て発生する $1/2$ 次分数調波, “和差調波” の振動に関して以下のように結論しうる.

(1) 旋回運動様式の $1/2$ 次分数調波振動の共振曲線の形は定性的には 1 自由度の往復振動の場合の $1/2$ 次分数調波振動のそれと同じである.

(2) hard spring 形のばね特性なら hard spring 形の共振曲線となるとは限らない. またたとえばね特性が同じであっても, 共振する自然振動が $p_{1,2,3,4}$ のうちのいずれであるかにより, 共振曲線があるピークでは hard spring 形, あるピークでは soft spring 形となる場合が生じうる.

(3) 減衰係数が非線形項の二乗項の係数に比べてあまり大きいと $1/2$ 次分数調波振動は発生し得ない.

(4) “和差調波” 振動において生ずる二つの振動(振動数 p_m, p_n) がともに前向き才差運動か, ともに後向き才差運動であれば和形のみが発生可能であり, 一方が前向き, 他方が後向き才差運動の場合には差形のみが発生しうる.

(5) 二つの振動の振動数 ω_m, ω_n は $|\omega_m \pm \omega_n|$

$=\omega$ の関係のみからは決められず, これらは振幅と同様運動方程式から決まってくる量となる.

(6) “和差調波” 振動の共振曲線の式の形式は定性的には 1 自由度系の往復振動の $1/2$ 次分数調波振動の共振曲線の形と同じである.

なお“和差調波”の共振曲線の式に関しては比較的簡単な場合を取扱ったのであるが, 一般の場合は非常に複雑な式となり, このような場合は式による表示よりは実験による共振曲線の表示⁽⁶⁾の方がより直接的であると考えられる.

文 献

- (1) 山本, 機械学会論文集, **21**, 111 (昭 30-11), 87.
- (2) 山本, 機械学会論文集, **22**, 115 (昭 31-3), 172.
- (3) 山本, 第 36 期通常総会講演会 前副集, No. 5, (昭 34-4), 67.
- (4) 山本, 機械学会論文集, **22**, 123, (昭 31-11), 868.
- (5) 下山, 山本, 機械学会論文集, **20**, 91 (昭 29-3), 215.
- (6) たとえば西野, 応用力学, **3**, 18 (昭 25), 121.
- (7) T. Yamamoto, *Memoirs of the Faculty of Engineering, Nagoya University*, **9**, 1 (1957), 69.

621.733.544-752 : 534.13 : 531.66

打撃鍛造用ハンマの基礎の振動式について*

沢 潟 作 雄**

Vibration Formulae on the Foundation of Hammer-Forging Machine

by Sakuo OMODAKA

For convenience' sake of designing the foundation and mounting of Hammer-Forging Machine, I have introduced the vibration formulae based on impact force, in case its shape is rectangular and saw teeth.

These formulae would solve the problem more accurately for actual phenomena* than usual formulae which are introduced by the percussion theory on semi-rigid body.

By strict consideration of physical meaning, some of these formulae are solved by conventional treatment and contain some approximate solution. But I have found that the result of the foundation and mounting practically designed for the 1/2 ton Steam Hammer and 1 ton one by these formulae and the various data, I have reported, are more similar to actual phenomena.

I think, these formulae are convenient for service and also valuable for practical design.

1. 緒 言

防振を考慮した打撃鍛造用ハンマの基礎を設計し,

* 昭和 34 年 9 月 26 日 関西支部第 205 回講演会において講演, 原稿受付 昭和 34 年 10 月 2 日.

** 正員, 日本国有鉄道大阪鉄道機器製作監督事務所 (大阪市北区大深町).

ハンマのすえ付けを計画する場合, これに使用すべき計算式が必要であるが, この計算式も誘導の基本条件によって異なるのは当然である. この基本条件は多くの項目から構成されるが, そのうちの一つに, 工業的実用上あまり複雑なものであってはならないという制限がある.

