621.822.033:533.1

円板形スラスト気体軸受における負圧発生の理論的考察*

森 美 郎**

A Theoretical Investigation of Pressure Depression
in Externally Pressurized Gas-Lubricated
Circular Thrust Bearings

by Haruo MORI

A theoretical explanation of the experimentally observed depression of the pressure profile in externally pressurized gas-lubricated circular thrust bearings is presented, based on a concept new to gas lubrication, that of the generation of a shock wave in the bearing clearance space. On the basis of an approximate mathematical model, the bearing pressure distribution and load capacity are determined, and the effects of several bearing parameters are discussed. Good qualitative agreement is found between the analytical results and available experimental data.

1. 緒

外部より圧力給気する気体軸受の負荷および流動特性を適確に知るためには、軸受すきま内における圧力分布を検討することが必要であり、種々の気体軸受に対する多くの研究が著者あるいは他の研究者によってなされてきた。一般には圧縮性を考慮した粘性流体のこれまでの普通の理論式が実験結果によく合致する理論結果を与える。しかしながら、ある作動条件のもと、たとえば高い給気圧力あるいは大きな軸受すきまの条件のもとでは、圧力分布がいったん急激に減少し次にふたたびある値まで回復して分布曲線にくぼみを与える現象が観察されている。しかもこのくぼみ部は負の圧力になることが多く、したがって負荷能力を減殺して負の負荷能力に達することもあり、高い給気圧力を無効に使用するわけであるから、分布曲線にこのくぼみ部の発生することは軸受として望ましくない。

くぼみ部を有する圧力分布は川崎⁽¹⁾、大野および谷口⁽²⁾の円板形スラスト軸受の測定結果にあらわれ、最近では Fuller その他⁽³⁾、Gross および Tang⁽⁴⁾、Sixsmith⁽⁵⁾ の同種軸受に対する実験により詳細に観察されている。しかしながら、従来の気体軸受理論がこの現象の解明には全く無力であるにもかかわらず、いまだにこのくぼみ部発生に対する理論が全く確立さ

れていない。そこで著者は、著者⁽⁶⁾ならびに大野および谷口⁽²⁾によって採用されている「気体供給孔直後における臨界圧、音速の状態(choked condition)」の仮定をここに適用し、せばまり部を有する末広ノズルの場合と同じく、給気孔で音速の流動は軸受すきまへ広がって流入する際超音速に達し、続いて衝撃波を伴って流速を亜音速に減じ、この際圧力を段階的に回復するものであるという概念を新しく採用してくぼみ部発生の理論的解明を試みることにした。

この場合、軸受すきま内の流動は実際にはきわめて複雑なものであると考えられる。すなわち超音速部はしだいに厚くなる境界層を有し、最後に亜音速に達するには一連の衝撃波があいつぎ、しかもそれぞれの衝撃波は境界層のはく離を伴いながら流動方向に直角だけでなく斜めの component を有すると考えられる。したがって理論的解析はむしろ不可能に近い。ここでは、まず定性的に圧力分布におけるくぼみ部発生の機構を明らかにするため、問題を単純化するための仮定を次のように採用した。

2. 仮 定

1. 軸受は第 1 図に示す円板形スラスト軸受とし、気体は中央 1 個の給気孔へ一定圧力 p_s で供給される。
2. 軸受すきま内の流動は、超音速領域 I と亜音速領域 II にわけられ、これを区分するのは単一の集中衝撃波であり、しかもこれは軸受面に垂直である。
3. 気体は給気孔より領域 I に臨界圧音速の状態で

* 昭和 35 年 4 月 3 日 第 37 期通常総会講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和 34 年 11 月 30 日。

** 正員、京都大学工学部(京都市左京区吉田本町)。

流入する。

4. 領域Ⅰにおける流動は一次元的で すきま を横切って変化しない完全ガスの断熱流れであり、両壁面から与えられる粘性抵抗は一定値の摩擦指数で特性づけることができる。

5. 領域Ⅱにおける流動は完全ガスのポリトロピック流れで、全く粘性が支配的である。

3. 記 号

a : 音速

c_0, c_1 : 積分定数

c_p : 定圧比熱

F : r, p の関数 (領域Ⅰ)

F_1 : F の第一次近似

F_2 : F の第二次近似

f : 摩擦指数

g : r の関数 (領域Ⅰ)

h : 軸受すきま (浮き上がり量)

k : 断熱指数 (c_p/c_v)

M : マッハ数

n : ポリトロピック指数

p : 圧力 (絶対)

