534.115-13:621.61

共 鳴 サ ー ジ の 研 究*

(第2報, 理論解析)

甲 藤 好 郎**

Some Fundamental Natures of Resonant Surge

(2nd Report, Theoretical Analysis)

by Yoshiro KATTO

The oscillation cycle of the fan duct systems with nonlinear forcing has been determined by a phase plane integration using the equivalent models obtained in the first report and assuming that the instantaneous characteristic of the fan is the same as its static one. Experimental and theoretical results have been found to agree well with each other with respect to the amplitude of oscillation, variation of frequency and the effect of friction of throttle, etc.; then the mechanism, with which the apparent characteristic of fan in surging condition differs from its static characteristic, has been made clear.

Although the fan duct systems chosen were simple ones and the fan pressure rise was only a few inches of water, it seems likely that the fundamental natures of surge found in this investigation would retain their validity to be applied to compressor duct system, i.e. the system in which the pump had a large pressure rise.

1. 緒 言

第1報⁽¹⁾に得た結果により, われわれは, われわれの実験にあらわれたサージの機構を理論的に解析できる場所まで到達した. 本報では, 第1報の第1図(A)の系がサージ系として最も簡単なものであるからこれから始め, 順次(B), (C)の系について理論解析を進める. それは共鳴サージの基本特性を明らかにするのに役立つであろう. なお, あとでずっと必要なので第1図に, 回転数 13 000 rpm の場合の通風機の静特性曲線を示しておく. これは第1報の第3図の結果に, 流量がもっとも少ない領域およびもっとも多い領域

の測定結果が加えられたものである. また横軸は第1報の(1)式によって流量 U_0 ft³/s に変換されている.

2. 第1報の第1図(A)の系

この系の等価回路は第2図(a)に示したものととなる. ここに U は通風機を通過する全流量の瞬間値, $p_f(U)$ は通風機による静圧上昇の瞬間値である. また M_f , M_d および C_d は第1報(8)式で与えられるもので, これに含まれる ξ は第1報の第12図に与えられる. 全流量の瞬間値 U は次式

$$U = U_0 + u \dots\dots\dots (1)$$

によって与えられ, ここに U_0 はダクト出口弁を通して振動系から外部へ出て行く流量, u は振動流量をあらわす. U_0 は第1報でのべたようにダクト出口弁での圧力降下が大きいことから, 時間的に不変とみなすことができる.

通風機による静圧上昇の瞬間値 $p_f(U)$ は, 通風機を流れる全流量の瞬間値 U のみの関数であり, かつその関数は第1図に与えた静特性曲線と同じものであると仮定しよう. つまりサージによる流れの変動があっても, 通風機内では各瞬間ごとに第1図の静特性が成立しているとするわけである.

われわれの振動系, 第2図(a)における圧力の平衡を考えると次式が得られる.

第1図 通風機の静特性曲線(13 000 rpm)

* 昭和34年10月16日 東京秋期講演大会において講演, 原稿受付 昭和34年10月20日.

** 正員, 航空技術研究所(三鷹市新川700).

$$(M_f + M_d) \frac{dU}{dt} = p_f(U) - \frac{1}{C_d} \int u dt \quad \dots\dots (2)$$

これを t で微分し, また (1) 式で U_0 が時間的に一定なることと, $dp_f/dt = (dp_f/dU) \cdot (dU/dt)$ なる関係を使うと上式は次のように書き換えられる.

$$(M_f + M_d) \ddot{u} - \frac{dp_f}{du} \dot{u} + \frac{u}{C_d} = 0 \quad \dots\dots (3)$$

ここに $\ddot{u}$ は d^2u/dt^2 , $\dot{u}$ は du/dt をあらわす. そして (3) 式は容易に次の形に変形される⁽²⁾.

$$\dot{u} = -\frac{1}{C_d} \frac{u}{(M_f - M_d) \frac{d\dot{u}}{du} - \frac{dp_f}{du}} \quad \dots\dots (4)$$

ここで C_d , M_f , M_d の値は既知であり, dp_f/du は第 1 図および (1) 式から u の関数として与えられるから $\dot{u}$ および u をそれぞれ縦軸, 横軸にとった位相平面⁽²⁾上の任意の点 $(\dot{u}, u)$ において解のとりべき傾斜 $d\dot{u}/du$ の値が求められる. そして解が周期解であるという条件を使えば, ここに解が求められる.