また、現象に、より忠実な解法を求めるために、設計の計算式を、従来のように半剛体の衝突理論をもととせず、打撃時の衝撃力を基礎とする* なら当然この入力波形、大きさ、その作用時間などを考慮せねばならない。入力波形など上記制限の諸条件を併考する場合は、打撃鍛造用ハンマの基礎の設計やすえ付け計画に使用すべき力学的な理論式も限られたものとなる。

入力波形も各種のものが想定されるが、実際に工業上使用し得るものとしては前に報告したように、第1図に示す鉛の場合のこの歯状波形と、鋼の場合の方形波形とのみとみなされる⁽¹⁾。ゆえに、上記の条件を考慮に入れて、次記の仮定の下に、入力波形がこの歯状波形の場合と方形波形の場合について、純理論的な基礎の設計に便利のような便法解など基礎の振動式を数種求めた。これらの計算式と前に報告した諸数値⁽¹⁾、諸条件⁽²⁾などを用いて第2図に示すような構想の1/2トンおよび1トン蒸気ハンマの基礎を設計し、実用した結果**は防振、鍛造効果、従来あまり考慮されなかった保守の面などの諸点も予定したとおりで非常に良好であり、これらの考察および誘導式が正しく、単に力学的数式の解というより工業的に実用上価値があると思われるのでこれについて報告する。

(a) 鋼の場合の入力波形

(b) 鉛の場合の入力波形

第1図 入力波形の記録

* この理論が現象に、より忠実な実験的説明は別途報告の予定である。

** この新設計の基礎およびすえ付けについては別途報告の予定である。

なお、この種の考察の参考のために基礎の振動式のみでなく、金敷の振動式についても併記する。

2. ハンマ基礎の(設計に関する)力学的機構

ハンマの金敷および基礎に作用する力、ならびに金敷や基礎の振動に関する力学的機構は簡単のために第3図のようにみなす。すなわち、無限大の剛体基礎の上にばね $\textcircled{K}$ (ばね定数 $K \text{ kg/cm}$)とダンパ $\textcircled{C}$ (減衰係数 $C \text{ kg/cm/s}$)に支持された基礎 $\textcircled{M}$ (重量 $W = Mg \text{ kg}$)がある(これは土地の動的特性を $\textcircled{K}$ と $\textcircled{C}$ におきかえたものである)。この基礎上にばね $\textcircled{k}$ (ばね定数 $k \text{ kg/cm}$)とダンパ $\textcircled{c}$ (減衰係数 $c \text{ kg/cm/s}$)によって支持された金敷 $\textcircled{m}$ (重量 $w = mg \text{ kg}$)が設備されている。この $\textcircled{m}$ 上に被加工物 $\textcircled{E}$ を置き、ハンマ頭 $\textcircled{m_0}$ が

第2図 蒸気ハンマの基礎およびすえつけの構想図

第3図 ハンマ基礎の力学的機構図

h cm の高さより落下して v_i cm/s の初速度で ㊦ に接し、打撃自由鍛造を行なうものとする。㊦ が打撃により変形する場合、その変形抵抗力は時間の関数として $F(t)$ kg で示されるものとする。

金敷 ㊦ に加わる力はこの被加工物 ㊦ の変形抵抗力 $F(t)$ に等しいとする。

このような機構において、なお次の仮定を設けておく。すなわち、金敷 ㊦ および基礎 ㊦ は上下にのみ振動し、左右前後の動揺は省略し得られるものとする。被加工物の質量は無視し得られるものとする。ばねの相当質量はそれぞれ金敷および基礎に付加して考慮され、ばね自体は無質量であるとする。また、振動中に金敷重量の変化を考慮することの条件などをとり入れると、数学的には解を得られるが、あまり複雑で実用式とならないから、金敷重量は不変とみなしておく。

$x(t)$, $X(t)$ をもってハンマ頭 (㊦) が被加工物 ㊦ に接触した時を基準として考察した金敷および基礎の時間 t における変位を表わすものとする。

3. 金敷の振動

金敷の振動は、第3図のような機構で考察すれば、当然基礎との連成振動として考えねばならないが、金敷の変位と基礎の変位とでは事実上その大きさに十分差異があるから、かかる場合の振幅に関しては計算式を簡単にするために、基礎自体は不動とみなして金敷の振動を求める。

