539. 4. 013. 3 : 624. 059. 32 : 620. 171. 5

補 強 材 を 持 つ 板 の 応 力*

(第 1 報, 中央に補強材, 両側に切欠きを持つ板の引張り)

島 田 平 八**

Stresses in the Reinforced Bars

(1st Report, Photoelastic Investigation of Stresses Caused
by Notches in the Composite Models)

by Heihachi SHIMADA

Composite models can be made of epoxy resin and metal stringer by Araldite adhesive bonding with few initial bonding stresses, and having semi-circular or V-notches on both sides. These models are experimented with simple polariscope under tension, and it is explained that K/K_0 is equal to P_r/P at $\gamma \leq 0.6$, and P_r/P can be calculated by brief calculation of the elementary theory.

1. は じ め に

中央に異なった材料を補強材として持つ帯板は、一種のサンドイッチであるが、最近接着剤の進歩により、金属同志および金属と樹脂、木材その他のものとの接着も可能となり、実用の域にまで達し航空機その他の構造物にもしばしば用いられるようになってきた。接着による構造物の応力分布の研究^{(1)~(4)}は最近活発に行なわれるようになってきたが、金属材料を熱膨脹係数の異なる樹脂に接着して光弾性実験により行なう研究は、常温硬化の良好な接着剤の発見まで行なわれなかったが、C. Mylonas, D. C. Crucker, J. D'Agostino, C. K. Liu⁽⁵⁾⁽⁶⁾等により光弾性実験に適用された。著者は同様の接着剤を使用して、エポキシ樹脂製の試験片の中央に金属を接着し、その両側に対称な切欠きをもつ帯板の引張りによる応力分布を光弾性実験により調べ、中央の補強材がいかに応力分布に影響を及ぼすかを調べ、その結果、原材と補強材との引張荷重の分配率より、応力集中率が種々の切欠きの形状について、補強材なしの同じ切欠きの既知の値よりある範囲において一義的に決まることを明らかにした。

2. 実 験 に つ い て

実験は第 1 図に示すような試験片を用いた。斜線の部分は金属で、その他は KT-102 (理化学研究所製) を

使用した。詳細の寸法は第 1 表に示すとおりで、半円切欠き付きの試験片は、おのおの順次に $r/b = \lambda = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$ まで変え、V 形切欠き付き試験片はおのおの $r/b = \lambda = 0.4 \sim 0.8$ まで深くして実験した。接着剤としては Ciba 社の Araldite Type 121 を使用した。これは接着の場合、接着物と被接着物との熱膨脹係数が異なるため接着剤として常温硬化のものをを用いる必要があった。すなわちエポキシ樹脂 (KT-102) の熱膨脹係数は $20^\circ \sim 70^\circ$, $70^\circ \sim 100^\circ$, $110^\circ \sim 130^\circ$ でそれぞれ異なる特殊な変化をする。この接着開始より接着完了時まで約 14 時間はだいたい実験時の温度 (20°C 以上のある温度) と一定にしておかなければ熱による応力はいった。この接着剤でだいたい良好な接着ができた。第 4 図(a) はその等色線図である。

荷重方法は第 2 図 (I), (II), (III) に示すもので、(I) 形は支持端のひずみを一定にして引張るようにしたもの、II 形は樹脂部に直接引張力の作用するよう

第 1 図 試験片の形状

* 昭和 31 年 10 月 6 日 仙台地方講演会において講演、
原稿受付 昭和 34 年 10 月 5 日。

** 正員、東北大学工学部 (仙台市桜小路)。

第 1 表

試験片番号	h mm	$2b$ mm	t mm	d mm	補 強 材 料	E_d kg/mm ²	E_r kg/mm ²	ρ mm	荷 重 形	P_r/P
1	5.835	19.50	1.175		ジュラルミン	7 000	300		I II III	0.401
2	5.830	20.01	1.175		ジュラルミン	7 000	300		I II III	0.407
3	5.835	20.00	2.000		銅	12 500	300		I II	0.178
4	5.830	20.00	2.000		銅	12 500	300		I II	0.178
5	5.835	20.00	1.175	2.50	ジュラルミン	7 000	300		I II III	0.630
6	5.830	20.01	1.175	2.50	ジュラルミン	7 000	300		I II III	0.630
7	5.825	20.00	3.000		銅	12 500	300		I II	0.120
8	5.825	20.00	3.000		銅	12 500	300		I II	0.120
9	5.700	20.01	1.180		ジュラルミン	7 000	300	5	I II III	0.406
10	5.700	20.00	1.180		ジュラルミン	7 000	300	5	I II III	0.406

第2図 荷重方法3種

にしたもの、III形は補強材のみを引張るようにしたので、この3種の荷重条件で実験したが、ここでは主としてI形の場合について報告する。引張力を加えた各試験片は平面光弾性装置で撮影した。荷重端の影響が切欠き付近まで及ばないような十分な長さを選った。荷重端の応力のしま模様を示したのが第3図の写真である。第4図(b)は等色線図の一部を示したものである。

