621.983.3:620.191.353.

深絞りのしわに関する限界条件*

(第1報, 解析の基礎およびしわ押えのない場合の結果)

河

合

望**

Critical Conditions of Wrinkling in Deep Drawing
of Sheet Metals(1st Report, Foundations of Analyses and Results
for Conditions of No Blank-Holding)

by Nozomu KAWAI

In this investigation, the author examined the empirical phenomena of wrinkling and accounted for the mechanisms of preventing wrinkling in deep drawing operations, and concurrently inferred theoretically the formulas to predict the critical conditions of wrinkling which are not inconsistent with the experimental results.

As the first report, the foundations of analytical methods and the results for conditions of no blank-holding are reported.

From the equilibrium equation of moments on half the wave-length of flange wrinkles, the critical conditions of wrinkling were induced and discussed for the case where no blank-holding plate is used.

Consequently, the theoretical formulas which predict the number of waves and the critical blank thickness were found to agree well with the experimental results.

緒 言

軸対称円形平面絞りにおけるフランジしわは、フランジ部に相当する環状円板部分の非軸対称座屈現象と考えられるが、既に指摘されているように⁽⁶⁾, この種の座屈方程式を実加工に即した境界条件なかならずしわ押えによる拘束を量的に表示した形において解析的に解くことは、きわめて困難である。

また、しわ抑制という問題には、理論では取扱い難い多くの因子があること、および現在までの理論では予見し難い多くの事実が生ずることも当事者周知のとおりである。

このため、深絞りにおけるしわの発生条件を理論的に予知しようとする試みは、Geckeler⁽¹⁾以来多くの研究者によって行なわれてきているにもかかわらず^{(2)~(7)}, 比較的満足な量的結果がえられたのは、しわ押えのない場合に限られており、しわ押えのある場合に関しては影響因子の定性的関係が推定されるか、あるいは考察されているにすぎないのである。

また、しわの発生はきわめて変動しやすい現象で、加工に伴う不正確さなどの不確定な因子によって大きく左右されるので、これに関連する因子の影響程度を実験的に正確に解明することも容易でなく、したがってそれぞれの研究者によって結果にかなりの相違がみられる場合も少なくないのである⁽⁸⁾⁽⁹⁾。

理論, 実験両面における上述の事情により、しわの抑制問題には現在なお不めいりょうな点が少なからず残されている。

以上のごとき現状にかんがみ、本研究においては、なしうる限り精密な実験を行なってしわの抑制に影響をもつ因子に正しい見解をもつと同時に、実験結果に矛盾しない簡明な近似解をうることを主眼として解析を進めた。

そのため、本解析においては座屈方程式を正攻法によって取扱う立場はとらず、Siebel 流⁽⁴⁾に対象部全体に作用するモーメントの平衡を考え、現実のしわの示す挙動に即した仮定を設けて式を処理し、直接近似解の最終形を導くという便宜的な解析手段をとった。

なお、解を導く際に、エネルギー法と同じくあらかじめしわの形状(座屈たわみの形状)を仮定することが必要となるが、この形状仮定が妥当であれば解は良い

* 昭和 34 年 11 月 21 日 第 10 回塑性加工講演会において講演、原稿受付 昭和 35 年 1 月 12 日。

** 正員、静岡大学工学部(浜松市追分町 400)。

近似を与えるものと考えられる。

このようにしてモーメント平衡式を誘導し、これを基礎として、しわに関する限界条件を、しわ押えのない場合としわ押えのある場合とにわけて論じた。後に実験結果と比較検討する際に、それぞれの限界条件式のもつ意義がいろいろ明確にされるが、結果からみると、このような解析方法によってかなりの精度で限界条件を予知しうる事が確かめられた。

特に、しわ押えのある場合については、行程を通じて材料の示す挙動を詳細に調べた結果、しわの抑制機構⁽⁸⁾や限界しわ押え力のもつ性質が従来になく明確にされ⁽⁹⁾、解析結果を限界しわ押え圧力予知式として適用するための基準を確立することができた。これに伴って、しわの抑制に影響をもつ各種因子の意義および量的影響度も解明され、十分実用に供しうる限界しわ押え圧力予知式を提案することが可能となったので、ここに報告する次第である。

ただし、本研究においては軸対称円形平面絞りにおけるフランジしわに問題を限定する。

第 1 報として、解析の基礎およびしわ押えのない場合の結果について述べる。

1. 記 号

本文においては、第 1 図 (a), (b) に付記するとき記号を使用する。図 (a) は絞りの任意行程における工具と材料との関係寸法を示し、図 (b) は発生したフランジしわの半波長部の形状と寸法を示すもの