本報においては, $L_d = 4$ ft の系が回転数 13 000 rpm の場合, サージ領域におけるいくつかの U_0 の値に対し上の数値計算をおこなった. 位相平面による解法の例として第 3 図に $U_0 = 0.90$ ft³/s の場合を示す.

u の時間 t に関する変化は, 上述の $\dot{u}-u$ の関係よ

第 2 図 振動系の等価回路

り数値計算で容易に求められ, さらに (1) 式の関係から U の時間的な変化が求められる. その結果を, 通風機の静特性曲線と対応させて第 4 図に示す. U_0 の種

第 3 図 位相平面による解
($U_0 = 0.90$ ft³/s の場合)

第 4 図 第 1 報の第 1 図 (A) の系
($L_d = 4$ ft 0 in, 13 000 rpm)
における流量の振動

第 5 図 第 1 報の第 1 図 (A) の系 ($L_d=4\text{ ft } 0\text{ in}$, 13 000 rpm) における
通風機出口の圧力変動 p_f' および ダクト出口の圧力変動 p_d' (理論)

々の値 (第 4 図横軸上にローマ字で示す) に対する各曲線は, それぞれの 1 サイクルの流れの変動をあらわす。C 曲線のみは負流量域を含み, ここでは通風機特性曲線の外そう値を計算に使用したが, 結果に大きな誤差はいっていないと考えられる。

さて, 通風機出口およびダクト出口における圧力変動 p_f' および p_d' は, それぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} p_f' &= p_f(U) - M_f(dU/dt) = p_f(U) - M_f \dot{u} \\ p_d' &= p_f(U) - (M_f + M_d)(dU/dt) \\ &= p_f(U) - (M_f + M_d) \dot{u} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

われわれはすでに, U あるいは u と時間 t との関係を知っているから (5) 式の計算ができ, その結果を第 5 図に示す。実験的には, 第 1 報の第 1 図の f および d の位置における圧力変動を陰極線オシログラフで観察したところ, 第 5 図の理論結果とほぼ相似た形になることが認められた。

この圧力変動の最大振幅の, 平均流量 U_0 に対する変化について理論と実験とを比較した結果を第 6 図 (a) に示す。両者の間に, いくばくかの偏差が認められるが, 一般的傾向は互に一致していることが認められる。

第 5 図に得られた p_f' の変動曲線から, 1 サイクル間の p_f' の平均値を算出するのは容易である。そして種々の U_0 の値に対して得られた結果をつらねると, 第 6 図 (b) の曲線が得られる。同図にはまた, サージ発生下の通風機の圧力上昇の実験値 (これは第 1 報の第 7 図に得られたもの) をも示している。ここでもまた, 理論と実験の一般的傾向が互に一致しており, 同時に, サージ発生下の通風機の特性曲線 [第 6 図 (b)] がその静特性曲線 (第 1 図) から違ったものになる理由も明らかになる。

従来, 圧縮機等の特性曲線が正の傾斜をもつ場合に

第 6 図 第 1 報の第 1 図 (A) の系 ($L_d=4\text{ ft } 0\text{ in}$, 13 000 rpm) における圧力変動の最大振幅,
通風機平均圧力上昇およびサージ振動数

共鳴サージが発生するといわれて来た。そしてこれはたしかに正しいことである。しかし従来の論文において, ここにいう特性曲線が, サージ発生防止下に得られる「静特性」でなければならぬことを明確に指摘したものがなく, 中には特性曲線として第 6 図 (b) に似た