3.1 入力波形が方形波形の場合 これは変形抵抗力が第4図のような波形をして、第3図の ㊦ が固定とみなされる場合、すなわち第5図のような機構で作用するときの ㊦ の考察である。ゆえに、金敷 ㊦ の運動方程式は(1)式である。

$$m\ddot{x}(t) = F(t) - kx(t) - c\dot{x}(t) \quad \cdots \cdots (1)$$

(1) 式の両辺にラプラス変換を適用して(2)式の条件を代入すると(3)式となる。

ただし、 $L\{x(t)\} = x(s)$ とする。

第4図 入力波形が方形波形のもの

第5図 金敷の振動機構図

第6図 入力波形がのこ歯状波形のもの

$$\left. \begin{aligned} x(0) &= \dot{x}(0) = 0 \\ F(t) &= F_0, \quad t_0 > t \geq 0 \\ &= 0, \quad \infty > t \geq t_0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (2)$$

$$ms^2x(s) = \frac{F_0}{s}(1 - e^{-t_0s}) - kx(s) - csx(s) \cdots (3)$$

いま、

$$a = \frac{c}{2m}, \quad b = \sqrt{\frac{4mk - c^2}{4m^2}} \quad \cdots \cdots (4)$$

とすれば(3)式より

$$x(s) = \frac{F_0}{m} \frac{1}{a^2 + b^2} \left[\frac{1}{s} - \frac{s+a}{(s+a)^2 + b^2} - \frac{a}{(s+a)^2 + b^2} \right] (1 - e^{-t_0s}) \quad \cdots \cdots (5)$$

(5) 式の両辺に逆ラプラス変換を適用し

$$L^{-1}\{x(s)\} = x(t)$$

とすると

$$\begin{aligned} x(t) &= L^{-1}\{x(s)\} \\ &= \frac{F_0}{k} \left[1 - e^{-at} \cos bt - \frac{a}{b} e^{-at} \sin bt \right] \\ &\quad (t_0 > t \geq 0) \cdots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{F_0}{k} e^{-at_0} \left[e^{at_0} \cos b(t-t_0) \right. \\ &\quad \left. + \frac{a}{b} e^{at_0} \sin b(t-t_0) - \cos bt - \frac{a}{b} \sin bt \right] \\ &\quad (\infty > t \geq t_0) \cdots (7) \end{aligned}$$

いま、 $c=0$ 、すなわちばねのみによって支持されているとすれば、 $a=0$ 、 $b^2=k/m$ 、ゆえに

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{F_0}{k} \left[\cos \sqrt{\frac{k}{m}}(t-t_0) - \cos \sqrt{\frac{k}{m}}t \right] \\ &\quad (\infty > t \geq t_0) \cdots (8) \end{aligned}$$

で示される。 $t_0 > t \geq 0$ の場合については実験記録(この実験記録は621ページ脚注**のものとともに報告の予定である)よりみて、検討の対象外となるから省略する。

3.2 入力波形がのこ歯状波形の場合 変形抵抗力 $F(t)$ として第4図の代りに第6図の波形のものを考

えて、第 5 図の (M) の振動を求めることである。入力 $F(t)$ を次のように取扱う。

$$F(t) \equiv \frac{F_0}{t_0} t \equiv ft \quad (9)$$

そうすると、 $t_0 > t \geq 0$ では

$$m\ddot{x}(t) = F(t) - kx(t) - c\dot{x}(t) \quad (10)$$

(10) 式の両辺にラプラス変換を適用し、

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

の条件を代入すると、(10) 式は

$$s^2 x(s) = \frac{f}{m} \frac{1}{s^2} - \frac{k}{m} x(s) - \frac{c}{m} s x(s) \quad (11)$$

いま、(4) 式と同意味の a, b を用いると (11) 式は

$$x(s) = \frac{f}{m} \frac{1}{s^2} \frac{1}{(s+a)^2 + b^2} \quad (12)$$

前同様に (12) 式の両辺に逆ラプラス変換を適用すると、

$$x(t) = L^{-1}\{x(s)\} = \frac{f}{m} \frac{1}{(a^2 + b^2)^2} \left[(a^2 + b^2)t - 2a + 2ae^{-at} \cos bt + (a^2 - b^2) \frac{1}{b} e^{-at} \sin bt \right] \quad (t_0 > t \geq 0) \quad (13)$$