$\bar{R}$: ガス定数

R : 軸受外径

r, θ, z : 円筒座標

u, v, w : 分速度

W : 軸受荷重

μ : 絶対粘度

ρ : 気体密度

τ_w : 壁面せん断応力

ξ : p_y/p_x , 圧力比

η_1 : p_x/p^* , 圧力比

η_2 : p_y/p^* , 圧力比

添字 :

o : 給気孔

I : 超音速領域

II : 亜音速領域

x : 衝撃波直前

y : 衝撃波直後

xy : 衝撃波の位置

a : 軸受周辺

s : 供給

avg. : 平均

4. 圧 力 分 布

上記仮定を用いれば、領域ⅠおよびⅡにおける圧力

第 1 図

分布を個々に求めることができ、これを衝撃波前後の接続条件を用いてつなげば、全軸受に対する圧力分布が得られる。

4.1 領域Ⅰ この領域では速度分布に対する粘性の影響が無視でき、速度は軸受すきまを横切って一定と仮定されるが、両壁面によって気体に加えられるせん断応力は次式のごとく運動量の方程式の中に考慮される。すなわち

$$\frac{dp}{dr} + \frac{\tau_w}{h} = -\rho u \frac{du}{dr} \quad (1)$$

$$\tau_w = f\rho u^2/2 \quad (2)$$

ここに f は管のなかの流れにおけると同様の摩擦指数である⁽⁷⁾。(2)式を(1)式に代入して

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = u \frac{du}{dr} + u^2 \frac{f}{2h} \quad (3)$$

上式にて、 f を一定と仮定して論議をすすめることとする。

連続の方程式は軸受すきま h が一定であるから

$$d(r\rho u)/dr = 0 \quad (4)$$

また、完全ガスの仮定から T を絶対温度にとって

$$p\rho^{-1} = \bar{R}T \quad (5)$$

この場合のエネルギーの平衡方程式は断熱的と考えて

$$c_p dT + d\left(\frac{u^2}{2}\right) = 0 \quad (6)$$

これらの方程式に対して用いる給気孔における境界条件は、仮定(3)より

$$r = r_o : p = p^* = 0.528 p_s, \quad u = a^* = \sqrt{k p^* / \rho^*} \quad (7)$$

ただし、上式中の * 印は臨界条件にある値を示す。

(7)式を用い、(5)式と(6)式をくみ合わせ、さらに完全ガスに対する $c_p/\bar{R} = k/(k-1)$ の関係を考慮すると次式が得られる。

$$\frac{p}{\rho} = \frac{k+1}{2} \frac{p^*}{\rho^*} - \frac{k-1}{2k} u^2 \dots\dots\dots(8)$$

また, (4) 式と (7) 式から

$$u = \frac{r_0}{r} \frac{1}{\rho} \sqrt{k p^* \rho^*} \dots\dots\dots(9)$$

(9) 式を (8) 式に代入すると

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{1}{k-1} \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \frac{p}{p^*} \left[\sqrt{1 + (k^2-1) \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \left(\frac{p^*}{p} \right)^2} - 1 \right] \dots\dots\dots(10)$$

いま, F を次のように与えれば, (10) 式は F と r のみの微分方程式に帰しうる. すなわち

$$F \equiv \sqrt{1 + (k^2-1) \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 \left(\frac{p^*}{p} \right)^2} \dots\dots\dots(11)$$

$$\therefore p/p^* = \sqrt{(k^2-1)/(F^2-1)} \cdot r_0/r \dots\dots\dots(12)$$

$$\rho/\rho^* = \sqrt{(F+1)(k-1)/(F-1)(k+1)} \cdot r_0/r \dots\dots\dots(13)$$

したがって

$$\left[\frac{F-k}{(k-1)(F^2-1)} \right] \frac{dF}{d(r/r_0)} = \frac{r_0}{r} - \frac{f r_0}{2h} \left(\frac{k}{k-1} \right) (F-1) \dots\dots\dots(14)$$

上式より r/r_0 に対する F の解が得られれば, (12) 式を用いて p を求めうる. しかしながら (14) 式の厳密解を求めることは困難である. よって F_1 を F の第一次近似として摩擦なしすなわち $f=0$ の場合と考えれば, F_1 を求めることは容易である. (14) 式にて $f=0$ とおけば

$$\left[\frac{F_1-k}{(k-1)(F_1^2-1)} \right] \frac{dF_1}{d(r/r_0)} = \frac{r_0}{r} \dots\dots\dots(15)$$

上式を解き $r=r_0$ にて $F=k$ であることを考慮すれば

$$\left(\frac{r_0}{r} \right)^{2(k-1)} = \left(\frac{k^2-1}{F_1^2-1} \right)^{k+1} \left(\frac{F_1-1}{k-1} \right)^{2k} \dots\dots\dots(16)$$

これを (11) 式の関係を用いて書き直せば,

$$\begin{aligned} (r_0/r)^2 = & \{ (k+1)/(k-1) \} (p/p^*)^{2/k} \\ & - \{ 2/(k-1) \} (p/p^*)^{(k+1)/k} \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

でこれは等エントロピー変化に対応する圧力分布を与える.

