620.178.311.82:621.3.029.6

超音波疲れ試験機*

(第2報, 耐久限度の高い材料の試験法)

栗谷 丈 夫**

Fatigue Tests of Metals at Ultrasonic Frequency
(2nd Report, For Materials Having High Endurance Limits)

by Jōbu AWATANI

In the ultrasonic fatigue machine previously reported, it was necessary to adopt the test pieces contracted in the mid portion in order to induce the higher stress there, and a graphical method was required for the estimation of the value of stress induced. In this paper, the analysis of vibration of the contracted test piece at resonance condition is developed and some experiments related to this analysis are carried out. From this, the stress estimation can be easily and correctly done without the graphical complexity, if an oscillatory amplitude of only one point on the test piece is measured. As an application of this analysis, are obtained S-N characters for bearing steel and copper.

1. 緒 言

さきに発表した超音波疲れ試験機⁽¹⁾は, 試験時間がきわめて短いという利点のために, 研究用特に金属物理的な立場からしばしば利用されるようになった。しかし工業的な試験法としてこれを採用するためには, 次のような点を考慮する必要がある。

まず, この方法は第1図に再録するように, 超音波振動を金属ホーンで拡大し, その先端に取りつけた試験片を共振させるのであるから, 試験片に誘起する応力には限度があるということである。いま単純な円柱形をした軟鋼の試験片を用いれば, 30 kg/mm^2 程度が誘起する最大の応力である。したがって耐久限度の高い特殊鋼のようなものに対しては, 中央を細くした鼓状試験片を採用しなければならない。このようにすれば, 誘起応力は非常に大きくなり, だいたい 100 kg/mm^2 程度まで上げることも困難ではない。

次に考慮すべきことは, 応力の算定の方法である。円柱状試験片を用いた場合には, 振動の変位振幅は, 試験片の長さの方向に対して, $\cos$ 分布をなし, したがって, 応力は $\sin$ 分布をするので, ある1点たとえば試験片の先端のみの振幅を測定すれば, 中央部に誘起する最大応力の値はかなり正確に推定できる。この

場合は振幅測定が短時間内に行なわれるので, だいたい 10^6 以上の繰返し数に対する実験が可能である。しかし, 鼓状試験片を使用する場合には振幅分布が知られていないので, 先報で述べたように, 試験片の全長にわたりこれを観測し, それから図式で応力を求めな

第1図 超音波疲れ試験機 (振動部)

* 昭和 35 年 4 月 2 日 第 37 期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 35 年 5 月 12 日.

** 正員, 大阪大学産業科学研究所(堺市北花田町 555).

なければならない。このようなやり方は測定にかなりの時間 (約 4 分程度) がかかるので、だいたい 4×10^6 以下の繰返し数に対する実験が困難である。その上、図式によったために得られた応力の値は不正確で、これが $S-N$ 曲線でのばらつきのおもなる原因をなしているように思われる (先報の第 10 図および第 11 図参照)。

本文では、以上のような諸点を解決するために鼓状試験片の共振状態における振動を解析した。この結果を利用すれば、耐久限度の高い材料に対しても、円柱状をした耐久限度の低い試料とほとんど同じ精度と時間をもって測定を行なうことができる。なお、この応用例として軸受鋼などの $S-N$ 特性などを求めている。

2. 鼓状試験片の振動 (共振状態)

ここに使用した試験片の形状は、第 2 図に示すように、両端から一定の部分までは円柱状をなしているが、それからは指数関数的に細くなり、中央で最小の直径をもつようなものである。このような試験片に平面弾性波が誘起するものとすれば、その振動方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

ξ : 振動の振幅 (変位),

A : 断面積,

$c (= \sqrt{E/\rho})$: 伝ば速度,

t : 時間.