形のものを測定し、これを議論の基礎にしているやにみうけられるものさえある。われわれが本報で使用した、通風機の瞬間特性がその静特性と同じという仮定は、現段階ではいつでも必ずそうなるとは言えないにしても、それでもサージ発生下のみかけ特性曲線が静特性と一般には違ったものになることは相当の確度をもって言い得ることであり、注意が必要と思われる。

第6図(c)は、平均流量の変化に伴う、サージ振動数の変化の理論と実験との比較を示す。流量が変化しても、振動数それ自体の変化は少ないが、その一般傾向が理論、実験とも一致していることがみられる。

なおここで第2図(a)の系の自然振動数は

$$f = 1 / \{ 2\pi \sqrt{(M_f + M_d) C_d} \} = 39.4 \text{ cps}$$

となることを附記しておこう。

3. 第1報の第1図(B)の系

この場合はダクト内にオリフィスを有する。振動様式に対するオリフィスの重要な影響については第1報でのべたが、もちろんオリフィスはこれ以外の影響をもち、中でも重要なのは空気振動に対する抵抗であろう。

本節の振動系は、前節の系の場合より複雑であって、理論と実験との一致が前ほどうまく行くとは期待

第7図 第1報の第1図(B)の系 ($L_d = 4 \text{ ft } 0 \text{ in}$, $L_0 = 2 \text{ ft } 0 \text{ in}$, 13000 rpm) における流量の振動

できない。しかしオリフィスによる抵抗の適当な値を使用することによって近似的な解析が可能で、またこれは少なくともサージングに対する抵抗の影響を定性的に明らかにするのに役立つであろう。

この系に対する等価回路は第2図(b)のようになる。ここでオリフィスの抵抗 $R(U)$ は瞬間流量のみの関数とし、さらに $R(U) = R_0(U_0) + r(u)$ と書きあらわし得るものと仮定する。ここに $R_0(U_0)$ は定常流の流量 U_0 に起因する抵抗、 $r(u)$ は振動流の流量 u に起因する抵抗である。一般的にいて $R_0(U_0)$ と $r(u)$ とは、それぞれ U_0 および u に対して互に異なった関数のものとなろう。

さて、振動系第2図(b)における圧力平衡に対する関係式は、(2)式の右辺に $-[R_0(U_0) + r(u)]$ が附加されたものとなる。そして以下の取扱いは前項と全く同じにして(ここで U_0 は時間に無関係だから $R_0(U_0)$ も時間に無関係)、(4)式に相当して次式を得る。

$$\ddot{u} = -\frac{1}{C_d} \frac{u}{(M_f + M_d)} \frac{du}{du} - \left(\frac{dp_f}{du} - \frac{dr}{du} \right) \dots \dots \dots (6)$$

ここにおいて、粘性摩擦を伴う振動の解析で多くの場合やるように、抵抗 $r(u)$ は流量 u に比例する、つまり $dr/du = \text{定数}$ であらわされると仮定しよう。そうすると、この定数に適当な値を与えることによって、(6)式の数値計算を前項と同様におこなうことができる。

ここでもまた、前項と同じく $L_d = 4 \text{ ft}$ の系で回転数 13000 rpm の場合をとろう。そしてオリフィス位置は $L_0 = 2 \text{ ft}$ の場合で、これに対し $dr/du = 11 \text{ lb} \cdot \text{s} / \text{ft}^5$ を仮定する。そして前項と全く同じ方法によって数値解法をおこない、第7~9図を得る。ここに第7図は流

第8図 第1報の第1図(B)の系 ($L_d = 4 \text{ ft } 0 \text{ in}$, $L_0 = 2 \text{ ft } 0 \text{ in}$, 13000 rpm) における通風機出口の圧力変動 p_f' およびダクト出口の圧力変動 p_d' (理論)

量の振動, 第 8 図は通風機出口およびダクト出口における圧力振動, 第 9 図 (a) は通風機出口およびダクト出口における圧力振動の最大振幅, 第 9 図 (b) は通風機の平均圧力上昇, 第 9 図 (c) はサージ振動数の変化である。なお, 第 9 図 (b) において, ●印であらわされた実験値は第 1 報の第 5 図に示したものと同一のもの, また○印であらわされた実験値は第 9 図 (a), (c) の測定に際しついでに得られたものである。