F に対する第二次近似解 F_2 は (14) 式の先に省略された項に F_1 の解を用いることによって得られる. すなわち, (14) 式を

$$\begin{aligned} & \left[\frac{F_2-k}{(k-1)(F_2^2-1)} \right] \frac{dF_2}{d(r/r_0)} \\ & = \frac{r_0}{r} - \frac{f r_0}{2h} \frac{k}{k-1} (F_1-1) \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

のごとく書き直し, かつ先に得られた F_1 を数値計算によって

$$\begin{aligned} (F_1-1)/(k-1) = & 1 - 3.22(r/r_0-1)^{1/4} \\ & + 7.16(r/r_0-1)^{1/2} - 0.160(r/r_0-1) \dots\dots\dots(19) \end{aligned}$$

と近似式にて書き改めれば, (18) 式の解は次のようになる.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2(k-1)} \ln \left[\left(\frac{F_2^2-1}{k^2-1} \right)^{k+1} \left(\frac{k-1}{F_2-1} \right)^{2k} \right] \\ & = \ln \left(\frac{r}{r_0} \right) - \frac{k}{2} \frac{f r_0}{h} g(r) \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(r) \equiv & (r/r_0-1) - 2.58(r/r_0-1)^{5/4} \\ & + 4.77(r/r_0-1)^{3/2} - 0.080(r/r_0-1)^2 \end{aligned}$$

F_2 を求めるに用いた逐次近似の方法を繰返せばより厳密解に近い解を得るわけであるが, 非常に計算が面倒になるので, ここでは F_2 を用いパラメータ $f r_0/h$ の影響を検討することとした. (20) 式と (12) 式を合わせ用いれば領域 I の圧力分布を得ることは言うまでもない.

4.2 領域 II 衝撃波の後の領域では粘性が支配的であると仮定される.

したがって適用される方程式は衝撃波の存在を考慮しない従来の気体軸受理論と同じく次の三式となる.

$$dp/dr = \mu \partial^2 u / \partial z^2 \dots\dots\dots(21)$$

$$\partial(r \rho u) / \partial r = 0 \dots\dots\dots(22)$$

$$p \rho^{-n} = \text{const. (ポリトロピック変化)} \dots\dots\dots(23)$$

(21) 式より u を両壁面で $u=0$ の条件を考慮して求めれば

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dr} z(z-h) \dots\dots\dots(24)$$

したがって平均流速は

$$u_{\text{avg.}} = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{dp}{dr} \dots\dots\dots(25)$$

(22), (23), (24) 式より p を求めれば

$$p^{(n+1)/n} = c_0 \ln r + c_1 \dots\dots\dots(26)$$

ここに境界条件

$$r=r_{xy} : p=p_y, \quad x=R : p=p_a \dots\dots\dots(27)$$

を用いれば, p および dp/dr は次のごとく得られる.

$$\frac{p}{p_y} = \left[1 - \{ 1 - (p_a/p_y)^{(n+1)/n} \} \frac{\ln(r/r_{xy})}{\ln(R/r_{xy})} \right]^{n/(n+1)} \dots\dots\dots(28)$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{n}{n+1} \frac{1}{r p^{1/n}} \left[\frac{p_y^{(n+1)/n} - p_a^{(n+1)/n}}{\ln(R/r_{xy})} \right] \dots\dots\dots(29)$$

5. 衝撃波

領域 I および II における圧力分布を接続するためには, 衝撃波前後の関係条件を導入する必要がある. これは前後の圧力比を

$$\xi \equiv p_y/p_a \dots\dots\dots(30)$$

で表わし, $k=1.40$ である場合, 次のように与えられる⁽⁷⁾.

$$\rho_y/\rho_x = u_x/u_y = (6\xi+1)/(\xi+6) \dots\dots\dots (31)$$

$$T_y/T_x = \xi(\xi+6)/(6\xi+1) \dots\dots\dots (32)$$

(9) 式より u_x , (25) と (29) 式より $u_{y \text{ avg.}}$ を求め、これを (31) 式の数値比の項に代入すると

$$\frac{n+1}{n} \frac{12\mu r_o}{h^2} \ln\left(\frac{R}{r_{xy}}\right) \frac{\sqrt{k p^* \rho^*}}{\rho_x} \left[\frac{p_y^{1/n}}{p_y^{(n+1)/n} - p_a^{(n+1)/n}} \right] \\ = \frac{6\xi+1}{\xi+6}$$

領域IIにおいては経験的に等温変化の関係が実験値によくあうことが知られているから、上式において $n=1$ とおくこととし、かつ (10), (11) 式を用いて ρ_x を消去すると、

$$\frac{24\mu r_o}{h^2} \left(\frac{r_{xy}}{r_o}\right)^2 \ln\left(\frac{R}{r_{xy}}\right) \sqrt{\frac{k p^*}{\rho^*}} \left(\frac{p_x}{p^*}\right) \left(\frac{F_x-1}{k-1}\right) \frac{\xi+6}{6\xi+1} \\ = \frac{p_y^2 - p_a^2}{p_y} \dots\dots\dots (33 \cdot a)$$

ここに

$$F_x = \sqrt{1 + (k^2-1) \left(\frac{r_o}{r_{xy}}\right)^2 \left(\frac{p^*}{p_x}\right)^2} \dots\dots\dots (33 \cdot b)$$