(a) 工具および材料寸法

(b) しわの半波長部の形状、寸法

第 1 図

である。 N は発生したしわの数、 r_0 は加工中における材料の外周半径、 r_i は材料フランジ部の内周半径、 r_m はフランジ部平均半径をあらわす。

ただし、フランジ部の内周半径 r_i とダイス平面部の内周半径 r_3 とは一応区別しておき、 r_i の取扱いについては場合別に論ずることとする。

別に、結果の整理に便宜なため、材料寸法および工具寸法を表示する無次元量として次の記号を使用する。

$B_0 = R_0/r_2$: 絞り比, $\beta_0 = r_0/r_2$: 瞬間絞り比

$\beta_3 = r_3/r_2$: ダイス平面部内周位置

$\beta_i = r_i/r_2$: フランジ部内周位置

$\delta = 2r_2/t$: 相対ダイス内径

ただし、これらの量は慣用と異なり、すべてダイス穴半径 r_2 を基準として無次元化してある。

2. 解 析 の 基 礎

2.1 フランジしわの半波長部に作用するモーメント

フランジしわの半波長部は第 1 図 (b) に示すごとくダイス平面上に横たわるが、その任意半径 r において r を一定とした円周方向断面をみると第 2 図に示すようになる。ここでは図の中心角 $\theta = 0$ から $\theta = \theta_0 = \pi/N$ までの半波長部を対象として、対象部全体に働く r 軸まわりのモーメントの平衡を考える。ただし以後考察するモーメントはすべて絶対値で表わすことにする。

第 2 図に示すごとく、絞り加工に伴い生ずる円周方向圧縮応力 σ_θ によって座屈モーメント M_θ が生ずるが

$$M_\theta = \int_{r_i}^{r_0} |\sigma_\theta| t W dr \quad \dots\dots\dots (1)$$

であらわされる。

第 2 図に示すときしわの断面形状は、普通 $\theta = 0$ および π/N において有限の曲率をもつから、ここに材料自身が曲げに抵抗するモーメント M_B が考えている半波長部内で図に示す向きに生ずる。 M_B を計算するに際し、第 2 図の円周方向のしわの形状を次のよう

第 2 図 $r = \text{一定}$ における円周方向断面

に仮定する。

$$w = (W/2)(1 - \cos N\theta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

第3図は、しわ押えの制約下でフランジ外縁の円周方向しわ形状が行程中いかに変化するかの一例を示すものであるが、ダイヤルゲージによる実測点(×印)と上式の示す曲線(実線)を比較すると、行程初期においては式の精度の高いことがよくわかる⁽⁶⁾⁽⁹⁾。

(2)式の曲線の $\theta=0$ と π/N における曲率 $1/\rho$ の絶対値は、しわ高さが小なる場合には、

$$\left| \frac{1}{\rho} \right| = \left| \frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} \right|_{\theta=0, \pi/N} = \frac{WN^2}{2r^2}$$

となる。

円周方向圧縮応力 σ_θ によって塑性的に圧縮されてきた断面が座屈たわみを生ずるものとし、Kármán流に相当弾性係数 E_θ を用いると、 M_B は次のようになる。

$$M_B = \int_{r_i}^{r_o} \frac{WN^2}{2r^2} E_\theta \frac{t^3 dr}{12} = \frac{t^3}{24} N^2 \int_{r_i}^{r_o} \frac{E_\theta W}{r^2} dr \quad \dots\dots\dots (3)$$

加工条件：銅， $B_0=1.839$ ，
 $\beta_0=1.129$ ($r_d=2$ mm R)，
 $\delta=103$ ($t=0.3$ mm)，
 $H_0=20$ kg， $K=2368$ kg/mm

第3図 フランジ外縁における円周方向のしわ形状

第4図 フランジ内縁の拘束

ここに、 $E_\theta = 4EF_\theta / (\sqrt{E} + \sqrt{F_\theta})^2$ で、 E は材料の縦弾性係数、 F_θ は塑性曲線において圧縮変形を考慮した接線係数 $\partial\sigma/\partial\epsilon$ である。

しわ押え力 H によって生ずる拘束モーメント M_H については、半波長部に加わるしわ押え力 $H/(2N)$ が第2図に示す半波長部の $\theta=0$ および π/N における半径線上に均一分布するものとすれば、

$$M_H = \frac{H}{2N} r_m \theta_0 = \frac{\pi}{4} (r_0 + r_i) \frac{H}{N^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。