ω を角振動数とすれば、 $\xi = \xi_0(x)e^{i\omega t}$ のように書けるから、(1) 式は

$$\frac{d^2 \xi_0}{dx^2} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \frac{d\xi_0}{dx} + \frac{\omega^2}{c^2} \xi_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

断面 A は、 $x=0 \sim a$; $(a+2b) \sim 2(a+b)$ では一定 (A_0) で、 $x=a \sim (a+b)$; $(a+b) \sim (a+2b)$ の範囲では、それぞれ、 $A = A_0 e^{-\gamma x}$ および $A = A_0 e^{-\gamma(a+2b-x)}$ のように指数関数的に変化する。したがって、試験片は中央面に関して左右対称形をなしているの、左半部のみについての考察だけで十分である。ゆえに、上式は次のようになる。

$$x=0 \sim a; \quad \frac{d^2 \xi_0}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \xi_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$x=a \sim (a+b); \quad \frac{d^2 \xi_0}{dx^2} - \gamma \frac{d\xi_0}{dx} + \frac{\omega^2}{c^2} \xi_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

第 2 図 試験片の形状

上式の解は容易に求められて、

$$x=0 \sim a;$$

$$\xi_0(x) = K_1 \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right) + K_2 \sin\left(\frac{\omega}{c} x\right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$x=a \sim (a+b);$$

$$\xi_0(x) = e^{(\gamma/2)x} \left[L_1 \frac{\cos}{\cosh}\left(\frac{\omega}{c_1} x\right) + L_2 \frac{\sin}{\sinh}\left(\frac{\omega}{c_1} x\right) \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、

$$c_1 = c \left\{ \pm \left(1 - \frac{\gamma^2 c^2}{4\omega^2} \right) \right\}^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式中の $\pm$ の符号は c_1 が実数値を取るように選ぶ、(6) 式の [] 中の三角関数は + 符号に、双曲線関数のほうは - 符号に対応している。また、 K_1 , K_2 , L_1 および L_2 は振動様式と境界条件から定まる定数であるが、ここで取扱うのは一端 ($x=0$) で振幅 (ξ_{00}) を与えた場合の自由な基本共振の状態であるから、

$$\left| \xi_0(x) \right|_{x=0} = \xi_{00} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\left| \frac{d\xi_0(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\left| \xi_0(x) \right|_{x=a+b} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

のような条件式が必要である。また、 $x=a$ において、変位と応力の連続性より、

$$\left| \xi_l(x) \right|_{x=a} = \left| \xi_r(x) \right|_{x=a} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\left| \frac{d\xi_l(x)}{dx} \right|_{x=a} = \left| \frac{d\xi_r(x)}{dx} \right|_{x=a} \quad \dots\dots\dots (12)$$

が成立しなければならない。ここで (11) および (12) 式の添字 l および r は、 $x=a$ なる断面の左右両側における量をそれぞれ表わしている。

これらの諸式から $K_1 = \xi_{00}$, $K_2 = 0$ となり、さらに次の諸式が得られる。

$$x=0 \sim a; \quad \xi_0(x) = \xi_{00} \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right) \dots\dots\dots (13)$$

$$L_1 \frac{\cos}{\cosh} \left\{ \frac{\omega}{c_1} (a+b) \right\} + L_2 \frac{\sin}{\sinh} \left\{ \frac{\omega}{c_1} (a+b) \right\} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

$$L_1 \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) + L_2 \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) = \xi_{00} e^{-\tau a/2} \cos\left(\frac{\omega}{c} a\right) \dots\dots\dots (15)$$

$$\begin{aligned} L_1 \left\{ \frac{\gamma}{2} \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) \mp \left(\frac{\omega}{c_1} \right) \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) \right\} + L_2 \left\{ \frac{\gamma}{2} \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) + \left(\frac{\omega}{c_1} \right) \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) \right\} \\ = -\xi_{00} \left(\frac{\omega}{c} \right) e^{-\tau a/2} \sin\left(\frac{\omega}{c} a\right) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

(14)~(16) 式より未定定数 L_1 および L_2 と周波数方程式が導かれるが、まず周波数方程式を求めると、

$$\begin{vmatrix} \left\{ \frac{\gamma}{2} \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) \mp \left(\frac{\omega}{c_1} \right) \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) \right\}, & \left\{ \frac{\gamma}{2} \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) + \left(\frac{\omega}{c_1} \right) \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right) \right\}, & -\xi_{00} e^{-\tau a/2} \left(\frac{\omega}{c} \right) \sin\left(\frac{\omega}{c} a\right) \\ \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right), & \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} a \right), & \xi_{00} e^{-\tau a/2} \cos\left(\frac{\omega}{c} a\right) \\ \frac{\cos}{\cosh} \left\{ \frac{\omega}{c_1} (a+b) \right\}, & \frac{\sin}{\sinh} \left\{ \frac{\omega}{c_1} (a+b) \right\}, & 0 \end{vmatrix} = 0$$