また、(31) 式の密度比の関係に、(10) 式および $\rho_y = \rho_a p_y/p_a$ (等温変化) の関係を用いれば、

$$\frac{p^*}{\rho^*} \frac{\rho_a}{p_a} \left(\frac{r_{xy}}{r_o}\right)^2 \left(\frac{F_x-1}{k-1}\right) \eta_1 \eta_2 = \frac{6\eta_2 + \eta_1}{\eta_2 + 6\eta_1} \dots\dots\dots (34)$$

ただし、

$$\eta_1 \equiv p_x/p^*, \quad \eta_2 \equiv p_y/p^*$$

上式中における F_x の値は、衝撃波の位置 r_{xy}/r_o がきまり、摩擦指数 f の値が仮定されれば、(20) 式の F_2 を用いてその値を求めうる。 F_x がきまれば (33・b) 式から η_1 がきまり、続いて (34) 式より η_2 を求めることができる。 $\xi = \eta_2/\eta_1$ であるから、かくして (33・a) 式の左辺の各項は既知となり、与えられたすきま h に対応する p_y の値を (33・a) 式によって算出することができる。 p_y がわかれば、既に求められている圧力比 ξ , η_2 よりそれぞれ p_x , p^* が求まり、 $p^*/p_s = 0.528$ より p_s の値を算出する。この計算過程を逆に見れば、定まった f および h の場合、供給圧力 p_s が決まれば衝撃波の位置 r_{xy}/r_o が一義的に決定されることがわかる。もし p_s が一定であり h が変化すれば、もちろん r_{xy}/r_o の値が変わるわけで、同じ供給圧力でも圧力分布の形が変わり、その積分値である負荷容量も大きく h の影響を受けることがわかる。すなわち、与えられた軸受荷重 W を一定供給圧力 p_s でうける場合には、すきま h が適当な値をとって衝撃波の位置 r_{xy} を定め、全圧力分布が W を保持するように調節することがわかる。

以上の場合における f の値は管の流れの場合と同じ

く実験的に求めるべき値である。もし、 $f=0$ とおける場合には (16) 式より

$$\frac{F_x-1}{k-1} = \left(\frac{r_o}{r_{xy}}\right)^2 \eta_1^{-(k+1)/k} \dots\dots\dots (35)$$

となり、(33・a), (34) 式はより簡便な形となる。

6. 負 荷 容 量

負荷容量は領域IおよびIIにおける圧力分布を個々に積分し、加え合わせることによって求められる。しかしながら、領域Iでは F_2 より算出される圧力分布を積分することはきわめて困難である。よって F_1 を用いて近似的に求めることとし、かつ (17) 式を数値計算によって次の積分しやすい形に近似することとした。

$$p/p^* = 1.82(r_o/r)^2 - 3.56(r_o/r)^3 + 2.73(r_o/r)^4 \dots\dots\dots (36)$$

領域Iにおける近似負荷容量を $W_{I'}$ とすれば

$$W_{I'} = 2\pi \int_{r_o}^{r_{xy}} r p dr - \pi r_{xy}^2 p_a + \pi r_o^2 p_s \\ = \pi r_o^2 p^* [3.64 \ln(r_{xy}/r_o) - 7.12(1 - r_o/r_{xy}) \\ + 2.73\{1 - (r_o/r_{xy})^2\} + 0.190 \\ - (r_{xy}/r_o)^2 p_a/p^*] \dots\dots\dots (37)$$

領域IIにおいても近似負荷容量 $W_{II'}$ を、非圧縮性流体に対する圧力分布

$$p = (p_y - p_a) \ln(R/r) / \ln(R/r_{xy}) + p_a \dots\dots\dots (38)$$

を用いて次のように算出した。

$$W_{II'} = \pi R^2 (p_y - p_a) \left\{ \frac{1 - (r_{xy}/R)^2}{\ln(R/r_{xy})} - (r_{xy}/R)^2 \right\} \dots\dots\dots (39)$$

したがって近似的な全負荷容量 W' は

$$W' = W_{I'} + W_{II'} \dots\dots\dots (40)$$

として得られる。前述のように r_{xy} を仮定した場合、与えられた h に対し p_y が決まるのであるから、(37), (39) 式および (40) 式を負荷容量と r_{xy} の関係を示すのに用いることができる。

7. 実験と理論結果の比較

まず、領域Iの圧力分布を F_2 に関する (20) 式と (12) 式を用いて図式的に求めれば第2図のようになる。図には $f r_o/h$ がパラメータにとってある。破線で示す限界は流速がマッハ数1よりも小さくなる点で、これは (7), (9), (10) 式より近似的に求めうる。すなわち

$$M_{I1} \cong u/a^* = r_o \rho^* / r \rho \\ = \frac{1}{k-1} \frac{r}{r_o} \frac{p}{p^*} \left[\sqrt{1 + (k^2-1) \left(\frac{r_o}{r}\right)^2 \left(\frac{p^*}{p}\right)^2} - 1 \right]$$