フランジ内周部 r_i において、フランジしわ発生に対して拘束作用が生ずるものと考えられるが、これについては次項において検討する。

2.2 フランジ内縁の拘束 第4図(a)はフランジしわの一波長部分を示すものであるが、しわの形状を実際に観察してみると、しわ高さが小なる場合にはおよそ次のとき周辺条件が成り立っている。

$r = r_i$ において $w=0$

$r = r_0$ において $\partial w / \partial r = 0$ もしくは微小の有限値
 $\theta=0$ および $2\theta_0$ において $\partial w / (r \partial \theta) = 0$

ポンチ頭部領域の材料に働くポンチ力およびダイヤジャスにおいて誘起される垂直圧力や曲げ的作用などによって、 r_i 円周線上における材料面はダイス面へ強制的になじませられ、 $w=0$ となるのである。

この事実、フランジ内縁にフランジしわ発生に対する拘束作用が存在することを物語るものにほかならぬ。かりに、この拘束作用が存在しないとすれば、当然 r_i 円周線上には座屈たわみ $(w)_{r_i}$ が生ずるはずである。ゆえに、このような仮定の座屈たわみ $(w)_{r_i}$ を零とするような分布荷重 q を r_i 円周線上に想定し、これによってフランジ内縁の拘束作用を代表させてもよいであろう。すなわち、図(a)のフランジしわ一波長部分の r_i 円周線上に分布荷重 q が作用して $(w)_{r_i} = 0$ となり、一波長部がダイス面に接触している $\theta=0$ および $2\theta_0$ の半径線上で反力 q_r が生ずると、これにより r 軸まわりの拘束モーメントがあらわれるが、これをフランジ内縁の拘束作用に等価と考えるのである。

前記周辺条件下で図(a)における q の値を計算するのは必ずしも容易でない。また、後述するごとく、フランジ内縁の拘束作用が大きな影響をもつのはしわ押えない場合に限られており、しわ押えのある場合には無視しうる程度

となるから、ここではこの拘束荷重 q を精密に解析することはやめ、しわ押えのない場合の実験結果に適合することを主眼として、次に述べるようなごく簡略な考え方にしたがって取扱うことにする。

すなわち、第 4 図 (a) に示すときフランジしわの半波長部を (b) に示すとき長さ $(r_0 - r_i)$ 、幅 $r_m \theta_0$ なる帯板におきかえ、帯板から微少幅 $r_m d\theta$ の切片を長さ方向に切取って考えてみる。この帯板切片が前述の $(\partial w / \partial r)_{r_0} = 0$ および $(w)_{r_i} = 0$ なる拘束変形条件を満たすための荷重条件として、簡単のため帯板切片の面上に r 方向に等分布する面圧 q を仮想する。そして、 q に対抗する反力は固定支持に相当する $r = r_0$ の端面に生じ、 $\theta = 0$ および $2\theta_0$ の r 方向線上でこの端面を支持するダイス面上に伝達されるものと考ええる。

このように仮定して、 q をフランジ部平均半径位置 r_m における変位 w_m によって表わすと、片持りの公式から次式が容易に導かれる。

$$q = \frac{32}{31} \frac{E_r t^3}{(r_0 - r_i)^4} w_m \dots \dots \dots (5)$$

ただし、この場合も絞り加工に伴って生ずる半径方向引張応力 σ_r によって塑性的に引張変形をうけてきた断面が、上述のごとき拘束曲げをうけるものとし、フランジ部の平均相当弾性係数 $E_r = 4EF_r / (\sqrt{E} + \sqrt{F_r})^2$ を用いる。ここに、 F_r は引張変形を考慮にいれたフランジ部の平均接線係数である。

フランジ部平均半径位置 r_m における変位 w_m に対応する (5) 式の荷重 q が、帯板の r 方向には等分布、幅方向には w_m に比例して帯板全面に分布し、 $\theta = 0$ および $2\theta_0$ なる長さ方向線上でダイス面によって支持されれば、これにより半波長相当の帯板部分に働く r 軸まわりのモーメント M_D は、(2) 式および (5) 式を用いて、

$$\begin{aligned} M_D &= \int_0^{\theta_0} q(r_0 - r_i) r_m \theta r_m d\theta \\ &= \frac{2(\pi^2 + 4)}{31} E_r t^3 \frac{(r_0 + r_i)^2}{(r_0 - r_i)^3} \frac{W_m}{N^2} \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