ここに得られた第 7～9 図を, 前項に取扱った抵抗のない場合の第 4～5 図と比較してみると, サージングに対する抵抗の影響として次のようなことを観察できる。流れの振動の振幅が減少する。圧力振動の模様が, 抵抗なしの場合より簡単になりサイン曲線の形に似て来る。圧力振動の振幅も小さくなり, また通風機のみかけ特性の静特性からの偏奇も減少する。サージングを発生する平均流の流量 U_0 の範囲もわずかに減少し, また流量変化に伴う振動数の変化も, 抵抗なしの場合とはやや違った形になる。

4. 第 1 報の第 1 図 (C) の系

この系について実験は, ダクト出口を大気に開放した形でおこなわれているが, 理論的には第 2 図 (c) に示すような模型を考えるのが便利である。つまり, ダクト出口に, サージによって変動する流量程度の空気量がある中で変化しても圧力が一定に保たれるだけの大きな空気そうをつけ, またこの空気そう内圧力を規定の一定圧力に保つためにそうに弁を設け, 弁の後流にとりつけた真空ポンプで空気をひき出す。この際, 弁を通る空気流量 U_0 はサージングの影響をうけず時間的に一定であるようにしておく。

これに対する等価回路は第 2 図 (c) のようになり, ここに M_f , M_{d1} , M_{d2} および C_d は第 1 報の (10) 式で与えられるものである。そして前と同様な過程をへて, この回路に対して次のような連立微分方程式が得られる。

$$(M_f + M_{d1}) \ddot{u}_1 - \frac{dp_f}{dt} + \frac{dr}{d(u_1 - u_2)} (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + \frac{u_1 - u_2}{C_d} = 0 \quad (7)$$

$$M_{d2} \ddot{u}_2 + \frac{dr}{d(u_1 - u_2)} (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + \frac{u_2 - u_1}{C_d} = 0 \quad (8)$$

ここに r はオリフィスによる振動流に対する抵抗である。しかし第 1 報の第 11 図 (b) に関する説明から明らかなように, M_f, M_{d1} および M_{d2} は $M_f + M_{d1} = M_{d2}$ なる関係を満足するように決定されたものであり, し

たがってこの式の両辺の値を M , つまり $M = M_f + M_{d1} = M_{d2}$ とあらわすことにすれば, (7), (8) 式は次のようになる。

$$M \ddot{u}_1 - \frac{dp_f}{dt} + \frac{dr}{d(u_1 - u_2)} (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + \frac{u_1 - u_2}{C_d} = 0 \quad (7)'$$

$$M \ddot{u}_2 + \frac{dr}{d(u_1 - u_2)} (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + \frac{u_2 - u_1}{C_d} = 0 \quad (8)'$$

さて (7)' 式および (8)' 式を加え合わせると,

$$M \ddot{f} - \frac{dp_f}{dt} = 0 \quad (9)$$

となる。ただし, ここに f は次式によって定義される時間 t の関数である。

$$f(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (10)$$

(9) 式を t について 2 回積分すると

$$M f(t) = \int_0^t p_f dt + Et + H \quad (11)$$

ここに E および H は, それぞれ積分定数である。と

第 9 図 第 1 報の第 1 図 (B) の系 ($L_d = 4$ ft 0 in, $L_0 = 2$ ft 0 in, 13 000 rpm) における圧力変動の最大振幅, 通風機平均圧力上昇およびサージ振動数