したがって上式にて $M_I=1$ とおけば,

$$rp/r_o p^*=1 \dots\dots\dots (41)$$

が, 近似的に圧力分布の限界を与えるわけで, これは (20) 式の右辺が 0 になる条件である. 第 2 図により明らかなごとく, 摩擦があれば, 摩擦なしの場合に比し圧力分布曲線がしだいに上向きの傾向を示して最小圧力の存在を示し, かつ領域 I の限界を区切ることとなる. 第 3 図はパラメータ $f_o r/h$ に対する最小圧力および領域 I の限界の位置を示すもので, 衝撃波は超音速の場合にのみ発生するのであるから, 図示の限界は衝撃波発生位置を限るわけでもある. 摩擦指数 f のほかに供給孔径 r_o およびすきま h が大きく関与することも明らかである.

次に (33・a), (34) 式を用いて圧力分布の接続を明らかにするには, 式中の p^*/ρ^* を使用条件に応じて適当に定める必要がある. いま, 気体が圧縮機から比較的長い供給ラインを通じて送られるとすれば, 圧力 p_s の気体は軸受周辺の温度と等しい温度をもつと考えてよく, したがって $p_s/\rho_s = p_a/\rho_a$. また p_s が軸受の入口の臨界圧 p^* に変化する場合に断熱変化と考えられる

から, したがって $(\rho^*/\rho_s)^k = p^*/p_s = 0.528$ である. 空気を作動気体として用いるとして $k=1.40$ を用い, 上の二つの関係より p_s, ρ_s を消去すれば

$$\rho^*/\rho_a = 1.20 p^*/p_a \dots\dots\dots (42)$$

簡単な場合として $f=0$ の場合を考え, (34) 式に, (35), (42) 式の関係を用いると, (34) 式は

$$\eta_2^2 + 6\eta_2(\eta_1 - 1.2\eta_1^{1/k}) - 1.2\eta_1^{(1+k)/k} = 0 \dots (43)$$

となり, η_1 と η_2 の関係が明らかとなる. (17) 式より η_1 と r_{xy}/r_o の関係が求まるから, η_2 と r_{xy}/r_o の関係は第 4 図のように示される. 図中には ξ の値も示され, また $f \neq 0$ の場合の η_2, ξ についても前述の手順で算出された値が示されている.

全圧力分布を明らかにするには, (33・a)式を用いて p_y を算出する必要がある. 全圧力分布の理論と実験の比較には, 軸受すきまを一定として圧力分布を測定した Gross および Tang⁽⁴⁾の実験値を用いるのが, 負荷容量を考慮外にできるので便利である. 第 1 表最上段がその軸受寸法で, これと実験に用いられたすきま $h=0.00265$ in および 0.00315 in を (33・a) 式に用いれば, 第 5 図に示すごとく衝撃波前後の圧力 p_s ,

第 2 図

第 3 図

第 4 図

第 5 図

p_y を定めうる. p_y に関しては実験値と理論に良好な一致がみられるが, p_x の理論値は実験値より相当低い. また理論曲線より, p_y に対する摩擦指数 f の影響が小さいことがわかる.

第6図は fr_0/h をパラメータにとって, 衝撃波位置と給気圧力の関係を示す. 第7図の圧力分布に示すごとく, 圧力分布の実験値には急激な不連続は見出せないから, 第6図中の実験値としては最小圧力と回復時の最高圧力の位置を図示し, これを垂直線で結んで衝撃波可能範囲を示している. fr_0/h の値としては, 高い給気圧力にあっても $fr_0/h=0.03$ が実験値によく一致する結果を与える. この場合, f の値はほぼ 0.005 に相当することになる. ここに fr_0/h が増せば r_{xy}/r_0 の値が小さくなり, したがって負荷容量の減少を防ぐことは注意すべきである. また, $p_s/p_a=6$ 以下では $f=0$ の曲線で代表してもさほど差異のないことも注意すべきである.

第7図 (a), (b) は2種の すきま に対する実験値と理論の比較で, 理論線は $fr_0/h=0.03$ として計算されている. 単一衝撃波の仮定のゆえに, 遷移領域の圧力分布には相当の差異が認められるが, その外の点では良好な定性的合致が認められる. 第5図における p_x の実験値と理論の差異も, この単一衝撃波の仮定に起

因することがこの図からうかがえるであろう.