3. 実験結果

等色線図より求めた実験結果を次に記す。等色線図より応力分布を求めるさい、しま模様写真法の他に、この実験の場合は一般にしま数が少ないので、Tardyの方法を併用して精度を期した。

3.1 応力分布 半円周上の周辺応力 σ を σ_n で割った値で示したのが第5図である。図中の点線は補強材なしの両側半円切欠き付き帯板の $\lambda=r/b=0.4$ のときの半円周上の応力値である。補強材つきの場合には無い場合より値が小さく、だいたい似た曲線であることがわかる。ここに $\sigma_n=P/2bh$ 、第6図はV形切欠きの切欠き周上の応力値を図示したもので、切欠き底部を合わせて深さの異なる場合を重ねて図示したものであ

る。図中の点線は補強材なしのそれぞれのV形切欠きの応力値を示している。既知の値が見出せなかったので光弾性実験により求めた値である。そのしま写真を第4図(c)に示してある。補強材つきの $\lambda=0.8$ の場合には異なった傾向を持っていることが、切欠き底部において認められる。これは第5図の場合の $\lambda=0.7$ においても認められたことであるが、切欠き底部にきわめて接近すると低い値になることで、これは補強材の高弾性率の影響が深い切欠きの場合、局部的に関係していることを示している。次に荷重の分配の割合と切欠き周上の応力分布との関係を確認するため、応力集中率 K を調べた。

3.2 応力集中率 K 両側半円切欠き付き帯板のI形荷重による応力集中率 K を図示したのが第7図の実線である。ここに $K=\frac{\sigma_m}{P/h(2b-2r)}$ 、 σ_m は半円周上の最大応力値、横軸に λ をとってあるが、似た曲線になっている。ここで切欠きによる影響を省いて補強材の影響のみを考えるために、 K/K_0 を図示したのが、第8図である。ここに K_0 は補強材なしの同じ切欠き付きの応力集中率である。補強材の幅 t が変わると、横軸が λ では比べられないので、 $\gamma=r/(b-t/2)$ を採って K/K_0 を図示したものである。これよりわかることは試験片の形が同じで荷重方法が一定ならば、 $\gamma \leq 0.6$ の範囲で一定値になっている。ここに採用した K_0 の値は文献にあるように多数の研究結果^{(7)~(11)}が出ているので、著者の光弾性実験結果を採った。

荷重方法I形の場合は荷重端の変位が樹脂部と補強材部と同じであるので、不静定問題として荷重の分配率は次式で与えられる。

$$\frac{P_r}{P} = \frac{E_r(2b-t)}{E_d \cdot t + E_r(2b-t)}$$

ここに P は全荷重、 P_r は樹脂部の受持つ荷重、 E_r は樹脂部の弾性率、 E_d は補強材の弾性率である。試験片No.1の場合は $P_r/P=0.401$ 、No.7の場合は P_r/P

I 形

II 形

III 形

第 3 図 荷重端の等色線図

(a) 荷重前の等色線図

(b) 半円切欠き付き等色線図
 $\lambda = 0.7$

補強なし

補強あり

(c) V形切欠きの等色線図

第 4 図

第 5 図 半円切欠き周上の応力分布

第 6 図 V形切欠き周辺上の応力分布

第7図 半円切欠き付き板の応力集中率

第8図

$=0.120$ となり、実験値 K/K_0 にほぼ一致する(第1表参照)。このことより中央に補強材を持つ帯板の両側半円切欠きの引張りによる応力分布は、 $\gamma \leq 0.6$ の範囲で原材の荷重の分配さえわかれば、同じ切欠きを持つ補強材なしの帯板の応力よりわかる結果が得られた。また半円切欠きの応力集中率より荷重の分配率を推定できる。 $\gamma > 0.6$ の範囲では補強材の高い弾性率のために、局部的に変位が小さくなり、したがってそれに接着している近くの樹脂の応力が低くなってかかる結果になるのであって、図中点線で示した極限の値のうち、 $\gamma=1.0$ の値は樹脂部がきわめて薄くなれば、補強材のみとして計算した変位に樹脂部の変位が等しいと考えられるので、応力は弾性率の比になるとして計算した K の値を、それに対応する K_0 の値で割った値である。また $\gamma=0$ の値は樹脂部に作用する荷重のみを考えに入れればよいので、当然荷重の分配率に等しいと考えられる。

V形切欠きについても同様の整理を行なった結果、

第9図

類似の結果が得られた。すなわち中央に補強材を持つV形切欠きのI形による引張荷重の応力集中率 K を λ および γ に対して採って図示したのが第9図で、 K_0 は補強材なしのV形切欠きの応力集中率で著者の光弾性実験値である。この図で γ に対する K/K_0 の値を見ると、半円切欠き付きの場合と同様に $\gamma \leq 0.6$ の範囲において一定値になり、 P_r/P の値にほぼ一致する結果になった。点線は半円切欠きのときと同じようにして求めた値を示したものである。

II形の荷重の場合はI形の荷重方法より高い値になり、もちろん P_r/P には一致しない。またIII形の荷重の場合はI形の荷重方法より低い値になり、これも P_r/P には一致しないことは当然である。第7図の破線、鎖線がそれぞれII形、III形の荷重方法の値を示している。