ここで、 $u_1(t)$, $u_2(t)$ はサージングの周期 T を周期とする周期関数でなければならぬから、(10) 式より $f(t)$ もまた周期 T を有する周期関数でなければならぬから $f(0)=f(T)$. この関係に (11) 式を代入すると

$$E = -\frac{\int_0^T p_f dt}{T} = -\bar{p}_f$$

ここに $\bar{p}_f$ は、1 サイクル中の p_f の平均値である。これを (11) 式に代入すれば

$$Mf(t) = \int_0^t (p_f - \bar{p}_f) dt + H \dots\dots\dots (12)$$

他方、われわれの振動系が定常振動状態にあるためには、1 サイクル中の u_1 および u_2 の平均 $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$ が零でなければならない。さもないと、第2図(c)に示す空気そう内、またダクト内の空気平均質量が時間の経過とともに変化する。したがって (10) 式より f の平均 $\bar{f}$ も零にならねばならず、ゆえに (12) 式両辺の平均をとれば左辺は零となるから

$$H = -\int_0^t (p_f - \bar{p}_f) dt$$

ここに左辺上部の直線は、この関数の1サイクル中の平均値をとることを意味する。これを (12) 式に代入すると、結局 $f(t)$ は次のようにあらわすことができる。

$$f(t) = \frac{1}{M} \left\{ \int_0^t (p_f - \bar{p}_f) dt - \int_0^t (p_f - \bar{p}_f) dt \right\} \dots\dots\dots (13)$$

次に (7)' 式から (8)' 式を差引くと

$$M\ddot{g} - \frac{dp_f}{dt} + 2\frac{dr}{dg}\dot{g} - 2\frac{g}{C_d} = 0$$

となる。ここに g は次式によって定義される時間の関数である。

$$g(t) = u_1(t) - u_2(t) \dots\dots\dots (14)$$

そして $dp_f/dt = (dp_f/dg)(dg/dt)$ なる関係を使うと上式は次のように書きかえられる。

$$M\ddot{g} - \left(\frac{dp_f}{dg} - 2\frac{dr}{dg} \right) \dot{g} + \frac{g}{\left(\frac{C_d}{2} \right)} = 0 \dots\dots\dots (15)$$

これは (3) 式と同形式の微分方程式 (ただし抵抗の項が含まれているが、これは前第3節で取扱った) であるから、もし p_f と g との関係、および dr/dg の値を知るならば、前と同様に位相平面法によって解を求めることができる。

しかしながら、現在の立場は前の場合より複雑である。したがって次の漸近近似方法をとる。

1) 第1近似として $f(t) \equiv 0$ と仮定する。そうす

ると (10), (14) 式より $g(t)$ の第1近似として $g(t) = 2u_1(t)$ が得られ、これを (15) 式に代入すると

$$M\ddot{u}_1 - \left(\frac{1}{2} \frac{dp_f}{du_1} - \frac{dr}{du_1} \right) \dot{u}_1 + \left(\frac{u_1}{\frac{C_d}{2}} \right) = 0 \dots\dots\dots (16)$$

となる。 p_f は第1図に示すように、 $U_1 (= U_0 + u_1)$ の関数、したがってまた u_1 の関数として与えられているから、前項と同様な方法で (16) 式を解くことができる。そしてその結果、 p_f の時間的変化、すなわち $p_f = p_f(t)$ の第1近似が得られる。

2) このようにして得られた $p_f(t)$ を (13) 式に代入すると、 $f(t)$ の第2近似を得る。そして (10), (14) 両式より $g(t) = 2u_1(t) - f(t)$ なる関係があるから、この右辺に上述のようにして得られた $u_1(t)$ と $f(t)$ を代入すれば $g(t)$ の第2近似が得られる。ここに得られた $g(t)$ は、その導出過程から明らかなように $u_1(t)$ と対応をもち、 u_1 はまた p_f と対応をもつものであるから、結局 $g(t)$, $p_f(t)$ は t をパラメータとして互に対応、すなわち p_f は g の関数となる。ただしこの場合、 p_f と g との対応は一般的にいて1対1の対応をするとはいえない。しかし、もし g の変域を、時間 t とともに増加している領域と、減少している領域との2個の部分にわけると、 p_f と g とが必ず1対1の対応をするようにすることができる。なぜなら、 $g(t)$ は一般に、単調に増加した後単調に減少する関数だからである。これは (15) 式が (3) 式と同形式の微分方程式であること、および (3) 式の形の式について第2, 3節ですでおこなった数値解の結果 (第4, 7図) から、普通の場合そうなることが推定される。このようにして、われわれは p_f と g との関係を見つけることができ、したがって (15) 式を数値的に解くことができ、ここに $p_f = p_f(t)$ の第2近似が求められる (これからまた新しい $u_1 = u_1(t)$ も定まる)。

