについては西田氏の実験結果をもあわせ示してある.

図においては実験結果の3曲線ともだいたい良く似た傾向を示しており, 図から明らかなように切欠き深さ t の影響は, 曲率半径 ρ によってその値が異なり, だいたい $t/b=0.15\sim0.25$ 附近で最大の応力集中率を示している. すなわち t が大きくなるに従って応力集中率も増加し, $t/b=0.15\sim0.25$ 附近で最大値となり, 更に t が大きくなるとともに応力集中率は反対に減少し, $t=0$ すなわち較正試験片において1となる. 実験値と理論値との差は α の最大値までは大きな開きはないが最大値を過ぎると大きく開いている. このことは西田氏の実験結果もほぼ同様な傾向を示している. これは前述のように t が大きくなるに従って切欠き形の影響が大きく現われて来たものと考えられる. なおこの差は α の最大値を過ぎると ρ/b が小さいとき著しくなり, これは ρ の影響が大きくひびいてきたものと思われる.

4. 結 言

以上の結果により応力集中率への影響についてまとめると次のごとくなる.

1. 曲率半径 ρ の影響については $\rho/b=0.3$ 附近までは α の変化が著しいが, それ以上になるに従って

次第にゆるやかになる.

2. 切欠き角 θ の影響についてはいずれの場合にも 90° まではほとんど変わらずそれ以上になると直線的に減少する.

3. 切欠き深さ t の影響は ρ によって著しく異なり, $t/b=0.15\sim0.25$ 附近で最大値となり, それ以上になると減少する.

4. すべての場合に実験値は理論値より低く現われた. 特に切欠き深さ t が深いほどその差は著しい.

終りにのぞみ終始この実験に協力された森川 久, 佐藤有信の両君に深く感謝する.

文 献

- (1) H. Neuber, *Kerbspannungslehre*(1958), Springer-Verlag.
- (2) M.M. Frocht, *Photoelasticity*, I, II(1957), John Wiley & Sons; E. G. Coker, L. N. G. Filon, *A Treatise on Photoelasticity*, (1957), Cambridge Univ. Press.
- (3) 菊川, 創立 60 周年記念地方第4区 (大阪) 講演会前刷 (昭 33-6).
- (4) H. Okubo & S. Sato, *J. Appl. Mech.*, **22**(1955), 193.
- (5) $\alpha_{fk}=1+2\sqrt{\frac{t}{\rho}}$
- (6) $\alpha_{tk}=\frac{4\frac{a}{\rho}\sqrt{\frac{a}{\rho}}}{3\left\{\sqrt{\frac{a}{\rho}}+\left(\frac{a}{\rho}-1\right)\tan^{-1}\sqrt{\frac{a}{\rho}}\right\}}$
- (7) 西田, 理科学研究所彙報, 3(昭 18), 62; 4(昭 18), 97.
- (8) 大橋, 機械学会論文集, **24**, 147(昭 33-11), 798; 大橋, 第3期通常総会講演会前刷 講演番号 138(昭 34-4-4).

繁栄する西ドイツ経済の石炭危機と石油の将来

西ドイツ経済の繁栄と石炭不況とはきわめて対照的である. 石炭不況に対し西ドイツ政府は燃料用石油に課税して, 石炭の転向を促したが, これによって石炭危機は軽減するとは思われず他方石油精製業の拡張は依然として続くであろう. 1954年の石油製品国内消費は780万トンに急上昇したし, 1965年までには3600万トン近くの2倍に増加することが予想されるからである.

しかし, 主要石油販売業者は, その販売高の急激な増加にかかわらず, 価格競争によって収益は減少し, 特に燃料用石油が赤字である. Esso 社, Shell 社, B. P. 社などいずれもおのおの1900万 D. M., の損失を生じた. これらの会社は前年度はいずれも収益増加したのである.

ただし計画は, 将来の需要に応じて進行しつつあ

り, 1958年初め以来5億6500万 D. M. の社債を発行して, その計画を進めている. かくて1958年の精油能力は1000万以上伸びて約2700万トンに達した. 続く2,3年までには5000万トンあまりに達せしめる予定である.

現在の拡張計画は, 主としてライン河上流および下流に工場設立の予定で, このため二つの油送管が予定され進行中である. この二つは, 最近完成したウイルヘルムスハーベンから, 345kmにおよぶ28 inのラインと, ロッテルダムから目下敷設中の330 kmにおよぶ24 inラインである. ライン川上流では, マルセイユからストラスブルグを通してカールスルーエに至る30 in, 675kmの距離にわたるものが計画されている.

(Petroleum Press Service, 26 [10] 381, 1959)

(日本科学技術情報センター提供)