次に (13) 式より $t = t_0$ における金敷変位 $x_0 = x(t = t_0)$ 、および速度 $v_0 = v(t = t_0)$ は次のようになる。

$$x_0 = \frac{f}{m} \frac{1}{(a^2 + b^2)^2} \left[(a^2 + b^2)t_0 - 2a + 2ae^{-at_0} \cos bt_0 + \frac{a^2 - b^2}{b} e^{-at_0} \sin bt_0 \right] \quad (14)$$

$$v_0 = \frac{f}{k} \left[1 - e^{-at_0} \left(\cos bt_0 + \frac{a}{b} \sin bt_0 \right) \right] \quad (15)$$

t_0 を原点とした、 t_0 以後の金敷の運動方程式は (16) 式となる。

$$m\ddot{x}_p(t) = -kx_p(t) - c\dot{x}_p(t) \quad (16)$$

(16) 式の両辺にラプラス変換を適用して (17) 式の初期条件を代入すると (18) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} x_p(0) &= x(t_0) = x_0 \\ \dot{x}_p(0) &= \dot{x}(t_0) = v_0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$s^2 x_p(s) - sx_0 - v_0 + \frac{k}{m} x_p(s) + \frac{c}{m} [sx_p(s) - x_0] = 0 \quad (18)$$

$$\therefore x_p(t) = L^{-1}\{x_p(s)\} = \frac{1}{b} e^{-at} \sin bt [ax_0 + v_0] + x_0 e^{-at} \cos bt \quad (19)$$

ゆえに、原点を $t = 0$ にとると

$$x(t) = e^{at_0} \frac{fm}{k^2} e^{-at} [p \sin bt + q \cos bt] \quad (\infty > t \geq t_0) \quad (20)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} p &= \left\{ \frac{a(a^2 + b^2)}{b} t_0 - \frac{a^2 - b^2}{b} \right\} \cos bt_0 + \{(a^2 + b^2)t_0 - 2a\} \sin bt_0 + \frac{a^2 + b^2}{b} e^{-at_0} \\ q &= \{(a^2 + b^2)t_0 - 2a\} \cos bt_0 - \left\{ \frac{a(a^2 + b^2)}{b} t_0 - \frac{a^2 - b^2}{b} \right\} \sin bt_0 + 2ae^{-at_0} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

いま、 $c = 0$ 、すなわちばねのみで支持されているとすると、 $a = 0$ 、 $b^2 = k/m$ となる。ゆえに

$$x(t) = \frac{fm}{k^2} [p_1 \sin bt + q_1 \cos bt] \quad (22)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= b \cos bt_0 + b^2 t_0 \sin bt_0 - b \\ q_1 &= b^2 t_0 \cos bt_0 - b \sin bt_0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

金敷の振動は (22) 式で示されることになる。

4. 基礎の振動

4.1 入力波形が方形波形の場合 (a) 金敷と基礎とが連成振動をするとした場合 この場合の力学的機構は第3図 そのままであり、金敷⑩に入力 $F(t)$ として第4図の波形のものが作用するときの基礎⑭の振動を求めるものである。

理論的には第3図のようにばねとダンパとによって支持されているとすべきであるが、簡単のために、まず、ばねのみによって支持されている場合を考察してみる。

この場合の運動方程式は (24) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}(t) &= F(t) - k\{x(t) - X(t)\} \\ M\ddot{X}(t) + KX(t) &= k\{x(t) - X(t)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

$$\begin{aligned} F(t) &= F_0, & t_0 > t \geq 0 \\ &= 0, & \infty > t \geq t_0 \end{aligned}$$

いま、

$$\frac{k}{m} = a_1, \quad \frac{k}{M} = b_1, \quad \frac{k+K}{M} = c_1, \quad \frac{F_0}{m} = \phi \dots\dots\dots (25)$$

$$\therefore X(t) = L^{-1}\{X(s)\} = \frac{\phi b_1}{p_1^2 q_1^2} \left[1 + \frac{q_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos p_1 t - \frac{p_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos q_1 t \right] \dots\dots\dots (30)$$

また、

$$\dot{X}(t) = V(t) = \frac{\phi b_1}{p_1 q_1 (p_1^2 - q_1^2)} [p_1 \sin q_1 t - q_1 \sin p_1 t] \dots\dots\dots (31)$$

$$\therefore X(t=t_0) = X_0 = \frac{\phi b_1}{p_1^2 q_1^2} \left[1 + \frac{q_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos p_1 t_0 - \frac{p_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos q_1 t_0 \right] \dots\dots\dots (32)$$

$$V(t=t_0) = V_0 = \frac{\phi b_1}{p_1 q_1 (p_1^2 - q_1^2)} [p_1 \sin q_1 t_0 - q_1 \sin p_1 t_0] \dots\dots\dots (33)$$