3) このようにして求められた $p_f(t)$ から、再び前の2) と同じ過程をふんで次々に高次の近似解を得ることができる。

上述の漸近法でなぜ $f(t) \equiv 0$ を第1近似とし、これ

第10図

から出発したかの理由をここに明らかにしておこう。いま第 10 図 (a) に示す簡単な開パイプの振動について、このパイプが左右対称であることを考えると、同図 (b) に示すように半分の長さの一端閉のパイプ 2 個を向かいあわせておくことによって (a) はおきかえられる。そしてこの置きかえたものの等回路は第 10 図 (c) に示すものになる。ここに $u_1(t)$ および $u_2(t)$ の矢印は第 2 図 (c) と同じ方向にとってある。さて、この両回路の振動は互に対称であるから、 $u_1(t)$ および $u_2(t)$ はどの瞬間にも同じ強さで、かつその方向が対称でなければならない。すなわち $u_1(t) = -u_2(t)$ 、これを (10) 式に代入すると $f(t) = 0$ となる。

第 2 図 (c) の場合には、回路に通風機を含み、これはわれわれの系にある種の非対称性を与える。しかしほとんど大部分の共鳴振動はその自然振動の強い支配を受けるものであることを考える時、前述の第 1 近似 $f(t) \equiv 0$ から始めた場合、上述の漸近法によってわれわれの現在の目的に十分な解に到達するまで、それほど手数や時間をとらないだろうことが予測されるのである。

さて、第 1 報の第 4 図に示す実験に対応し、 $L_d = 9\text{ ft } 5\text{ in}$ 、 $L_0 = 2\text{ ft}$ の系に対し、13 000 rpm の回転条件の場合の理論解析をおこなってみよう。ただし、ここではオリフィスの抵抗 $dr/dg = 0$ と仮定する。それは、一つには、オリフィスの位置が前節の場合より、ダクト内の主としてキャパシタンスとして作用する部分の中心にずっと近いこと（したがって振動に対する抵抗が小）、また一つには数値計算を楽にするためである。現在のわれわれの目的にはそれで十分であろう。

この解析においては、 $f(t)$ の影響はたしかに相当に小さいことが判明した。たとえば第 11 図の実線は、 $U_0 = 1.0\text{ ft}^3/\text{s}$ の場合に対し (16) 式から求められた $g(t)$ の第 1 近似の 1 サイクル中の変化を示す。他方、同図の破線は、この $g(t)$ から得られる $f(t)$ の第 2 近似の変化を示す [$f(t)$ の第 1 近似は前述のように

第 11 図 $g(t)$ および $f(t)$

$f(t) \equiv 0$]. 現在のところ、特に詳細な理論解析を目的としているわけではなく、また $f(t)$ の第 2 近似も第 11 図にみられるようにほとんど零に近いものであるゆえ、現在のわれわれの目的には $g(t)$ の第 1 近似の程度ですでに十分に近い。したがって本項では、この見地から、この $g(t)$ の第 1 近似をそのまま使うことにした。

$g(t)$ の時間的変化を求めた後の諸計算は、前々節、前節などの場合と全く同様であって、その結果を第 12 図の実線で示す。同図は通風機出口の平均圧力上昇およびサージ振動数の変化を示すものである。またサージがない場合の通風機の静特性（第 1 図と同じもの）および、ダクト出口が大気開放されている場合のオリフィス特性（第 1 報の第 2 図と同じもの——これは第 1 報第 3 節のはじめに述べたようにサージによつて変化せず）を、それぞれ破線および鎖線で示してある。