4. おわりに

光弾性材料の樹脂板の中央に金属を接着した模型を少ない初応力で作り、その板の両側に等しい半円切欠きおよびV形切欠きを有する場合について引張りによる実験を行ない、おのおのの応力分布を求め、補強材の応力分布に及ぼす影響を明らかにし、樹脂部の引張荷重の分配率 P_r/P がわかれば $\gamma \leq 0.6$ の範囲において補強材なしの同形板の応力値より算出し得ることがわかった。なお、この方法で異種材料による各種の補強された板の応力分布を二次元的に調べ得ることがわかった。

最後に終始御激励を賜った樋口盛一名誉教授、沼知福三郎教授、玉手統教授に感謝の意を表す。

文 献

- (1) 河田, 科学研究所報告, **30**, 5 (昭 29-9), 271; **31**, 2 (昭 30-3), 96; **31**, 4 (昭 30-7), 310.
- (2) G. Gerard & R. Papirno, *J. Aeron. Sci.*, **21** (1954), 851.
- (3) A.J. Durelli & C.H. Tsao, *J. Appl. Mech.*, **22**, (1955), 190.
- (4) J.B. Mantle, *Proc. Exp. Stress Anal.*, **11**, 2(1954), 161.
- (5) J. D'Agostino, D.C. Drucker, C.K. Liu & C. Mylonas, *Proc. Exp. Stress Anal.*, **12**, 2(1955), 123.
- (6) C. Mylonas, *Proc. Exp. Stress Anal.*, **12**, 2(1955), 129.
- (7) 石田, 機械学会論文集, **19**, 83 (昭 28-7), 5.
- (8) C.B. Ling, *J. Appl. Mech.*, **14**, 4 (1947), A-275; 機械学会誌, **52**, 363 (昭 24-3), 67 ページ文献紹介参照.
- (9) M.M. Frocht, R. Guernsey, Jr. & D. Landsberg, *J. Appl. Mech.*, **19** (1952), 124.
- (10) H. Neuber, *Ing.-Arch.*, **6** (1935), 325.
- (11) H. Neuber, *Kerbspannungslehre*, (1937), 35/37, Verlag von Julius Springer.
- (12) S. Timoshenko, *Strength of Materials*, part 1, third edition (1955), 22, D. Van. Nostrand Lt. Co., New York.

539. 4. 013. 3 : 624. 059. 32 : 620. 171. 5

補 強 材 を 持 つ 板 の 応 力*

(第 2 報, 補強された 1 円孔を持つ板の引張り)

島 田 平 八**

Stresses in the Reinforced Bars

(2nd Report, Photoelastic Investigation of Stresses in the Bars with Reinforced Holes under Tension)

by Heihachi SHIMADA

This paper reports stress distributions in epoxy resin bars with reinforced circular holes under tension. The holes were reinforced by bonding aluminum rings to the bars inside the holes. The stress distributions were determined photoelastically. Various proportions of circular reinforcements and different widths of bars were investigated under pure tension. Stress distributions were determined in the epoxy resin part of the bar, and the maximum shear stresses were given special attention. The relation between the maximum shear stress and the width of the bar was determined, and the ranges for which the theoretical solution for an infinite bar approximates that for a finite bar were defined.

1. は じ め に

円孔を有する板の穴のまわりに応力の集中が起り, 弱くなることは周知のことであるが, それをさける一方法として, 古くより円孔周辺を補強することが行なわれており, それに対する理論的, 実験的研究も数多くなされてきた. 理論的研究としては Timoshenko⁽¹⁾ の古典的な近似解より, Sabin⁽⁹⁾ の一般解に至るまで, 妹沢⁽⁵⁾, 太田⁽⁶⁾ の計算を含めて, 無限板については多くの研究^{(2)~(4)} があり, なされつくした観があるが, 有限幅の帯板の場合はほとんど解かれておらない. 実験的研究⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽¹¹⁾ としては, 妹沢, 久保⁽⁸⁾ のゼラチン膜の実験, Heller のひずみ計によるコーミングシ

た穴の実験, Levy, McPerson, Smith⁽¹⁰⁾ のひずみ計による小さい孔 (板幅を無視し得る程度) のリベット補強の実験, Mantle⁽¹²⁾ の光弾性による片面補強の実験があるが, 接着による弾性率の異なる補強材を円孔周辺にほどこしたものは, 近時合成樹脂の発達により注目されるようになったが, 実験研究はなされておらないので, 接着法により, 補強された 1 円孔を持つ板 (特に板幅を問題にしたもの) を光弾性実験により調べ, その応力分布を明らかにし, 補強材の幅と板幅, および円孔の大きいさとの応力に及ぼす関係を明らかにし, 無限板の値の適用範囲を示した.

2. 実験について

試験片は第 1 図に示すように, 斜線の部分がジュラルミンで, 他は KT-102 を用い接着にはアラルダイト

* 昭和 33 年 4 月 2 日 第 35 期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 34 年 10 月 24 日.

** 正員, 東北大学工学部 (仙台市桜小路).