および
$$\bar{Q} = \frac{2\alpha U(2i-k+2ak)}{k[H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)]} \dots\dots\dots (A.5)$$

次にビオ, サバールの法則によって誘導速度の垂直方向成分は

$$\bar{w}_r(\xi) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\bar{r}_w(\xi_0)}{\xi - \xi_0} d\xi_0 = -\pi k \bar{Q} e^{-ik\xi^*} \dots\dots\dots (A.6)$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ik\xi_0^*}}{\xi^* - \xi_0^*} d\xi_0^* = 2ie^{-ik\xi^*} \int_0^{\infty} \frac{\sin k\lambda}{\lambda} d\lambda = \pi i e^{-ik\xi^*}$$

よって後方翼中心における誘導速度の垂直成分は (A.5), (A.6) 式から次のように求められる。ただし, α の代りに前方翼に関する α_r でおきかえる。

$$\bar{w}_r(0) = \frac{-2\pi(2i-k+2ak)U\alpha_r}{[H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)]} e^{-ikp^*} \dots\dots\dots (A.7)$$

文 献

- (1) R.G. Loewy, *J. Aeron. Sci.*, **24**, 2 (1957).
- (2) L. Goland & A. A. Perlmutter, *J. Aeron. Sci.*, **24**, 4 (1957).
- (3) R. Timman & A.I. Vooren, *J. Aeron. Sci.*, **24**, 9 (1957).
- (4) R. L. Bisplinghoff and others, *Aeroelasticity*, (1955).

621. 822. 7. 034:534. 13

玉 軸 受 の 振 動*

(第3報, 軸方向の玉通過振動について)

田 村 章 義**, 谷 口 修**

Ball Bearing Vibrations

(3rd Report, On the Axial Vibration Caused by Passing Balls)

by Akiyoshi TAMURA and Osamu TANIGUCHI

The vibration of ball bearing caused by the passing balls appears in both radial and axial directions. In the first report the authors dealt with the radial vibration. The cause and the phenomena in the case of the axial vibration are complicated. In the second report the authors described the subharmonic vibration of the order 1/2 caused by the passing balls and showed that the axial motion became unstable for a certain region of the rotational speed.

In this paper, firstly it is proved that the axial vibration of the order 2/2 caused by the passing balls becomes unstable in the case where the number of balls is a few and for the ball bearing having many balls such motion does not appear. Secondly in the case where the outer race is slightly inclined toward the shaft it is proved that the axial vibration of the order 2/2 caused by the passing balls produces the motion like a forced vibration and shows the resonant phenomena.

1. 緒 言

水平回転体が玉軸受でささえられた場合, 玉軸受によって発生する軸方向振動の一つとして, 玉保持器速度の玉数倍の振動数をもつ玉通過振動がある。玉通過

振動は半径方向にも表われ, それについては第1報で報告した⁽¹⁾。軸方向の玉通過振動の原因は, 半径方向の玉通過振動より複雑である。軸方向には玉通過振動の1/2次のものが表われ, それについては第2報で報告した⁽²⁾。本論文においては軸方向の2/2次玉通過振動について実験ならびに解析結果を報告する。

軸方向の2/2次玉通過振動の原因には二つ考えられる。その一つは玉の配置によって軸方向のばね特性が

* 昭和34年12月10日 関西支部第206回講演会において講演, 原稿受付 昭和35年5月6日。

** 正員, 東京工業大学(東京都目黒区大岡山1)。

かわる可変弾性であり、他の一つは外輪が軸に対して傾いていることである。前者の理由によって発生する軸方向の $2/2$ 次玉通過振動は通常の玉軸受の場合は $1/2$ 次の玉通過振動にくらべてはるかに発生しにくいのであるが、玉数が少ないと発生するので玉数3の玉軸受で実験を行ない解析結果と比較した。しかし玉数の多い市販の玉軸受でも、一般に実際に使用する場合には軸方向の $2/2$ 次玉通過振動がよく発生する。これは後者の原因によって発生すると考えられ、これに対しては玉数6および9の玉軸受で実験を行ない解析と比較した。このように以上の二つの振動は、振動数は同じであるが性質は異なる。