理論的には、第 2 図 (c) に示すように、われわれの系は空気そうを有するために、これに設けた弁を調整することにより任意の流量 U_0 で作働させることができる。したがって第 12 図に示すような特性曲線が求められるわけであるが、ダクト出口が大気開放されている場合（われわれの実験条件）、通風機の実働点はサージがない場合 N 点で示され、またサージが発生している時には T 点で示されることになる。一方、通風機の実働点の実験結果は S 点（第 1 報の第 3 図に示したものと同一）に得られている。理論解析の精度から考えてみて、この理論値 (T 点) および実験

第 12 図 第 1 報の第 1 図(C) の系 ($L_d = 9\text{ ft } 5\text{ in}$ 、 $L_0 = 2\text{ ft } 0\text{ in}$ 、13 000 rpm) における通風機平均圧力上昇とサージ振動数

値(S点)がかなりよく一致していることは、偶然的な要素も多分に含まれているように思われる。しかしこの系の場合にも、通風機の作働点がサージングのために変化する理由は明らかになったはずである。

5. 結 論

以上、第1, 2報において、われわれは音響学の知識をそのまま利用するため、サージに対する二次的な影響を除去するために圧縮機や送風機の代りに通風機を採用して研究を進めた。またこの通風機は、サージ発生時の流量変動範囲のほぼ全域にわたって、その特性曲線が容易に求められるものであったし、通風機自体の構造および形状も現象の解析を容易ならしめるものであった。

そしてわれわれは、この通風機について、まずサージングにわずらわされていない状態で示す「静特性曲

線」と、サージ発生時に示す「みかけ特性曲線」とをはっきり区別し、前者を正確に測定、それから通風機-ダクト系のイナータンスやキャパシタンスをできる限り精密に決定した。実験に使用した通風機-ダクト系は第1報の第1図に示すような3種類の形であるが、これらについてサージ発生時の全域にわたり、圧力振動模様、振幅、みかけの特性曲線、振動数等について実験をおこなうとともに、理論解析をおこなって実験とよく合う結果を得た。特に第1報第1図(C)の系の理論解析では連立微分方程式を解かねばならなくなるが、位相平面を利用しつつ漸近的に解を求める方法を考案した。なお、本研究に使用した通風機の回転数はサージ発生時にも安定で変化がなかったもので、これに関する考慮は除外した。

第1, 2報で明らかになった事項をまとめると大要、次のとおりである。

$L_d=4\text{ft } 0\text{in}$, 13000 rpm

第13図 第1報の第1図(A)の系

$L_d=4\text{ft } 0\text{in}$, $L_0=2\text{ft } 0\text{in}$, 13000 rpm

第14図 第1報の第1図(B)の系

(1) 通風機がサージングにわずらわされない場合に示す「静特性曲線」と、サージ発生時に示す「みかけ特性曲線」とは一般に一致しない。特にその系が振動エネルギーを吸収する抵抗をわずかしき含まぬ場合に相違は大きくなり、全くちがった傾向の曲線となる。

(2) 上述の静特性曲線を基礎に解析した理論結果は実験の諸結果とよく合う。なおこの場合、通風機の圧力上昇がサージ発生下においても、各瞬間にその静特性曲線と一致して変化するとした。現段階では、他のすべての場合にこの一致性が近似的にも成立するかどうか断定はできないが、少なくともこういう場合が現実にあることを示しており、また他の場合でもこの一致性が近似的に成り立つ場合が多いのではないかと考えられる。