同様に (27) 式より

$$x(s) = \frac{\phi s}{(s^2 + p_1^2)(s^2 + q_1^2)} + \frac{\phi c_1}{s(s^2 + p_1^2)(s^2 + q_1^2)} \dots\dots\dots (34)$$

$$\therefore x(t) = L^{-1}\{x(s)\} = \frac{\phi}{p_1^2 - q_1^2} (\cos q_1 t - \cos p_1 t) + \frac{\phi c_1}{p_1^2 q_1^2} \left[1 + \frac{q_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos p_1 t - \frac{p_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos q_1 t \right] \dots\dots\dots (35)$$

$$\therefore \dot{x}(t) = v(t) = \frac{\phi}{p_1^2 - q_1^2} (p_1 \sin p_1 t - q_1 \sin q_1 t) + \frac{\phi c_1}{p_1 q_1 (p_1^2 - q_1^2)} (p_1 \sin q_1 t - q_1 \sin p_1 t) \dots\dots\dots (36)$$

$$\therefore x(t=t_0) = x_0 = \frac{\phi}{p_1^2 - q_1^2} (\cos q_1 t_0 - \cos p_1 t_0) + \frac{\phi c_1}{p_1^2 q_1^2} \left[1 + \frac{q_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos p_1 t_0 - \frac{p_1^2}{p_1^2 - q_1^2} \cos q_1 t_0 \right] \dots\dots\dots (37)$$

$$v(t=t_0) = v_0 = \frac{\phi}{p_1^2 - q_1^2} (p_1 \sin p_1 t_0 - q_1 \sin q_1 t_0) + \frac{\phi c_1}{p_1 q_1 (p_1^2 - q_1^2)} (p_1 \sin q_1 t_0 - q_1 \sin p_1 t_0) \dots\dots\dots (38)$$

次に $\infty > t \geq t_0$ すなわち t_0 以後の基礎の運動は、 t_0 を原点として考察すると (39) 式となる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_p(t) + a_1 x_p(t) - a_1 X_p(t) &= 0 \\ \ddot{X}_p(t) + c_1 X_p(t) - b_1 x_p(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

ただし、このときの初期条件は (40) 式で示されるものでなければならない。

$$\left. \begin{aligned} x_p(0) &= x_0, & \dot{x}_p(0) &= v_0 \\ X_p(0) &= X_0, & \dot{X}_p(0) &= V_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

とすると (24) 式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}(t) + a_1 \{x(t) - X(t)\} &= \frac{F(t)}{m} \\ \ddot{X}(t) + c_1 X(t) - b_1 x(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$t_0 > t \geq 0$ の場合は (26) 式の両辺にラプラス変換を適用すると

$$\left. \begin{aligned} s^2 x(s) + a_1 x(s) - a_1 X(s) &= \phi \frac{1}{s} \\ s^2 X(s) + c_1 X(s) - b_1 x(s) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

$$\therefore x(0) = X(0) = \dot{x}(0) = \dot{X}(0) = 0$$

いま、

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \sqrt{\frac{a_1 + c_1 + \sqrt{(a_1 - c_1)^2 + 4a_1 b_1}}{2}} \\ q_1 &= \sqrt{\frac{a_1 + c_1 - \sqrt{(a_1 - c_1)^2 + 4a_1 b_1}}{2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

とすれば

$$X(s) = \frac{\phi b_1}{s(s^2 + p_1^2)(s^2 + q_1^2)} \dots\dots\dots (29)$$

前と同様にして, なお (41) 式のようにおくと

$$\left. \begin{aligned} b_1 x_0 + a_1 X_0 &= \xi \\ a_1 V_0 + b_1 v_0 &= \eta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

$$X_p(s) = \frac{s^3 X_0 + s^2 V_0 + 3\xi + \eta}{(s^2 + p_1^2)(s^2 + q_1^2)} \dots\dots\dots (42)$$

$$\therefore X_p(t) = L^{-1}\{X_p(s)\} = \frac{1}{p_1^2 - q_1^2} \left[(X_0 p_1^2 - \xi) \cos p_1 t + \frac{V_0 p_1^2 - \eta}{p_1} \sin p_1 t \right. \\ \left. + (\xi - X_0 q_1^2) \cos q_1 t + \frac{\eta - V_0 q_1^2}{q_1} \sin q_1 t \right] \dots\dots\dots (43)$$

ゆえに, 原点を $t=0$ にとると

$$X(t) = \frac{1}{p_1^2 - q_1^2} \left[(X_0 p_1^2 - b_1 x_0 - a_1 X_0) \cos p_1(t-t_0) + \frac{V_0 p_1^2 - a_1 V_0 - b_1 v_0}{p_1} \sin p_1(t-t_0) \right. \\ \left. + (b_1 x_0 + a_1 X_0 - q_1^2 X_0) \cos q_1(t-t_0) + \frac{a_1 V_0 + b_1 v_0 - V_0 q_1^2}{q_1} \sin q_1(t-t_0) \right] (\infty > t \geq t_0) \dots\dots\dots (44)$$

すなわち, 金敷の振動は (44) 式で示される.