玉軸受によってささえられた回転体の振動としては、一般に軸の弾性も考慮されるべきであるが⁽³⁾、ここでは玉軸受の構造から起る振動を問題にしているので、回転軸は剛体とする。

2. 実 験

2.1 実験装置 実験装置の略図を第1図に示す。軸長 300 mm, $1/4000$ テーパー軸の一端に供試玉軸受(6207形, 玉数3, 6および9)がはまっていて、軸のほぼ中央に重量 11.8 kg の回転体が付付けられている。軸の他端はジャーナル軸受でささえられている。玉軸受の軸方向のばね特性などの静力学的実験を行なうときは、ジャーナル軸受では摩擦が大きいため、この部分を2個の玉軸受に取換える。両者の場合とも微動装置によって完全に心出しが行なえるようになっている。第1図はスラストをかけて軸方向のばね特性を測定しているところを示す。

計測は回転軸の軸方向(A)および水平方向(B)の振動と玉保持器速度(C)および軸回転速度(D)を同時に測定することができるようになっている。これらの振動および回転速度はすべて電気容量変換形の測定器を用いてオシログラフで記録した。

2.2 静力学的実験 玉軸受の軸方向ばねこわさは玉の配置によってかわり、その玉配置によるばねこわさの変動の第1次近似値は実験結果とほぼ一致することを第2報⁽²⁾で示した。しかし $2/2$ 次玉通過振動の議論には、ばねこわさの変動に対して、高次のものを含んだ第2次近似値が必要である。そこで一定スラストのもとで軸を静かに回転して軸方向変位を測定し、その測定値を分析して玉通過変位を求めることによって微小なばねこわさの変化を求めた。実験によれば、一定スラストのもとにおける軸方向の玉通過変位は、玉数の少ない場合には、高次のものを非常に多く含んでいる。たとえば玉数3の場合、スラストが0.5 kg, 0

および -0.5 kg のときの軸方向玉通過変位を第2図にプロットした。この場合の玉通過変位は後述する計算値(実線)とほぼ一致している。しかし玉数が多くなると高次のものは計算値よりはるかに少なくなる。

次に玉数6の玉軸受について、軸方向の玉通過変位が外輪の軸に対する傾きによってどのように変化するかを実験した。装置の関係で外輪を傾けるかわりに軸を y 軸(第10図参照)のまわりに $1/2000$, 0および $-1/2000$ rad 傾けて実験した。軸をわずかに傾けると重力による軸方向成分を生ずるが、その量は省略しうる程度の微小量なので、軸をわずかに傾けたということは外輪を傾けたことと同等と考えてよい。玉通過変位の振幅とスラストの関係の実験結果を第3図に示した。この場合の供試玉軸受のラジアル荷重は 7.04 kg である。玉通過変位だけについて考えると、外輪の xy 面(第10図参照)が y 軸のまわりにわずかに傾いているということは小さなスラストをうけていることと同じであることがこの図からわかる。外輪の傾く方向が逆になると、ちょうど逆方向のスラストをうけたことと同じになる。

第4図に玉数9の場合における玉通過変位の振幅とスラストの関係の実験結果を示した。原点をはずれているのは外輪がわずかに傾いていたためと第3図の結果から推察される。

2.3 振動測定 2.2 で説明した玉数3, 6および9の各場合について、玉通過速度($2\omega_B$)が玉軸受による軸方向ばねと回転体とで構成する1自由度系の固

第 1 図

第2図 軸方向玉通過変位(玉数3)

有角振動数(ω_n)に近づくと軸方向の振動の振幅が一般に大きくなった。これらの実験結果を次に説明する。

2.3.1 玉数3の場合 ($\omega_n/\omega_B)^2=4$ 付近における振動の一例として, ($\omega_n/\omega_B)^2=4.1$ における振動を第5図に示した。オシログラムには, 上から順にタイムマーク, 玉保持器速度, 水平方向振動および軸方向振動が記録されている。その軸方向の1周期は玉通過の1周期に一致しており, 振幅は玉軸受のもつ軸方向の がた の程度に及ぶ。この振動はある回転速度の範囲内で発生した。その発生範囲を第12図にプロットしてある。この軸方向の2/2次玉通過振動の1周期は内輪のほぼ5/6回転に相当しているので内輪の回転に起因する振動があるならば, これらの振動数は近づいている。後述するように, 不安定限界に近い安定域において, これらの両者はうなり現象を生ずることが考えられる。 $(\omega_n/\omega_B)^2=3.7$ の回転速度で記録したうなりを第6図に示した。うなりの成分は2/2次玉通過振動と内輪回転の一次で, その1周期は玉保持器のちょうど2回転であり, 定性的には全く一致している。