(3) 特性曲線が正傾斜をとる流量範囲において、平衡流量がその左端あるいは右端附近にあって生ずるサージングでは、サージによる流量変動範囲は、特性曲線の左右の負傾斜の両部分を含むまでにはひろがらない。つまり、左または右の負傾斜部分のみを含む。また振動系の中に、振動エネルギーを吸収する抵抗があり、それが相当に大きい時には、すべてのサージングがほとんど特性曲線の正傾斜の部分のみを含んだ状態で起る。なお、参考までに、本報におけるサージ発生時の通風機の瞬間流量 U に対し、通風機出口の瞬間圧力 p_f' およびダクト出口の瞬間圧力 p_d' の軌跡を描くと第 13, 14 図のようになる。すなわち第 13 図は第 4, 5 図の結果から、また第 14 図は第 7, 8 図の結果から求めたもので、後者は抵抗の存在のために振動が抑制されている。両図とも横軸上に平均流量位置を指示（ローマ字は第 4, 7, 図と同じ）してある。なお、これらの図において、 p_f' の軌跡（実線）は草間、辻氏らがその論文⁽³⁾において「送風機の作働点軌跡」と呼んでおられるものに相当し、また p_d' の軌跡（破線）は、藤井氏がその論文⁽⁴⁾において「作働点の軌跡」と呼ばれたものにほぼ相当する。

(4) ダクト内にオリフィスを有する系では、同じ長さのダクト系でもオリフィスの位置をかえると、一次振動様式あるいは二次振動様式のサージが発生した。両様式によって、系内のキャパシタンスの配置などが全く違ったものになるから、こうした可能性のある系について考える場合は、実験にせよ理論にせよ、よく注意せねばならない。

(5) 従来のサージングの解析においてはオリフィス、弁その他の絞りは、その流量抵抗特性によってサージと関連をもつものと考えられて来たが、条件によってはこの絞る部分のまわりに、主としてキャパシタンスとして働く部分が発生し、その流量抵抗特性がサージに対して一次的な意義を失う場合がある。

(6) またダクト出口弁も、条件によっては、振動系をそこで阻止する（つまり振動系を一端閉のパイプの形にする）作用を有するのみで、その流量抵抗特性が振動になんの関係も有していない場合があり得る。

(7) サージングの振動数は、近似的にその系の固有振動数にほぼ等しく、通風機特性曲線の影響はほとんどうけないようである。

(8) 本研究においては、ダクト内の主としてキャパシタンスとして作用する部分をわずかに大気と連絡することを許したところ、常にサージングの発生が完全に防止された。定量的な測定はおこなっていないが、この部分から漏えいする流量は、全流量に比べてきわめて少量であったから、応用的価値もありそうに思われる。

(9) 本研究の理論解析に使用した等価模型では、第 1 報の第 11 図にみられるようにダクト内のイナータンスとキャパシタンスの分布が重なり合っている部分がある。サージの解析において、天下りにイナータンス部分、キャパシタンス部分を完全に分離した形で想定してしまうと、かなりの誤差を伴う場合もあり得ると考えられる。

だいたい、以上のごとくであるが、本報では平均流について圧縮性を考慮する必要がない程度の低圧系をとり扱っている。したがって、平均流に圧縮性を考えねばならぬ時に、その結果が適用されるか否か疑問が生ずるが、これらの場合にも第 1 報の緒言で述べた H. Pearson ら⁽⁵⁾ のようにして圧縮性気体についてのキャパシタンスやイナータンス等が決定され、それは本報の場合とほとんど同じ形になるから、大きな変化はないと考えられる。ただ、多段圧縮機などで、各段ごとにキャパシタンスを考慮せねばならぬ場合があったとすれば、この場合には瞬間流量が各段ごとに相違するためサージは非常に複雑な様相を呈する可能性がある。しかしこうした場合にもそこに現われる諸現象を検討分析する上に、本報の諸結果は役立つであろう。

終りにあたり、実験装置に関し種々お世話いただいた A. G. Smith 教授（当時、Imperial College, University of London；現在、College of Aeronautics）および本研究に御援助いただいた航空技術研究所 山内部長に厚く御礼申上げる次第である。

文 献

- (1) 甲藤，本論文集 256 ページ。
- (2) 機械学会，機械工学便覧，（昭 26 年版），3-90。
- (3) 草間，辻，押田，機械学会論文集，22，117（昭 31-5），360。
- (4) 藤井，機械学会論文集，13，44（昭 22-5），185，192。
- (5) H. Pearson & T. Bowmer, *Aeron. Quarterly*, 1 (1949), 195.