ただし, $a_1, b_1, c_1, \phi, p_1, q_1, X_0, V_0, x_0, v_0$ は (25), (28), (32), (33), (37), (38) 式に示す.

これで数学式として解ができたといえる. しかし, (44) 式ではコンピュータによる方法もあるが, 実用にはあまり煩雑である. ゆえに, このうえダンパを考慮しても物理学的な考察は別として, 本論文の目的とする考察観点からは実用し難いから, 実際基礎の設計の際におけるダンパの影響については別の観点事項*を考慮することとして, ここではダンパの併考を省略する.

(b) 金敷と基礎の振動とを独立したものとみる便法の場合 上記のように (44) 式は実用上あまり煩雑すぎるから, いま少し簡単にするために次のような仮定を設けて解法を試みる.

すなわち, 第 3 図において基礎の変位は金敷の変位に比較して非常に小さいから, 第 7 図のように初め $x(t)$ を考慮するときは, 基礎 ㊾ は無限大で変位しないものとして $x(t)$ を求め, 次にこの $x(t)$ の振動により生ずる力によって基礎 ㊾ が振動するものと仮定する.

なお, 基礎の振動は実際には $\infty > t \geq t_0$ が問題であるから, ここではこの範囲のみを考察する.

この場合は力学的機構を第 7 図のように考え, [3-1] に記したように, まず, 基礎 ㊾ を無限大剛体基礎として金敷 ㊾ の振動を求め, この振動によって生ずる力 $P(t)$ が基礎 ㊾ に作用し, 基礎 ㊾ の振動を生ずるものと仮定する.

このように考えると, 基礎 ㊾ に加わる力 $P(t)$ は

* 実際の設計時には当然ダンパに関して考察する必要がある. しかし, 実際上, これは本論文の理論式と離れて別事項の考察が必要である. 筆者が実際に設計上考慮し実験した事項も本理論式のように除外してさしつかえなかった. これについては別途報告の予定である.

(45) 式で表わされる.

$$P(t) = kx(t) + c\dot{x}(t) \dots\dots\dots (45)$$

$$= F_0 [e^{-a(t-t_0)} \cos b(t-t_0) + H_0 e^{-a(t-t_0)} \sin b(t-t_0) - e^{-at} \cos bt - H_0 e^{-at} \sin bt] \dots\dots\dots (46)$$

ただし,

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{bk} (a^2 + b^2) = H_0$$

また, 基礎の運動方程式は明らかに (47) 式である.

$$M\ddot{X}(t) = P(t) - KX(t) - C\dot{X}(t) \dots\dots\dots (47)$$

前と同様に, この両辺にラプラス変換を適用し

$$X(0) = \dot{X}(0) = 0$$

の条件を代入し, なお (48) 式の A_1, B_1 を用いると (49) 式を得る.

$$A_1 = \frac{C}{2M}, \quad B_1 = \sqrt{\frac{4MK - C^2}{4M^2}} \dots\dots\dots (48)$$

$$X(s) = \frac{1}{M} P(s) \frac{1}{(s + A_1)^2 + B_1^2} \dots\dots\dots (49)$$

いま,

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s + A_1)^2 + B_1^2} \right\} = F_2(t)$$

$$L^{-1}\{P(s)\} = P(t)$$

第 7 図 便法解の力学的機構図

とすると

$$X(t) = L^{-1}\{X(s)\} = \frac{1}{M} F_2(t) * P(t) \dots\dots\dots (50)$$

ただし, $F_2(t) * P(t)$ は合成関数を表わす.