これを簡単にすると、

$$\left(\frac{\omega}{c} \right) \sin\left(\frac{\omega}{c} a\right) \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right) - \left(\frac{\omega}{c_1} \right) \cos\left(\frac{\omega}{c} a\right) \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right) + \frac{\gamma}{2} \cos\left(\frac{\omega}{c} a\right) \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right) = 0 \dots\dots\dots (17)$$

(17)式は試験片の基本共振の周波数を規定するものである。しかしいまの場合は、試験機の振動数に合うように試験片を製作するのであるから、この式を試験片の長さの算出に用いる。工作の都合上、試験片の指数関数的に変化する部分を最初に定めるほうが都合がよい。このときは(17)式を次の形に書き改めるほうが便利である。

$$\tan\left(\frac{\omega}{c} a\right) = \frac{\left\{ \left(\frac{\omega}{c_1} \right) \frac{\cos}{\cosh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right) - \frac{\gamma}{2} \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right) \right\}}{\left(\frac{\omega}{c} \right) \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right)} \dots\dots\dots (18)$$

このようにすれば(18)式の右辺は既知の値となるので、 a が算出され、したがって、試験片の全長 $2(a+b)$ が求まることになる。

次に未定定数 L_1 と L_2 、振幅分布および最大誘起応力などを算出する。(14)と(15)の両式から未定定数は

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \xi_{00} e^{-\tau a/2} \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} a\right) \frac{\sin}{\sinh} \left\{ \frac{\omega}{c_1} (a+b) \right\}}{\frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right)}, \\ L_2 &= -\xi_{00} e^{-\tau a/2} \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} a\right) \frac{\cos}{\cosh} \left\{ \frac{\omega}{c_1} (a+b) \right\}}{\frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

したがって、振動の振幅は(5)、(6)両式より次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x=0 \sim a, \quad \xi_0(x) &= \xi_{00} \cos\left(\frac{\omega}{c} x\right), \\ x=a \sim (a+b), \quad \xi_0(x) &= \xi_{00} e^{\tau(x-a)/2} \cos\left(\frac{\omega}{c} a\right) \frac{\sin}{\sinh} \left\{ \frac{\omega}{c_1} (a+b-x) \right\} \frac{\sin}{\sinh} \left(\frac{\omega}{c_1} b \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

また、試験片に誘起する最大応力 $\sigma_{\max}$ は

$$\sigma_{\max} = E \left| \frac{d\xi_0(x)}{dx} \right|_{x=a+b}$$

$$= -\xi_{00} E e^{\gamma b/2} \frac{\left(\frac{\omega}{c_1} \right) \cos \left(\frac{\omega}{c} a \right)}{\sinh \left(\frac{\omega}{c_1} b \right)} \dots\dots(21)$$

この式でわかるように、自由端の振幅 ξ_{00} のみを測定すれば、応力は理論的に求められることになる。

いま比較のために、自由端の振幅の等しい鼓状試験片と円柱試験片とに誘起する最大応力の比を求めてみる。円柱状試験片では、振幅は $\cos$ 分布をなし、したがって、中央部の最大誘起応力 ($\sigma_{\max}'$) は

$$\sigma_{\max}' = -\xi_{00} E \left(\frac{\omega}{c} \right) \dots\dots(22)$$

両者の比をとれば、

$$M = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max}'} = \frac{c}{c_1} \frac{\cos \left(\frac{\omega}{c} a \right)}{\sinh \left(\frac{\omega}{c_1} b \right)} e^{\gamma b/2} \dots\dots(23)$$

この M の値を、試験片の中央部を細くすることによって得られる誘起応力の拡大率とみなすことができる。

第3図 誘起応力の拡大率

第4図 試験片の外観

断面を細くする程度を示す尺度として直径比 ($d_{\min}/d_{\max}$) を取るならば、これと拡大率との関係は上式より第3図のようになる。ただし、同図は軸受鋼 ($E=2.10 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$; $c=5.14 \times 10^3 \text{ cm/s}$) の試験片で、指数関数的に変化する部分の長さが 60 mm であり、かつ共振周波数は 18.3 kc/s に対するものである。

3. 実験的検討

前節で行なった解析は、振動の変位振幅が各断面について一様で、かつ軸方向のみに起るとする仮定の下で行なっている。ここで以上の解析結果を確かめるために、4種類の試験片について、