となる。

すなわち、第 4 図 (a) の代りに (b) のごとく条件を簡略化して、フランジ内縁の拘束モーメント M_D を概算したのである。

これは、フランジ内縁が弾性的に支持されると仮定して、本拘束作用を考察した Geckeler の方法⁽¹⁾と比較して、結果的には大きな相違はない。

以上考察してきたモーメント M_θ 、 M_B 、 M_H および M_D がフランジしわの半波長部に作用する r 軸まわり

のモーメントのすべてとし、各モーメントの作用方向を考慮して平衡式をたてると、

$$M_\theta \leq 2M_B + M_H + M_D \dots \dots \dots (7)$$

となる。

上式において、不等号が成立するときにはしわは発生せず、等号が成立するような条件のときにしわが発生する。

2.3 深絞り変形による応力およびひずみ 深絞り変形によって生ずる応力を計算するに際し、実験値に比較的良い近似を示し、しかも簡明な解析解を与えることを第一とした。

そのため、板厚変化を無視した平面ひずみの仮定を採用し、最大せん断応力は場所によって変らずフランジ部の平均変形抵抗の値をとるものとする、半径方向絞り応力 σ_r および円周方向圧縮応力 σ_θ は次式であらわされる。

$$\sigma_r = 1.1\sigma_{eq} \ln \frac{r_0}{r} + \mu \frac{H}{\pi r_0 t} \dots \dots \dots (8)$$

$$|\sigma_\theta| = 1.1\sigma_{eq} \left(1 - \ln \frac{r_0}{r}\right) - \mu \frac{H}{\pi r_0 t} \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 μ は工具面と材料面間の摩擦係数である。ただし、塑性条件として $\sigma_r - \sigma_\theta = 1.1\sigma_{eq}$ を使用し、相当応力 σ_{eq} と相当ひずみ ε_{eq} との関係は引張試験における応力とひずみの関係に一致するものとし、 n 乗法則 $\sigma_{eq} = F\varepsilon_{eq}^n$ もしくは直線式 $\sigma_{eq} = \sigma_e + F_0\varepsilon_{eq}$ の両式をひずみ範囲によって使い分けることにする。フランジ部の平均相当ひずみ $\bar{\varepsilon}_{eq}$ としては、簡単のためフランジ部平均半径位置 r_m の値をとる。上記塑性条件 Tresca 流のものと考えれば、

$$\bar{\varepsilon}_{eq} = (4/3)|\varepsilon_\theta|_{r=r_m} \dots \dots \dots (10)$$

となる。ここに、 ε_θ は円周方向圧縮ひずみで

$$\begin{aligned} |\varepsilon_\theta|_{r=r_m} &= \frac{1}{2} \ln \frac{R_0^2 - r_0^2 + r_m^2}{r_m^2} \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{B_0^2 - \beta_0^2 + \{(\beta_0 + \beta_i)/2\}^2}{\{(\beta_0 + \beta_i)/2\}^2} \end{aligned}$$

である。

すなわち、上記相当ひずみ $\bar{\varepsilon}_{eq}$ に対応する σ_{eq} がフランジ全面に分布すると考えて、 σ_r および $|\sigma_\theta|$ を求めるのである。

以上のような応力状態において、座屈たわみが生じたときの相当弾性係数 E_θ および E_r の算出には、次のような考え方によった。

深絞りによる半径方向ひずみ ε_r および円周方向ひずみ ε_θ のフランジ部における平均値を $\bar{\varepsilon}_r$ および $\bar{\varepsilon}_\theta$ として、フランジ部平均半径位置 r_m の値をとると、

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_r = |\bar{\varepsilon}_\theta| = \frac{1}{2} \ln \frac{B_0^2 - \beta_0^2 + \{(\beta_0 + \beta_i)/2\}^2}{\{(\beta_0 + \beta_i)/2\}^2} \dots \dots (11)$$

となる。

接線係数 F_θ および F_r として、平均ひずみ $\bar{\epsilon}$ における値をとって次式であらわす。

$$F_0 = F_\theta = F_r = (\partial\sigma/\partial\epsilon)_{\bar{\epsilon}} = F_n \bar{\epsilon}^{n-1} \dots\dots\dots (12)$$