2.3.2 玉数6の場合 この場合は, 外輪を軸に対して正しく取付けた状態で実験すると, 玉数3の場合のように軸方向の2/2次玉通過振動の振幅が非常に大きくなることはなかった。次に外輪の軸に対する傾

第3図 外輪の傾きが軸方向玉通過変位に及ぼす影響(玉数6)

第4図 軸方向の玉通過変位(玉数9)

きの影響を調べるため, 軸をy軸のまわりにわずかに傾けた状態で, 回転速度をかえて振動を測定し, 分析して2/2次玉通過振動の振幅を求めた。第7図に傾きが0, 1/2 000 および -2/2 000 rad のときの分析結果を示した。外輪が軸に対して傾いた場合の2/2次玉通過振動の振幅は1自由度系の強制振動の共振現象と同じ傾向を示している。第8図にその傾きが1/2 000 および -2/2 000 rad の各場合について, 一例としてほとんど同じ回転速度の場合の振動波形を示した。このオシログラムから傾きが逆になると位相が逆になることがわかる。ほかの回転速度でも全く同じであった。

2.3.3 玉数9の場合 この場合の軸方向玉通過振動のようすは玉数6の場合と同じである。第4図に示した取付け状態で, 回転速度をかえて軸方向の振動を測定した。その振動波形から玉通過振動を分析し, 整理したのが第9図である。

3. 解 析

記号(第10図および第11図参照)

第5図 $(\omega_n/\omega_B)^2=4.1$ における振動波形(玉数3)

第6図 $(\omega_n/\omega_B)^2=3.7$ におけるうなり(玉数3)

m : 回転体質量

$O-x, y, z$: 静止座標系

$O-\xi, \eta, \zeta$: 回転体に固定した運動座標系

$O'-O'$: 重心 O' を通る対称軸 (ζ 軸)

O'' : $A-A$ 断面における内輪軌道面の中心

α : 圧力角

β : OO'' が x 軸となす角

C : $r_i + r_o - 2r$

r_i : 内輪みぞ半径

r_o : 外輪みぞ半径

r : 玉の半径

$e = O'O''$: 内輪の偏心

ε_j : 内輪の みぞ底円 と $\xi\eta$ 面との不一致によつて生ずる静力学的軸方向変位の振幅 ($j=1, 2, \dots$)

e_{Bx}, e_{By} : x および y 方向の静力学的玉通過変位の

第 7 図 軸方向玉通過振動の共振曲線 (玉数 6)

(a) 傾き 1/2000 rad, 内輪回転速度 9.3 c/s

(b) 傾き -2/2000 rad, 内輪回転速度 9.2 c/s

第 8 図 外輪の傾きによる玉通過振動 (玉数 6)

振幅

$2\omega_B$: 玉通過角速度 = (玉保持器角速度) × (玉数)

ω : 内輪角速度

P_i : γ_i 位置の玉から内輪がうける法線力

γ_i : O'' を通る鉛直軸から各玉までの角度

$S = \sum P_i / \sum P_i \cos \gamma_i$
 $= S_0 (1 - 2\lambda_1 \cos 2\omega_B t - 2\lambda_2 \cos 4\omega_B t \dots)$

S_0 : S の平均値

$\omega_n^2 = S_0 g l_1 / Cl$

$\tau_B = \omega_B t$

$\tau = \omega t = \tau_B \omega / \omega_B$

$a = (\omega_n / \omega_B)^2$

$q = a \lambda_1$

$\mu q = \lambda_2 / \lambda_1$

$h = n / 2m\omega_B = \sqrt{a} n / n_c$

$nC\dot{\alpha}$: 減衰力

第 9 図 玉通過振動の共振曲線 (玉数 9)