いま, $a - A_1 = \gamma_1$, $B_1 + b = \alpha_1$, $B_1 - b = \beta_1$ とすれば上式は

$$\begin{aligned} X(t) = & \frac{F_0}{2MB_1} e^{-at} \left[\frac{(\gamma_1 - H_0\beta_1)}{\gamma_1^2 + \beta_1^2} \{ (e^{\gamma_1 t} \sin B_1 t - \sin bt) (e^{a t_0} \cos bt_0 - 1) \right. \\ & - e^{a t_0} \sin bt_0 (e^{\gamma_1 t} \cos B_1 t - \cos bt) \} - \frac{(\beta_1 + H_0\gamma_1)}{\gamma_1^2 + \beta_1^2} \{ (e^{\gamma_1 t} \cos B_1 t - \cos bt) (e^{a t_0} \cos bt_0 - 1) \\ & + e^{a t_0} \sin bt_0 (e^{\gamma_1 t} \sin B_1 t - \sin bt) \} + \frac{(\gamma_1 + H_0\alpha_1)}{\gamma_1^2 + \alpha_1^2} \{ (e^{\gamma_1 t} \sin B_1 t + \sin bt) (e^{a t_0} \cos bt_0 - 1) \\ & + e^{a t_0} \sin bt_0 (e^{\gamma_1 t} \cos B_1 t - \cos bt) \} - \frac{(\alpha_1 - H_0\gamma_1)}{\gamma_1^2 + \alpha_1^2} \{ (e^{\gamma_1 t} \cos B_1 t - \cos bt) (e^{a t_0} \cos bt_0 - 1) \\ & \left. - e^{a t_0} \sin bt_0 (e^{\gamma_1 t} \sin B_1 t + \sin bt) \} \right] \quad (\infty > t \geq t_0) \dots\dots\dots (51) \end{aligned}$$

前と同様に, $c=0$, $a=0$, $C=0$, $A=0$ ゆえに $\gamma_0=H_0=0$ とすれば, すなわち ばね のみで支持されているとすると

$$X(t) = \frac{F_0}{M} \frac{1}{B_1^2 - b^2} \left[(1 - \cos bt_0) (\cos B_1 t - \cos bt) - \sin bt_0 \left(\frac{b}{B_1} \sin B_1 t - \sin bt \right) \right] \quad (\infty > t \geq t_0) \dots\dots (52)$$

基礎の振動は (52) 式で示されることとなる.

(c) 金敷と基礎とが連成振動をするとした場合 (a) と簡便法による場合 (b) との比較 (52) 式は前記のような仮定のうゑに成立しているものであるから, (44) 式と比較して誤差のあるのは当然であるが, (44) 式と (52) 式とを比較すると確かにその使用上の煩雑, 簡素の差が目より然であるから, (52) 式を使用したくなる. しかし, その使用にあたっては, その誤差がいくばくであり, 許し得る範囲のものであるか否かの検討が必要である.

この誤差の程度を知るために, 次のような条件で数値計算を行なってみた.

$$\begin{aligned} t_0 &= 0.0038 \text{ s}, \quad F_0 = 55\,000 \text{ kg}, \quad k = 40\,000 \text{ kg/cm}, \quad K = 190\,000 \text{ kg/cm}, \\ mg &= 10\,000 \text{ kg}, \quad Mg = 70\,000 \text{ kg}, \quad g: \text{重力加速度} \end{aligned}$$

計算の結果を表にすると第1表のようである.

第1表程度の誤差がある. しかし, その誤差は省略できる程度のものであるから, 基礎の設計に関して振幅を考える場合は [4.1] (b) のような理論をとっても十分であると思われ. この誤差に関しては, 他の方法によっても検討できるが, 本論文では, 上記式の使用目的よりする妥当性は本項 (c) で示し得たと思われ. から, これ以上の検討は省略する.

4.2 入力波形が のこ歯状波形の場合 この場合も [4.1] と同様に第7図の力学的機構において, はじめ基礎 ⑩ は無限大剛体基礎として金敷の振動 $x(t)$ を求め, 次にこの振動 $x(t)$ によって生ずる力 $P(t)$ が基礎 ⑩ に作用し, 基礎 ⑩ が振動するものとみなす.

このように考えると作用力 $P(t)$ は (53) 式で示される.

$$P(t) = e^{a t_0} \frac{f m}{k} e^{-at} (G \sin bt + H \cos bt) \dots\dots\dots (53)$$

ただし,

$$G = p - \frac{c(ap + bq)}{k}, \quad H = q - \frac{c(aq - bp)}{k}$$

基礎 ⑩ の運動方程式は (54) 式で示される.

$$M\ddot{X}(t) = P(t) - KX(t) - C\dot{X}(t) \dots\dots\dots (54)$$

前と同様にして (54) 式を解くと次のようになる.