結局、

$$E_0 = E_\theta = E_r = 4EF_0/(\sqrt{E} + \sqrt{F_0})^2 \dots\dots\dots (13)$$

となる。

2.4 モーメント平衡の基礎式 (1) および (3) 式によってあらわされるモーメント M_θ および M_B を実際に計算するには、しわ高さ W の r 方向形状を与えることが必要となるが、これを簡明に式表示することは困難であるから、ここでは簡単のため、フランジ平均半径位置 r_m におけるしわ高さ W_m がフランジ全面に分布すると考えれば、 M_θ は次式となる。

$$M_\theta = W_m \int_{r_i}^{r_o} |\sigma_\theta| t dr = W_m \cdot T_\theta \dots\dots\dots (1)'$$

ここに、 T_θ はフランジ部に作用する円周方向断面力である。

M_B を求めるには、さらに (13) 式を用いて、

$$M_B = \frac{E_0 t^3}{24} \frac{r_o - r_i}{r_o r_i} W_m N^2 \dots\dots\dots (3)'$$

となる。

(1)', (3)', (4) および (6) の各モーメント式を平衡式 (7) へ代入して無次元化すると、次のごときモーメント平衡の基礎式を導きうる。

$$\omega \frac{\sigma_e}{E_0} = \frac{a_B}{3\beta_i \delta^2} \omega N^2 + \frac{\pi \delta (B_0^2 - \beta_i^2)}{16\beta_i B_0} a_H \frac{p}{E_0} \frac{1}{N^2} + \frac{8(\pi^2 + 4)}{31\beta_i \delta^2} a_D \omega \frac{1}{N^2} \dots\dots\dots (14)$$

上式には、実験結果を整理するのに便利のため、無次元数および単位値として新たに次の量が導入されている。

$$\left. \begin{aligned} \omega &= W_m / (2\pi R_0) : \text{比しわ高さ} \\ p &= H / \{\pi(R_0^2 - r_i^2)\} : \text{初期フランジ} \\ &\quad \text{単位面積当りのしわ押え圧力} \\ \sigma_e &= \sigma_i - (\mu/2)\delta(B_0^2 - \beta_i^2)a_B p \\ &= T_\theta / (r_i t) \\ \sigma_i &= 1.1\sigma_{eq} \ln(\beta_0/\beta_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、フランジ上に第5図に示すごとき扇形微小要素を考え、フランジ部に作用する円周方向断面力 T_θ とつりあうべき半径方向応力を r_i 円周線上に仮想すると、これが σ_e となる。 σ_e は実際に加工上あらわれる応力でなく、無次元化の便のために定められた量であるが、摩擦係数 $\mu=0$ とおけば、同じく $\mu=0$ とした場合の r_i における半径方向絞り応力 σ_{r_i} すなわち σ_i に等しくなる。

また、 $a_B = (\beta_0 - \beta_i) / (\beta_0 \beta_i)$ 、 $a_H = \beta_0 + \beta_i$ 、 $a_D = (\beta_0 + \beta_i)^2 / (\beta_0 - \beta_i)^3$ であって、 β_0 と β_i のみの関数である。

(14)式の左辺は座屈モーメント M_θ 、右辺第1項は曲げ抵抗モーメント M_B 、第2項はしわ押え力による拘束モーメント M_H 、第3項はフランジ内縁の拘束モーメント M_D にそれぞれ対応する。

ここに、 β_i は実際のしわとの σ_e の意義に対応をみると、 β_0 と 1 との間にあり、しわ押えのない場合には後に実験結果と比較する際に詳しく考察するが比較的 1 に近く、しわ押えがある場合には β_0 に一致するものとみてよい。

平衡式 (14) を基礎にして、しわ発生に関する限界条件を求めるのであるが、以下しわ押えのない場合とある場合とにわけて論ずる。

3. しわ押えのない場合の解析

3.1 しわ数 しわ押えのない場合には、モーメント平衡式 (14) において $p=0$ とおけばよい。そうすると、式中のすべての項に ω が乗ぜられた形になるから、 $\omega \neq 0$ として ω を消去すれば次式となる

$$\frac{\sigma_i}{E_0} = \frac{a_B}{3\beta_i \delta^2} N^2 + \frac{8(\pi^2 + 4)}{31\beta_i \delta^2} a_D \frac{1}{N^2} \dots\dots\dots (16)$$

σ_i を最小ならしめる N の値が最も安定なしわ数であるから、 $\partial\sigma_i/\partial N=0$ なる条件から N を求めると、

$$N = \sqrt[4]{\frac{24(\pi^2 + 4)}{31}} \sqrt[4]{\frac{a_D}{a_B}} = 1.81 \frac{\sqrt{\beta_0/\beta_i + 1} \sqrt[4]{\beta_0/\beta_i}}{\beta_0/\beta_i - 1} \dots\dots\dots (17)$$