第 10 図

第 11 図 A-A 断面

$n_c = 2m\omega_n$: 臨界減衰係数

$$f(\tau) = f(\omega t) = -\frac{1}{C} \frac{1}{\omega B^2} \frac{d^2}{dt^2} (\Sigma \epsilon_j \cos j\omega t) \\ = T_{01} \cos \tau = q^2 T_1 \cos \tau$$

$$f'(2\tau_B) = -\frac{1}{C} \frac{1}{\omega B^2} \frac{d^2}{dt^2} (\epsilon_B \cos 2\omega Bt) = T_{02} \cos 2\tau_B \\ = q^2 T_2 \cos 2\tau_B$$

ϵ_B : スラストが0の場合の静力学的軸方向玉通過変位の振幅

玉軸受によってひき起される振動を明確にするため第1図のような実験装置で実験を行なったがその結果を解析するため, これを簡単にして描くと第10図のようになる。

つりあいのとれた回転体が一定角速度 ω で回転しているとき, 回転体の軸方向の運動方程式をラグランジュの式から導き, 内輪軌道面の中心 O'' の方向 OO'' と x 軸(第11図参照)とのなす角 β が α と同程度であると仮定すれば(1)式をうることは第2報にのべた⁽²⁾。

$$\ddot{\alpha} + S \left\{ \frac{gl_1}{Cl} - \frac{I + ml_1^2}{ml^2} \frac{d^2}{dt^2} \left(\frac{e}{C} \cos \omega t - \frac{e_{Bz}}{C} \cos 2\omega Bt \right) \right\} \alpha \\ = -\frac{d^2}{dt^2} \Sigma \frac{\epsilon_j}{C} \cos j\omega t \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで軸方向のばね特性が線形である範囲内で, S の第2次近似として次のようにおく。

$$S = \Sigma P_i / \Sigma P_i \cos \gamma_i \\ = S_0 (1 - 2\lambda_1 \cos 2\omega Bt - 2\lambda_2 \cos 4\omega Bt) \quad \dots\dots (2)$$

1/2 分数次玉通過振動を取扱った $(\omega_n/\omega B)^2 \approx 1$ 付近の回転速度⁽²⁾では, その近似解法からもわかるように, 角速度 $4\omega B$ をもつ弾性変化量 $2\lambda_2$ は 1/2 分数次玉通過振動に影響しなかったが, 2/2 次玉通過振動を取扱う $(\omega_n/\omega B)^2 \approx 4$ 付近の回転速度では $2\lambda_2$ が影響するのでこれを考慮した。

玉通過によって生ずる現象を明確にするため, 偏心 e を含む項が他の微少項と比較して十分無視しうる場合を取扱う。また半径方向玉通過変位 e_{Bz} を含む項は一般に他の微小項と比較して十分無視しうるから,

(1) 式は次のようになる。

$$\ddot{\alpha} + S_0 \frac{gl_1}{Cl} (1 - 2\lambda_1 \cos 2\omega Bt - 2\lambda_2 \cos 4\omega Bt) \alpha \\ = -\frac{1}{C} \frac{d^2}{dt^2} (\Sigma \epsilon_j \cos j\omega t) \quad \dots\dots\dots (3)$$

(3) 式の右辺が0の場合は Hill の方程式として知られている⁽⁴⁾。実際の場合には減衰力がはたらくから減衰力として $\dot{\alpha}$ に比例した $nC\dot{\alpha}$ を考慮すると次のようにおくことができる。

$$\ddot{\alpha} + \frac{n}{m} \dot{\alpha} + S_0 \frac{gl_1}{Cl} (1 - 2\lambda_1 \cos 2\omega Bt - 2\lambda_2 \cos 4\omega Bt) \alpha \\ = -\frac{1}{C} \frac{d^2}{dt^2} (\Sigma \epsilon_j \cos j\omega t) \quad \dots\dots\dots (4)$$

記号を用いて(4)式を書きなおすと次のようになる。

$$\frac{d^2 \alpha}{d\tau_B^2} + 2h \frac{d\alpha}{d\tau_B} + (a - 2q \cos 2\tau_B - 2\mu q^2 \cos 4\tau_B) \alpha \\ = f(\tau) \quad \dots\dots\dots (5)$$

a すなわち $(\omega_n/\omega B)^2$ が4付近において, 定常振動を持続するのに必要な減衰量および定常振動の位相を, $2h$ が q の程度であるとして, q が微小なので逐次近似法で(5)式から求める。必ずしも必要ではないが, 計算を簡単にするため

$$f(\tau) = T_{01} \cos \tau, \quad T_{01} = q^2 T_1$$

と仮定する。次に

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 + q\alpha_1 + q^2\alpha_2 + \dots\dots\dots \\ a &= 4 + q\xi_1 + q^2\xi_2 + \dots\dots\dots \\ 2h &= q\eta_1 + p^2\eta_2 + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