第 1 表 (44) 式と (52) 式による数値計算の比較表

	(44)式による 場	(52)式による 場	両 式 の 差
第 1 番めの変 位が最大とな る時間	$t_{1m}=0.0557\text{ s}$	$t_{2m}=0.0570\text{ s}$	$\frac{t_{1m}-t_{2m}}{t_{1m}}$ (位相の差) $=0.0013$
第 1 番めの 最大変位量	$X_1=0.088\text{ cm}$	$X_2=0.096\text{ cm}$	$X_1-X_2=0.008$
X_1 と X_2 と の 比	$X_1/X_2=0.92$		$(X_1-X_2)/X_1$ $=0.09$
t_1 と t_2 と の 比	$t_{1m}/t_{2m}=0.98$		$(t_{1m}-t_{2m})/t_{1m}$ $=0.02$

第 2 表 基礎の設計に関する振動式一覧表

振 動 体	支 持 の 状 態	入 力 波 形 の 種 類	
		のこ歯状波形	方 形 波 形
金 敷	ばねとダンパ	(20) 式	(7) 式
	ばねのみ	(22) 式	(8) 式
基 礎	ばねのみ		(44) 式
	略 計 算	ばねとダンパ	(55) 式
		ばねのみ	(56) 式
			(51) 式
			(52) 式

$$\begin{aligned}
 X(t) &= \frac{1}{M} \left[\frac{1}{B_1} e^{-A_1 t} \sin B_1 t \right]^* \left[\frac{f m}{k} e^{a t_0} \{ G e^{-a t} \sin b t + H e^{-a t} \cos b t \} \right] \\
 &= \frac{m}{M 2 k B_1} e^{-a(t-t_0)} \left[\frac{(G \gamma_1 - H \alpha_1)(e^{\gamma_1 t} \cos B_1 t - \cos b t) + (G \gamma_1 + H \gamma_1)(e^{\gamma_1 t} \sin B_1 t + \sin b t)}{\gamma_1^2 + \alpha_1^2} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(G \gamma_1 + H \beta_1)(\cos b t - e^{\gamma_1 t} \cos B_1 t) + (G \beta_1 - H \gamma_1)(\sin b t - e^{\gamma_1 t} \sin B_1 t)}{\gamma_1^2 + \beta_1^2} \right] \quad (\infty > t \geq t_0) \dots\dots (55)
 \end{aligned}$$

すなわち、このような場合は、基礎の振動は (55) 式で示される。

しかし、 $c=C=0$ すなわちばねのみで支持されているとすれば

$$X(t) = \frac{m f}{k} \frac{1}{\sqrt{M K}} \frac{1}{\frac{K}{M} \frac{k}{m}} \left[q \sqrt{\frac{K}{M}} (\cos b t - \cos B_1 t) - p \sqrt{\frac{k}{m}} \sin B_1 t + p \sqrt{\frac{K}{M}} \sin b t \right] \quad (\infty > t \geq t_0) \dots\dots (56)$$

ただし、 p, q は (21) 式に示すものである。

このような簡単な式で示すことができる。

5. 結 言

以上求めた諸式を一覧表にすると第 2 表のようである。

このように入力波形の最も簡単なものを選んで計算式は相当複雑になってくるから、他の波形のものは取扱っても単に数学的に式が解けるというのみで、その使用は煩雑きわまりなく、実用上あまり利用価値がないと思われる。

上記の各式を見ても明らかなように、ばねとダンパによる理論的取扱いは非常に煩雑となっている。ゆえに、厳密な研究追求の場合は別として、工業的なハンマの基礎とすえ付けの設計計算には、もちろん正確な

絶対値は与えないが、ばねのみの支持と仮定し、各入力波形に応じて第 2 表中のばねのみの式を用いて比較検討を行なうと便利である。

筆者は、この便法解の式により設計した前記の基礎が事实现象と合致し、実際使用にさしつかえない精度を有し、有用な式であることを確認することができた。

本研究に際し、種々御指導を賜りました早稲田大学名誉教授 山内 弘先生ならびに同教授高橋利衛先生に厚く御礼申し上げます。

文 献

- (1) 沢潟, 機械学会誌, **61**, 471 (昭 33-4), 384.
- (2) 沢潟, 機械学会論文集, **24**, 138 (昭 33-2), 129.