本研究の理論との比較には, 大野, 谷口の実験⁽²⁾を用いる. また未発表ながら Fuller⁽³⁾ の研究の軸受寸法も興味がある. この両者は第1表の中段および下段に示すごとく, 軸受外径はほぼ同じであるにもかかわらず, 給気孔径に大きな差異があり, ために半径比 R/r_0 に著しい差異が起っている. この差異の特性を理

第1表 実験に用いられた軸受寸法

R	r_0	R/r_0	文献番号
0.3125 in	0.0156 in	20	(4)
30.0 mm	2.0 mm	15	(2)
1.50 in	0.030 in	50	(3)

第6図

(a)

(b)

第7図

論的に検討することとすると、第 8 図は給気圧力 p_s と回復圧力 p_y との関係を示し、軸受すきま h をパラメータにとっている。この図の理論曲線は、第 5 図で f の影響があまりあらわれないことが明らかになっているから、 $f=0$ の場合について計算されたもののみを示した。軸受すきまが小さくなれば、衝撃波の発生のない $p_y=p_s$ の領域が増加することは明らかで、この領域では従来よく知られている粘性理論式を採用できるわけである。この領域は、また、 R/r_o の値の小さい場合に広がる。大きな軸受すきまの場合には、回復圧力 p_y は p_s が増加してもほぼ一定となり、周辺圧力 p_a の近傍まで降下する。軸受すきまが大きくなると、 R/r_o の影響もたいして現われない。

第 8 図

第 9 図

第 9 図は、第 8 図の例における衝撃波位置をやはり $f=0$ の場合について示す。 $r_{xy}/r_o=1$ は衝撃波なしの状態を示すわけで、すきまが小さくなり、また R/r_o が小さくなると、衝撃波が発生しにくいという第 8 図について述べた傾向がより明らかにうかがえる。大きな軸受すきまの場合 p_y が小さくなるのは、第 9 図より明らかなごとく、衝撃波位置が給気圧の増加とともに急速に給気孔より離れたし、軸受周辺に近づくため、領域 II が狭くなって流動抵抗が少なくなるためである。

近似負荷容量 W' に対する衝撃波発生の影響は第 10 図に示される。もし衝撃波が発生すれば、負荷容量は急速に減じ、軸受すきまおよび給気圧力がある程度以上大きくなると、負荷容量が容易に負値をとりうる

第 10 図

第 11 図

ことが(40)式より計算した理論曲線によって示されている。したがって、この軸受は大きなすきまでは無効なものになりうるわけで、図をみれば、 $h=0.002$ in の受け得る最大荷重を $h=0.0015$ in ならばその半分の給気圧力で支持しうることがわかる。

この近似負荷容量と大野、谷口の実験値の比較を第11図に示す。衝撃波なしの領域および負荷容量負値の領域を限る鎖線は第10図を用いて引かれたものである。この衝撃波なしの領域は従来の粘性理論式にみられるごとく、荷重が軸受すきまに関係なく給気圧力のみによって定まる領域で、衝撃波が発生したと、負荷容量は逆に給気圧力の影響をあまり受けず、軸受すきまの変化によって支配されることがわかる。破線で示す実験曲線と理論結果は定量的にはあまりよい一致を示さないが、図における曲線の水平部分は従来の理論では求めることができなかったのであるから、衝撃波発生概念の導入によって初めてとらえ得たものといえることができる。

8. 結 論

一般的に圧力分布曲線、圧力比および負荷容量について示された理論結果と実験値が定性的な傾向の一致を持つ事実は、衝撃波が発生するという新概念が正し

いことを示すものと考えてよい。細かい点で定量的な理論値と実験値の間に一致のみられなかったことは、解析のために単純化を必要としたその単純化のための仮定に基くものと考えられる。

本研究により負荷容量に対して害となる圧力分布のくぼみ部は、給気圧力、軸受すきま、 R/r_o のいずれかの値を減ずることによって減少させあるいは除去しうることが明らかとなった。また、このくぼみ部の減少には無次元パラメータ fr_o/h が二次的に関与し、これを増せば圧力分布のくぼみ部は減ずる。

最後に本研究は筆者の MIT 留学中になされたものであることを記し、未発表にもかかわらず快く実験結果を提供していただいた IBM Corp. の Dr. Gross および鄭(Tang)君に深じんの謝意を表する次第である。

文 献

- (1) 川崎, 精密機械, **13**, 5, 6, 7 (昭 22-5, 6, 7).
- (2) 大野, 谷口, 機械学会論文集, **17**, 63 (昭 26-12), 31.
- (3) D.D. Fuller, 未発表.
- (4) W.A. Gross & I.C. Tang, 未発表.
- (5) H. Sixsmith, 第 1 回国際気体軸受シンポジウム講演 (昭 34-10).
- (6) 佐々木, 森, 外 2 名, 機械学会論文集, **17**, 63 (昭 26-12), 16.
- (7) A. H. Shapiro, *Compressible Fluid Flow*, **1** (1953), Ronald Press Co., N.Y.