となる。上式に示されるように、しわ数 N は材料フランジ部の内外周の寸法を示す β_0 および β_i のみに依存し、材料板厚 t あるいは材料特性には無関係となり、Geckeler 式⁽¹⁾と定性的に一致している。

3.2 限界条件 (17) 式を (16) 式へ代入し N を消去して限界条件を求めると、次式のようになる。

$$\frac{\sigma_i}{E_0} = \sqrt{\frac{32(\pi^2 + 4)}{93}} \frac{1}{\beta_i \delta^2} \sqrt{a_B a_D} \dots\dots\dots (18)$$

しわが発生しない行程間では、上式の右辺は左辺より大となる。いいかえると、しわを発生させようとするモーメントの大きさよりもそれに対抗するモーメントの合計量の方が大きいのである。

ゆえに、上式のごとき等号が成立するような行程時期 $\beta_0=r_0/r_2$ においてしわが発生するのであるが、こ

第5図 σ_e の意義

れを限界板厚の形に書き直すと,

$$\left(\frac{1}{\delta}\right)_{cr} = \left(\frac{t}{2r_2}\right)_{cr} = 0.677 \sqrt[4]{\frac{\beta_i}{aBAD}} \sqrt{\frac{\sigma_i}{E_0}} \dots (19)$$

となる. 本式の右辺は絞り比 B_0 , フランジ内周位置 β_i および材料特性が加工条件として与えられれば, 行程 β_0 のみの関数となるから, 限界板厚 $(1/\delta)_{cr}$ は行程 β_0 に対応して変化する値として求めることができる.

4. しわ押えのない場合の実験的検討

4.1 実験条件 使用した工具およびブランク寸法は第 1 表に示すとおりである. 標準のダイス穴径 $d_2 = 2r_2$ は 31 mm ϕ で, 材料板厚を変更する場合には, ダイスとポンチとのすきまが材料板厚の 1.25~2.0 倍の範囲でなるべく一定となるように, ポンチ直径 d_1 を変更使用した.

4.2 しわ数 第 6 図の著者の曲線は (17) 式を計算し, しわ数 N と β_0/β_i との関係をえがいたものである.

実験には第 1 表に示すもののほかに, 板厚 $t = 0.3$ mm, 外径 $D_0 = 57$ mm ϕ の半硬質銅, 半硬質黄銅 (60/40) および軟鋼をも用いた.

第 6 図上に著者の実験点をプロットするに際し, フ

第 6 図 しわ押えのない場合のしわ数

第 1 表 加工条件

工 具	区 分	ダ イ ス		ポ ン チ	
	直 径 mm	d_2	31 (穴径)	d_1	30, 29, 28, 27.5, 26, 25
	ラジヤス mm	r_d	1, 2, 3, 4, 5	r_p	4
ブ ラ ン ク	材 質	おもにアルミニウム (半硬質のものを 350°C×1h 塩浴焼なまし)			
	寸 法 mm	厚 さ t	0.3, 0.5, 0.8, 1.0, 1.2, 1.6, 2.0	直 径	60, 58, 57, 56, 54, 52, 50, 48, 45, 42, 40, 39, 38

* アルミニウムの材料特性については, 第 2 報第 2 表参照 (本論文集 862 ページ).

レンジ内周位置を示す $\beta_i = r_i/r_2$ としてダイラジヤスの中央値 $(\beta_3+1)/2$ を用いたが, $\beta_i = \beta_3$ (ダイス平面部内周位置) もしくは $\beta_i = 1$ (ダイス穴位置) とするよりも理論曲線の全般にわたってよく一致する. なお, β_i の意義については次項において詳しくふれることにする.

材料板厚が絞り直径に比べて比較的薄い場合すなわち相対ダイス内径 $\delta = 2r_2/t$ が比較的大きい場合には, 絞り開始直後にしわが発生するので, 瞬間絞り比 $\beta_0 = r_0/r_2$ がその初期値である絞り比 $B_0 = R_0/r_2$ に等しいとにおいて, しわ数 N を B_0/β_i の位置に○印としてプロットした. これらの実験点のうちには, 上述した 3 種の材料のほか第 1 表記載の範囲内で種々の工具および材料寸法のものが含まれるのであるが, 実験点のすべてはおおよそ理論曲線上にのっており, 理論の正しいことがよくわかる.