において, これを(5)式に代入し, q^n の係数を等置して, q^2 項までとって α を求めると次のようになる。

$$\xi_1 = \eta_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (7) \\ \alpha = A_2 \cos 2\tau_B + B_2 \sin 2\tau_B + T_{01} \cos \tau / \{4 - (\tau/\tau_B)^2\} \\ + (q/4) \{A_2 - (1/3)(A_2 \cos 4\tau_B + B_2 \sin 4\tau_B)\} \\ + (q^2/32) \{(1/12) - \mu\} (A_2 \cos 6\tau_B + B_2 \sin 6\tau_B) \\ \dots\dots\dots (8)$$

$$\tan \phi_2 = \frac{B_2}{A_2} = \frac{2\eta_2}{\xi_2 + \mu + (1/12)} \\ = \frac{\xi_2 - \mu - (5/12)}{-2\eta_2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで A_2 および B_2 は初期条件によって与えられる定数である。

$\sqrt{A_2^2 + B_2^2} \approx 0$ のための第1次近似として次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} -4\eta_2^2 &= \{\xi_2 + \mu + (1/12)\} \{\xi_2 - \mu - (5/12)\} \\ \text{あるいは} \\ -16a(n/n_c)^2 &= \{a - 4 + (q\lambda_2/\lambda_1) + (q^2/12)\} \\ &\quad \times \{a - 4 - (q\lambda_2/\lambda_1) - (5q^2/12)\} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

減衰のない場合は $n/n_c = 0$ であるから(10)式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} a - 4 + (q\lambda_2/\lambda_1) + (q^2/12) &= 0 \\ a - 4 - (q\lambda_2/\lambda_1) - (5q^2/12) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

定常振動をうるための条件式(10)および位相角 ϕ_2 の式(9)は別の方法でもとめた Hill 方程式の不安定領域の解⁽⁵⁾と一致している。(8)式の右辺第1項および第2項は2/2次玉通過振動を示しており, 第3項は内輪みぞ横ぶれによる強制振動を示している。

(10)式は定常振動をうるための条件式であると同時に安定および不安定領域の境界を示している。以上の解析によれば, (10)式を満足し, さらに $2\omega B$ と ω が

近づいているとき両者はうなりを発生することが(8)式からわかる。

$(\omega_n/\omega_B)^2 \approx 4$ 付近の実験で、軸方向振動の振幅が玉軸受の軸方向がたの程度の大きな振幅になった玉数 3 の場合の不安定領域を次に計算する。玉数 3 の場合は第 1 表に示したように $\lambda_2/\lambda_1 = 0.228$ であるから、これを(10)式に代入し、減衰量 n/n_c をパラメータとして(10)式の解を図示すると第 12 図のようになる。この図で $n/n_c = \text{一定}$ の曲線がかかれた範囲内では、振動が不安定になる。 $n/n_c = 0.01 \sim 0.02$ (実験値) のとき、玉数 3 の場合は $(\omega_n/\omega_B)^2 \approx 4$ 付近で振動が不安定になったが、これは解析結果とほぼ一致している。

玉数 6 および 9 の場合には、実験において $n/n_c = 0.01 \sim 0.02$ のとき、 $(\omega_n/\omega_B)^2 \approx 4$ 付近の回転速度で不安定振動の発生はみられなかった。これは解析的にも玉数 3 のときと同じようにして(10)式から計算して容易に証明される。しかし一般に $(\omega_n/\omega_B)^2 \approx 4$ 付近の回転速度で玉通過振動の振幅にピークが表われる。静力学的実験によると、玉軸受外輪の xy 面を y 軸のまわりにわずかに回転した状態はちょうどつりあいの位置が軸方向にわずかに移動した状態と同じ結果を示した。すなわち静力学的にはわずかのスラスト荷重がかかったのと同じ性質を示す。したがって運動方程式は(3)式の右辺に角振動数 $2\omega_B$ の強制力が加わった形になる。すなわち

$$\ddot{\alpha} + S_0 \frac{gl_1}{Cl} (1 - 2\lambda_1 \cos 2\omega_B t - 2\lambda_2 \cos 4\omega_B t) \alpha = -\frac{1}{C} \frac{d^2}{dt^2} (\sum \varepsilon_j \cos j\omega t + \varepsilon_B \cos 2\omega_B t) \quad \dots (12)$$