討

【質問】 給気孔の孔径がすきまに対して非常に大きいから、仮定のように給気孔の出口のところを“のど”とし、 $r \geq r_o$ の部分が末広部分であるラバール管におきかえて考察するのは適当であり、著者はラバール管の場合と同じように衝撃波を仮定して計算を進めている。したがって、ラバール管の圧力分布から直ちに推察されるように、理論と実験は定性的に一致している。

しかしこの場合ラバール管の場合と著しく異なることは、すきまが非常に小さいため、領域IIの解析で示されているように粘性抵抗が非常に大きな役割を果していることである。このため流れは両面の層流境界層によってほとんど占められ、主流の領域は給気孔のごく近くにかぎられるであろう。したがって、衝撃波が存在するとしても、 $r=r_o$ のごく近くに傾斜した衝撃波が存在するだけで、圧力分布に飛躍を与える直角な衝撃波の仮定はこの場合適当でないと考えられる。

そこで第2図、第7図よりわかるように、全領域に対してポルトロピック変化を仮定し、慣性項、粘性項が同じ程度の領域Iと、粘性項が支配的な領域IIとに分け、NS 方程式 [(3) 式] を解いて接続すれば付図1のように、定性的にも定量的にもより実験結果と一

論

致する理論が得られるであろう。あえて不連続面を仮定する必要はなさそうである。付図1で斜線を付した部分は普通のディフューザの流れに相応する。なお超

付 図 1

音速領域の限界は摩擦を考慮すると著者の与えた限界より実際は鎖線で示すように狭くなる。

(青 木 弘)

〔回答〕 「気体供給孔のごく近くに傾斜した衝撃波が存在するのみで、圧力分布に飛躍を与える直角な衝撃波の仮定はの場合適当でないと考えられる。」とされる点は、現象的には確かにそのような場合の起る可能性が多いとも思うが、ここではあくまで流体力学的なモデルとして集中的な単一直立衝撃波の仮定を採用して解析を可能ならしめ、定性的な現象の解析を試みたのであって、この仮定による結果が実験結果と比較してよくその傾向をとらえていることは、実際の衝撃波の性格のいかにかわらず、第一次の問題に対する接近として成功であると考ええる。より詳細な検討は本理論を基礎においた今後の問題と思う。

また、本文第 2 図圧力分布曲線を延長し領域 II の圧力分布と接続する理論解析を提示されるが、この場合にはその接続条件が問題となる。不連続面を仮定したのはこの接続の合理性のためで、御質問中図示の斜線部の「ディフューザの流れに見られる部分」はこの不連続部に相応するものである。

領域 I の限界は本文中にも述べたごとく近似的なものである。

〔質問〕 ラバール管の概念を気体軸受に適用された本研究は従来不明であった多くの点を解明され、その貴重な成果に対して敬意を表したいと思います。

摩擦のぜんぜん含まれないラバール管では、出口圧力が第 1 および第 2 臨界圧力比の間にある場合、周知のようにノズル内に必ず衝撃波を生じます。なぜならマッハ数 1 をこえた末広がりは、以後ますます加速される一方で、低圧となり出口圧力の境界条件が満足されぬからです。

しかし著者が扱われたように摩擦が存在する場合には、たとえば第 2 図に示されるように、衝撃波を伴わずに流体はマッハ数 1 まで減速され得るわけです。そしてマッハ数 1 になってしまえば、その後流れは連続的に圧力が上昇する末広がりが流れとなることができます。この流れに対して出口圧力の境界条件が合致するものがあれば、こうした流れが存在し得るわけです。

著者は第 2 図の破線(マッハ数 1)が領域 I の限界の位置を与えるといっておられるが、上述のような流れに対しては、このマッハ数 1 のところが別になにかの限界を与えることにならぬと思います。本論文で扱われた具体的な場合は別とし、純理論的な一般論として上のような事情が考えられると思いますが、この点について著者の見解をうかがいたく思います。

(甲 藤 好 郎)

〔回答〕 お説のような流れが確かに存在し得るように思う。ただこうした流れは入口条件で圧力分布の形が決まってしまうから、出口条件を満足するような

場合はまれにしか起らないことになる。したがって、指摘されたごとく具体的な場合に対してはそのような例を取扱うことができなかった。

〔質問〕 (1) 衝撃波前の流れを無粘性流れと考え、(1) 式を導き、Shapiro が一次元流れの解析で採用しているせん断応力 τ_w を用いているが、Shapiro は一次元流れの運動量方程式を導くさいに $\tau_w dA_w$ として流れに沿う面積 dA_w について考えており、ここで τ_w/h として導くことは無粘性流れと仮定した事実と反するように思われる。むしろ軸対称等エントロピ流れとしてだけ取扱ってよいのではないか。

(2) 衝撃波後の流れを粘性流れとして取扱って(21)式を採用しているが、慣性項を省略するとしても吟味を要するであろう。またこの式は形の上では二次元流れを直交座標で表わした場合に導かれる式で、半径流の場合は一般には円筒座標による表示が必要であり、粘性項のうち θ, r 方向の微分項を省略しても、 $\mu[(\partial^2 u/\partial z^2) - u/r^2]$ となり、 $-\mu(u/r^2)$ の項についての吟味が必要ではないか。

(3) 衝撃波による内圧のジャンプを問題にする場合に、 p_0 がさらに大きくなると衝撃波が出口あるいはそれより後方に生ずる場合もありうる点を吟味する必要がある。