また, 相対ダイス内径 δ が比較的小さくなると, ある程度加工が進行してからしわが発生するようになる. しわが発生する瞬間行程 β_{ocr} を視察によって正確にとらえるのは必ずしも容易でないが, 試み法によって求め, β_{ocr}/β_i の位置へしわ数 N を●印としてプロットした. 図にみるごとく, この場合も理論曲線に近い値を示している.

図に併記した Geckeler⁽¹⁾, 菊池⁽³⁾, Senior⁽⁵⁾ および宮川⁽⁷⁾ の理論曲線と比較してみると, 宮川と著者の結果はおおよそ類似で実験とも比較的よくあっていることがわかる.

4.3 限界板厚 第 7 図は (19) 式をアルミニウム* について計算し, 限界板厚 $(1/\delta)_{cr}$ と瞬間絞り比 β_0 との関係を 4 種の絞り比 B_0 についてみたものである. ただし, この計算の β_i には後述の実験に使用したダイラジヤスの中央値 $(\beta_3+1)/2 = 1.097$ を用いた.

図中の絞り比 B_0 の異なるそれぞれの場合において, $(1/\delta)_{cr}$ の最大値 $(1/\delta)_*$ は最小限界のブランク板厚を示すもので, このような寸法のブランクを使用すれば, 全絞り行程を通じてしわを発生することなく加工を完了させうる.

第 8 図は限界ブランク板厚 $(1/\delta)_*$ の値を絞り比 B_0

に対して示したものである。図中にプロットする著者の実験値は $\beta_3 = r_3/r_2$ として 1.193 ($r_d = 3 \text{ mm}R$) を使用したものであるが、理論式を計算するにあたり、フランジ内周位置を示す β_i としてダイス平面部内周位置を示す $\beta_3 = 1.193$, ダイラジヤスの中央位置を示す $(\beta_3 + 1)/2 = 1.097$ およびダイス穴位置を示す 1 の三つの値をかりに採用し、それぞれの結果を β_i 別に示した。

実験結果からみた限界ブランク板厚はほぼ $\beta_i = (\beta_3 + 1)/2 = 1.097$ と $\beta_i = 1$ の理論曲線間に存在している。

絞り途中の材料を実際に観察してみると、しわ発生の瞬間行程 β_{0cr} が β_3 に近い場合には材料フランジ部は多少円すい状となってフランジ部内周位置を示す β_i は 1 に近く、 β_{0cr} が β_3 より遠ざかるほど β_i は β_3 に近づいてくることがわかる。第 7 図の曲線によれば、限界ブランク板厚を与えて加工を行なった場合の β_{0cr} すなわち曲線の最高点時期は B_0 が大なるほど β_3 より遠ざかることが示され、第 8 図の実験結果の傾向も B_0 が大なるほど β_i の大なる理論曲線に近づいており、理論と実際の観察とはよくあっている。

本実験において用いた絞り比 $B_0 = 1.25 \sim 1.62$ の範囲内では、 β_i として 1 および $(\beta_3 + 1)/2$ を採用して計算し、その結果を限界ブランク板厚 $(1/\delta)_x$ の上限値および下限値とすれば大きなまちがいはないようである。

図中に併記してあるところから明らかなように、Esser & Arend の実験式*は著者の結果と比較的よく

計算条件：アルミニウム、 $\beta_i = 1.097$

第 7 図 限界板厚

* Esser & Arend の実験式を著者の用いた記号にしたがい整理し直すと、次のようになる。

$$\left(\frac{1}{\delta}\right)_x = \frac{1}{8.7}(B_0 - 1)$$

一致しており、Baldwin & Howald の計算値⁽²⁾はかなり高めであり、宮川の理論値⁽⁷⁾は多少低めと考えられる。ただし、これらの式中には β_i (ダイラジヤス r_d) の影響が十分加味されていないので、図の結果はすべて $\beta_i = 1$ とした場合に相当するものである。この意味において、著者の理論式では r_d を与えて β_i を正しく予知しえないうみはあるが、ダイラジヤス r_d の概略の影響をみるのが可能である。

結 論

深絞りにおけるフランジしわの半波長部のモーメントの平衡を考え、比較的簡明な無次元形でその近似式を誘導した。以後これを基礎にして、場合別にしわに関する限界条件を明らかにしてゆく考えであるが、まずしわ押えのない場合について解析を行ない、その結果を実験的に検討してみた。