(5) 式の誘導と同じように、減衰力を考慮して、置

玉数 3, $\lambda_2/\lambda_1 = 0.228$

直線 A は $\lambda_1 = 0.126$ を示す

第 12 図 不安定領域限界線図

換すると次のようになる。

$$\frac{d^2 \alpha}{d\tau_B^2} + 2h \frac{d\alpha}{d\tau_B} + (a - 2q \cos 2\tau_B - 2\mu q^2 \cos 4\tau_B) \alpha = f(\tau) + f'(2\tau_B) \quad \dots (13)$$

ここで

$$f'(2\tau_B) = -\frac{1}{C} \frac{1}{\omega_B^2} \frac{d^2}{dt^2} (\varepsilon_B \cos 2\omega_B t)$$

ε_B はスラストが 0 の場合における静力学的軸方向玉通過の振幅である。 $f(\tau)$ および $f'(2\tau_B)$ がともに q^2 の程度と仮定して、 $f(\tau) = T_{01} \cos \tau = q^2 T_1 \cos \tau$ および $f'(2\tau_B) = T_{02} \cos 2\tau_B = q^2 T_2 \cos 2\tau_B$ とおく。 a すなわち $(\omega_n/\omega_B)^2$ が 4 付近における(13)式の定常解を(6)式のようにおいて、前と同じ方法でとき q^2 項までとって α をもとめると次のようになる。

$$\alpha = A \cos 2\tau_B + B \sin 2\tau_B + T_{01} \cos \tau / \{4 - (\tau/\tau_B)^2\} + (q/4) \{A - (1/3)(A \cos 4\tau_B + B \sin 4\tau_B)\} + (q^2/32) \{(1/12) - \mu\} (A \cos 6\tau_B + B \sin 6\tau_B) \quad \dots (14)$$

$$\tan \psi = \frac{B}{A} = \frac{4\sqrt{a} n/n_c}{a - 4 + q(\lambda_2/\lambda_1) + (q^2/12)} \quad \dots (15)$$

ここで

$$\frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{T_{02}} = \frac{\sqrt{\{a - 4 + q(\lambda_2/\lambda_1) + (q^2/12)\}^2 + 16a(n/n_c)^2}}{\left[\{a - 4 + q(\lambda_2/\lambda_1) + (q^2/12)\} \times \{a - 4 - q(\lambda_2/\lambda_1) - (5q^2/12)\} + 16a(n/n_c)^2 \right]} \quad \dots (16)$$

ここで $\sqrt{A^2 + B^2}$ は 2/2 次玉通過振動の振幅を示している。この振動の安定および不安定領域の境界は前と同じように(10)式で示される。 $n/n_c = 0.01$ を仮定

$\lambda_2/\lambda_1 = 0.246$

$n/n_c = 0.01$

第 13 図 玉通過振動の共振曲線

第1表

玉数	S_0	λ_1	λ_2	λ_2/λ_1
3	1.657	0.126	0.029	0.228
6	1.103	0.029	0.007	0.244
9	1.043	0.013	0.003	0.248

して玉数6および9の場合の2/2次玉通過振動の振幅を計算するため, 第1表から $\lambda_2/\lambda_1=0.246$ を(16)式に代入し, $\lambda_1=q/a$ をパラメータにとって(16)式から $\sqrt{A^2+B^2}/T_{02}$ を計算すると第13図のようになる. この図からわかるように2/2次玉通過振動の振幅は不安定限界に近づくと λ_1 の影響が大きく表われるが, 玉数9の場合のように $\lambda_1=0.013$ の程度では λ_1 の影響はほとんど表われない. λ_2 の影響も λ_1 と同じであることは(16)式から容易にわかる. したがって $n/n_c=0.01$ を仮定すると, 玉数9の場合の玉通過振動の振幅は λ_1 および λ_2 を無視したときの振幅にほとんど等しくなる. λ_1 および λ_2 を無視すると(16)式は次のようになる.

$$\frac{\sqrt{A^2+B^2}}{T_{02}} = \frac{1}{\sqrt{(a-4)^2+16a(n/n_c)^2}} \quad \dots\dots(17)$$

(17)式は減衰をもつ1自由度系の強制振動の振幅を示している.