(4) 本論文に引用されている大野、谷口の論文は r_0/R のかなり小さい場合であるが、 $r_0/R \rightarrow 1$ の場合およびその中間の場合についての我々の実験では一定荷重に対して供給圧の上昇とともに浮き上がりは増加する。

(5) 以上によりこの論文は結果の適用範囲に関しめいりょうな指示をのぞみたい。(大 野 孝)

〔回答〕 (1) 概当する運動量方程式は $-Adp - \tau_w dA_w = \rho u Adu$

で、ここに流路断面積 $A = 2\pi rh$ 、流れに添う面積 $dA_w = 2\pi r dr$ であるから、これを上式に代入し整理すれば本文(1)式を得る。したがって仮定に反する事実はないと思う。

(2) 慣性項の省略は確かに吟味を要する。しかし筆者は先にその影響がたいして大きくないことを確かめており(答 1)、また一般に慣性項を省略する取扱いが行なわれている(答 2)ので、ここでもそれにしたがった。

指摘される $-\mu(u/r^2)$ の項は $\mu(\partial^2 u/\partial z^2)$ の項と比較すれば、order estimate として

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \sim \mu \frac{u}{h^2}$$

$$\therefore \mu \frac{u}{r^2} / \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \sim \frac{u}{r^2} / \frac{u}{h^2} = \frac{h^2}{r^2} \ll 0$$

(答 1) 森、高速度軸受の流体潤滑、博士論文(昭 30)。

(答 2) たとえば D.D. Fuller, *Theory and Practice of Lubrication for Engineers* (1956), J. Wiley & Sons.

となり省略可能である。

(3) 衝撃波が出口にくることはもちろん考えられる。この時には領域Ⅰのみを考えればよく、出口圧力が出口周辺圧力 p_a より高いか低いかによって、斜めの膨脹あるいは圧縮波を発生し、不連続点はこの点となる。

(4) $r_0/R \rightarrow 1$ となれば、第 11 図は大きく描き直

されるであろう。したがって一定荷重で供給圧力の上昇とともに浮き上がりの増加することもあり得る。

(5) 適用範囲のめいりょうな指示をのぞまれるのに対し、上述のごとく、適用範囲の限界を示す事実あるいは資料に乏しい。このような資料を呈示していただければおおいに検討してみたいと思う。

621. 822. 031. 6:539. 388. 1:620. 191. 35

軸受鋼の転動疲れはく離の機構*

黒 田 昌 夫**

On the Mechanism of Flaking Due to Rolling Fatigue of Ball and Roller Bearing Steels

by Masao KURODA

The mechanism of flaking phenomena resulted from rolling fatigue of hardened ball and roller bearing steels were experimentally studied. It was ascertained that the reversible shearing stress in the sub-surface layer parallel to the rolling surface is most effective to the rolling fatigue flaking.

The study was conducted on the cross sections of many test-pieces as well as ball bearings showing micro-cracks in the sub-surface layer. These cracks were mostly located in the place where amplitude of shearing stress was calculated to be maximum, and were grown in the direction of rolling.

The fatigued area under the surface showed increased hardness and was easily etched showing unique needle-like etched appearance when etched with special etching reagent. Many cracks were found to have started on the spots of defects such as non-metallic inclusions. The relationship between the types of non-metallic inclusions and rolling fatigue life was also studied.

一般にころがり軸受の寿命とは転動体やレースの転動接触面が疲れによって はく離 するまでの時間あるいは負荷繰返し数を意味し、転動疲れに対する耐久性はころがり軸受の最も重要な特性の一つである。以下に述べるのは焼入れ、焼もどしたかたい軸受鋼、浸炭鋼の転動疲れはく離の機構に関して筆者が実験的に調べた結果をまとめたものである。

1. 転動疲れはく離の形状

転動面の疲れによる部分的な破壊はころがり軸受以外に歯車、圧延用ロール、カム、タペット、鉄道のレールとタイヤなど転動接触する表面に生ずるが、ころがり軸受はその代表的なものであり、他に比べて一般

に単位面積当りの接触荷重が大きく、またかたい軸受鋼では疲れ限度が認められない等のため特に重要性をもっており、はく離の様相も他の材料と幾分相違しているように思われる。たとえば第 1 図は機械構造用炭素鋼 8 種の焼なまし材のまま製作した円筒ころ軸受内輪に発生した疲れはく離の例で、転動接触部分には写真のようなピットが数多く発生しており、運転を継続すると個々のピットは拡大することなくピットの個数がしだいに増えて行く。

これに対して焼入れた軸受鋼でははく離が同時に 2 個以上できることは少なく最初からある面積の部分がはく離し、運転を継続するとそれがしだいに拡大して行き、はく離の形状も flaking と呼ぶのが適当と思われる。

筆者が設計、製作した軸受鋼の転動疲れ試験機の一つに第 2 図のような形状、寸法の試験片（以下リング

* 昭和 35 年 4 月 2 日 第 37 期通常総会講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和 34 年 11 月 28 日。

** 正員、東洋ベアリング製造会社桑名工場（桑名市東方字土島 2454）。