解析によって、しわ数 N を示す (17) 式および限界板厚 $(1/\delta)_{cr}$ を示す (19) 式を導くことができたが、これらの式はその形からわかるように、材料の曲げ抵抗モーメント M_B とフランジ内縁の拘束モーメント M_D からの誘導項一項のみから成り立っている。したがって、 M_D を式表示する際の精度が結果に大きな影響をもつはずである。本解析では、かなり簡略化した仮定を設けて M_D を処理したにもかかわらず、結果式は実験と比較的良く一致し、このような取扱いをしてもそれほど不当でないことが示された。

また、しわ押えのない場合については、比較的解析が容易なため従来から多くの報告例がみられ、フランジ内縁の拘束に対してもいろいろ異なった考え方が適

条件および実験符号：アルミニウム

しわなし しわ発生
著者 ($\beta_3 = 1.193$) □ +
宮川 ($\beta_3 = 1.150$) ○ ×

第 8 図 限界ブランク板厚

用されているが、結果からみるといずれの場合も数値的に著しい相違はなく、著者の場合もそれらとおおよそ類似の結果を示すこともわかった。

終りに、終始御指導をたまわった名古屋大学 春日保男教授ならびに実験に尽力された平岩正至技術員に対し厚く感謝の意を表わす

文 献

(1) J.W. Geckeler, *Z. AMM*, 8, 5 (1928), 341.

- 【(2) W.M. Baldwin & T.S. Howald, *Trans. ASM*, 38 (1947), 757.
 (3) 菊池, 機械学会論文集, 15, 50 (昭 24-10), IV-54; 機械学会誌, 56, 409 (昭 28-2), 110.
 (4) E. Siebel, *Stahl u. Eisen*, 74, 3(1954-1), 155.
 (5) B.W. Senior, *J. Mech. Phys. Solids*, 4, 4 (1956-4), 235.
 (6) 宮川, 機械学会論文集, 23, 130 (昭 32-6), 390.
 (7) 宮川, 機械学会論文集, 23, 130 (昭 32-6), 399.
 (8) 春日, 河合, 機械の研究, 11, 2 (昭 34-2), 249. および 11, 3 (昭 34-3), 384.
 (9) 河合, 機械学会誌, 62, 488 (昭 34-9), 1 255.

621.983.3 : 620.191.353

深絞りのしわに関する限界条件*

(第 2 報, しわ押えのある場合の解析および考察)

河 合 望**

Critical Conditions of Wrinkling in Deep Drawing of Sheet Metals

(2nd Report, Analysis and Considerations for
Conditions of Blank-Holding)

by Nozomu KAWAI

In this report, basing on the equilibrium equation of moments induced in the first report, the critical conditions of wrinkling are considered and discussed for the case where a blank-holding plate is used.

In the practice of the deep drawing operations, we must often allow the small flange wrinkles, but when the wave amplitude of wrinkles in flange is lower than the allowable value the cups remain practically no wrinkles, because the effects preventing the flange wrinkles exist in the die radius.

Consequently, the existence of the allowable wave amplitude of wrinkles in flange is inferred and then by means of inducing it into the equation the author can propose a formula predicting the critical blank-holding pressure necessary to prevent the development of radial wrinkles in the flange.

緒 言

本報においては、前報において導いたモーメント平衡式第 1 報 (14) を基礎にしてしわ押えのある場合について解析と考察を試み、限界しわ押え圧力といわれるものが、がんらいいかなる性質をもつものか、したがっていかなる方針に基いて解析を進め、かつ実験的に検討すべきかを明らかにする。

記号は前報と同じとする。

1. しわ押えのある場合の解析

1.1 しわ数 モーメント平衡の基礎式第 1 報(14)の両辺を ω でわると、

$$\frac{\sigma_c}{E_0} = \frac{a_B}{3\beta_i\delta^2} N^2 + \frac{\pi\delta(B_0^2 - \beta_i^2)}{16\beta_i B_0} a_H \frac{p}{E_0} \frac{1}{N^2} \frac{1}{\omega} + \frac{8(\pi^2 + 4)}{31\beta_i\delta^2} a_D \frac{1}{N^2} \dots\dots\dots(14)'$$

となる。

σ_c を最小ならしめる N の値が最も安定なしわ数であるから、 $\partial\sigma_c/\partial N=0$ なる条件を用いて N を求めることにする。

* 昭和 33 年 11 月 14 日 第 655 回講演会および昭和 34 年 11 月 21 日 第 10 回塑性加工講演会において講演、原稿受付 昭和 35 年 1 月 12 日。

** 正員、静岡大学工学部(浜松市追分町 400)。