玉数6の場合は λ_1 および λ_2 の影響をすこしうけるが, その傾向は玉数9の場合と同じである.

(14)式の右辺の第1項あるいは第2項と第3項の振動数が近づき, さらにこれらの振動数が系の固有振動数に近い場合には $(\omega_n/\omega_B)^2 \approx 4$ 付近の回転速度で両者はうなりを発生することが考えられる.

玉数6の場合, 外輪の軸に対する傾きが $1/2000$ rad のとき, $n/n_c=0.01$ を仮定して $(\omega_n/\omega_B)^2=4$ の回転速度における2/2次玉通過振動の振幅を計算してみる. 軸方向変位 $Z=C\alpha+\sum \epsilon_j \cos j\omega t$ で表わされるので, 軸方向の2/2次玉通過振動の振幅は(14)式から $C\sqrt{A^2+B^2}$ で示される.(16)式あるいは第13図から $n/n_c=0.01$, $\lambda_2/\lambda_1=0.246$ および $a=4$ のときは $\sqrt{A^2+B^2}=16T_{02}$ である. また $CT_{02}=4\epsilon_B$ となるから $C\sqrt{A^2+B^2}=16 \times 4\epsilon_B$ となる. 第3図から $\epsilon_B=0.5\mu$ とすると $C\sqrt{A^2+B^2}=32\mu$ となる.(17)式から計算すると $C\sqrt{A^2+B^2}=25\mu$ となる. 回転

中の自由減衰振動から n/n_c を測定したら $0.01 \sim 0.02$ 程度であり, 一定ではない. 上述の計算には $n/n_c=0.01$ を用いた. また静力学的実験によると λ_2/λ_1 の値は 0.246 よりさらに小さいので計算値のほうが実験値より大きくなったものと考えられる.

4. λ_1 , λ_2 および S_0 の計算

負荷圏内の玉が2個のような軽荷重の場合を考え, 静的荷重で計算する. 玉数3, 6および9の各場合について, (2)式を計算して λ_1 , λ_2 および S_0 を求めると第1表のようになる. 玉数3の場合, $\lambda_1=q/a$ であるから, $\lambda_1=0.126$ を第12図に書きこむと直線Aとなる.

5. 結 論

水平軸の回転体が玉軸受でささえられて回転しているとき, 玉通過角速度($2\omega_B$)が玉軸受のもつ軸方向ばねと回転体とで構成する振動系の固有角振動数(ω_n)にほぼ等しい回転速度で大きな振動を発生することがしばしばある. この振動は玉軸受の軸方向ばねこわさが玉配置によって変化すること, あるいは外輪が軸に対して傾いて取付けられたために発生するのである.

玉数3の玉軸受では, $(\omega_n/\omega_B)^2 \approx 4$ 付近の回転速度で, 玉通過によって振動が不安定になることを解析し, 実験と比較してほぼ一致することを確かめた. また不安定限界に近い安定域においてうなりを発生したが, これも定性的には解析結果と一致している.

玉数6および9の玉軸受では, 玉通過によって振動が不安定になるということはほとんどないが, 外輪が軸に対して傾いて取付けられると2/2次玉通過振動が強調されることを実験および解析の結果から明らかにした.

文 献

- (1) 田村, 谷口, 機械学会論文集, 26, 161 (昭35-1), 19.
- (2) 田村, 谷口, 機械学会論文集, 26, 167 (昭35-7), 877.
- (3) 山本, 機械学会論文集, 26, 161 (昭35-1), 11.
- (4) たとえば N. Minorsky, *Introduction to Non-linear Mechanics*, (1947), 356.
- (5) C. Hayashi, *Forced Oscillations in Non-linear Systems*, (1953), 128.