(a) 共振周波数を与えた場合、試験片の長さが(18)式に従うか否か。

(b) (20)式が実際の振幅分布を表わしているかどうか。

の諸点を実験的に検討した。

第1表は試験片断面の縮小率 γ や試験機の周波数 (18.3 kc/s) に合うように (18) 式から求めた試験片の長さおよび実験的に得られたその値などを表示したものであるが、理論と実験の両値の間にはかなりのよい一致がみられる。第4図はこれら試験片の外観を示している。

第1表 試験片寸法

試験片 番号	断面縮小率 γ	直径比 $d_{\min}/d_{\max}$	指数関数的 変化をする 部分 mm	試験片の長さ mm	
				理論値	実験値
No. 1	0	1	0		140.3
No. 2	0.148 763	0.8	60	128.0	125
No. 3	0.340 552	0.6	60	110.5	107
No. 4	0.610 864	0.4	60	87.1	86

第5図 振動振幅の分布

次に、これら4種類の試験片について、振幅分布を読取り顕微鏡(倍率 200)で測定した。第5図の×および●印はこれらの測定値である。曲線 No. 1 は、円柱状試験片に対するものであるから、その振幅分布は全長にわたり、 $\xi_0(x) = \xi_{00} \cos(\omega/c \cdot x)$ によって表わされている。No. 2~No. 4 は (20) 式から求めたものであるが、その中 No. 2 と No. 3 は同式中の $\sin$ 符号を、No. 4 は $\sinh$ 符号をそれぞれ採用して計算している。換言すれば、No. 4 の試料は (7) 式で一符号に対応するような形状になっている。

以上、これらの実験結果から判断すれば、ここで行なった解析はかなり正確に適用し得るものと思われる。

4. 応 用 例

以上の応用例として、軸受鋼(2種)の $S-N$ 曲線を求めた。第6図は 830°C から油焼入れした No. 4 試料についての測定結果である。これから明らかに、測定値のばらつきは、この種の装置としては予想以上にわずかである。また $S-N$ 曲線の折曲り点はだいたい 10^8 回のところに現われるのではないかと思われる。しかし、破断応力は繰返し数 10^7 回で約 70 kg/mm^2 であるが、耐久限度は通常のものよりもかなり低い値を示し、また $S-N$ 曲線のこう配が急しゅんである。この測定では熱の発生を極力防止するため、試験片の周囲に十分な冷却水を流下させた。このような条件では発熱のようすは全然観測されなかったが、あるいは局部的に予期以上の熱を発生しているのではないかという心配がある。増殖した転位が集合、交差して微視的き裂の原因をなしているものとするれば、これらは局所的な温度上昇により、いくぶん焼なましされるものと思われる。したがって振幅が大きいほど破断を起す繰返し数は上昇するものと考えられる。かくして $S-N$ 曲線のこう配は急しゅんになるとともに、耐久限度における繰返し数は通常の試験の場合よりも高くなることが予想される。また1回の試験は長くても2時間以内に完了するのであるから、冷却水による腐食の影響はそれほど問題にならないと考えられるが、これまた $S-N$ 曲線の傾きに多少寄与しているのではないかと思われる。しかしこれらのことは、この実験結果からだけでは確かな結論をくだすことはできない。

第6図 $S-N$ 曲線 (軸受鋼)

第7図 $S-N$ 曲線 (銅)

次に単純な円柱状試験片の応用例として、銅 (99.9%) に対して得られた $S-N$ 曲線を第7図に付記した。この結果では、 10^8 回の繰返し数における耐久限度はほぼ 8 kg/mm^2 で、これは通常の試験法から予想し得る値とだいたい一致している。

5. 結 論

以上本文では、試験片の中央部を指数関数的に細くした、いわゆる、鼓状試験片の共振状態を解析し、その結果を実験的に確かめた。これによって中細試験片を用いるならば、耐久限度の高い材料に対しても十分疲れ試験を行ない得ると同時に、応力の算定が図式によらずに、単に1点の振幅測定からかなり正確にかつ迅速に行なうことができた。また応用例として、軸受鋼や銅などの $S-N$ 曲線を求めたが、超音波法としては測定値偏差のわずかな結果を得ることができた。

文 献

- (1) 栗谷, 宮本, 機械学会論文集, 24, 143 (昭 33-7), 480.