$$\frac{1}{2} Z' \frac{1}{1 + (\tau\omega)^2} = \tan \beta_2 + \varphi Z \dots\dots\dots (37)$$

となる。第 2 報に示すように Z および Z' は第 9 図のような形をしていると考えてよいであろうし、また c/w がだいたいきまっておれば ω が変わっても τ はそれほど変化しないであろうから、(37) 式より旋回失速はなるべく小さな ω から始まることがわかる。 ω の小さいほうが β_1 の小さい値で (37) 式を満足するようになるからである。そしてさらに、段数が多くて V_p が $\tau\omega$ にほぼ無関係に定まっているとすれば、これは結局旋回失速領域の数の少ない状態から、すなわち 1 個の状態から旋回失速が始まることを示している。

しかし、いま問題になる $(\tau\omega)^2$ の大きさが比較的小さな量であろうことも考え合わせて、この境界層時間遅れが失速領域の数を決める作用はそれほど強力なものであるとは考えにくく、この点に関しては第 2 報にのべる軸方向間隔の影響を同時に考える必要がある。

$\omega c/V_p$ は虚数部分にしか寄与しないので旋回失速の始まる条件には関係しなかったが、 $\omega L/V_p$ のほうは (3) または (4) 式からもわかるように実数部分にも寄与し、かつ $\omega L/V_p$ の大きさも $\tau\omega$ よりは大きいと考えられるから、軸方向間隔が失速領域の数に対してかなり大きく影響する可能性があるのである。

621.515-154:533.691

多 段 軸 流 圧 縮 機 の 旋 回 失 速

(第 2 報, 微小変動理論 その 2)*

高 田 浩 之**, 岡 崎 卓 郎**

Rotating Stall in Multistage Axial Compressors

(2nd Report, Small Disturbance Theory 2)

by Hiroyuki TAKATA and Takurō OKAZAKI

The effect of the axial distance is examined closely by the theory presented in the 1st report. A criterion whether the stall cells of a shorter or a longer wave length are likely to occur is derived.

The results of calculations are compared with the experiments of many investigations and agree fairly well, although the linearizing assumptions are far from real in many cases. The effect of the axial distance found by G. Sovran is well predicted by this theory. The experiments conducted by one of the authors at the Aeronautical Research Institute also confirm these predictions.

1. ま え が き

この研究では多段軸流圧縮機の旋回失速の問題を理論的に取扱っている。第 1 報では、従来までの多くの理論的および実験的研究の結果から、この問題を解くために最も妥当と思われる現象のモデル化の方法を見出し、これに対する微小変動法による解法を示したが、その際現在まで多く行なわれて来たただ 1 列の翼列の場合と異なり、多段圧縮機の場合には翼列流路内の流体の慣性や、翼の境界層時間遅れ、翼列の軸方向

間隔の影響などが重要な役割を演ずることを指摘した。このうち第 1 報では流路内流体の慣性と境界層時間遅れについてしらべたので、第 2 報では軸方向間隔の影響をしらべ、次に簡単な翼列配置の場合を例にとってこの論文に示した方法による解析結果と実験結果とを比較する。

2. 旋回失速の解析 (軸方向間隔の影響)

第 1 図のような多段軸流圧縮機で翼列相互の軸方向間隔 L が 0 でない場合について考える。この場合には、第 1 報に導いた基本式から第 n 段静翼出口の量は第 $(n-1)$ 段静翼出口の量に対して

* 昭和 35 年 4 月 2 日 第 37 期通常総会講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和 34 年 11 月 30 日。

** 正員、東京大学工学部 (東京都文京区本富士町 1)。

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n \zeta_{S3} \\ n v_{S3} \\ n u_{S3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -n E_S & n F_S \\ 0 & 0 & \tan n \alpha_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i S_2} & 0 & 0 \\ C_2 \cosh \frac{\omega L}{V_p} & -i \sinh \frac{\omega L}{V_p} \\ D_2 i \sinh \frac{\omega L}{V_p} & \cosh \frac{\omega L}{V_p} \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} 1 & -n E_R & -n F_R \\ 0 & 0 & -\tan n \beta_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i S_1} & 0 & 0 \\ C_1 \cosh \frac{\omega L}{V_p} & -i \sinh \frac{\omega L}{V_p} \\ D_1 i \sinh \frac{\omega L}{V_p} & \cosh \frac{\omega L}{V_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n_{-1} \zeta_{S3} \\ n_{-1} v_{S3} \\ n_{-1} u_{S3} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (1)$$

の関係で結びつけられることがわかる。したがってこの(1)式を各段に対して適用すればあとは第1報で $L=0$ とした場合と同様にして今度の問題に対する解を得ることができるはずである。ただ(1)式の行列の掛け算が簡単に行なえないので一般の場合に対する結果を得ることは困難であるが段数が比較的少ない場合には少し複雑になるがとにかく計算が可能である。そしてこの場合第2, 3行の対応要素からは軸流圧縮機を下流にとり抜けることによって速度の変動分の大きさが生長するか減少するかの結果が得られ, 第1行要素からは前と同様伝ば速度と旋回失速発生条件が得られる。ここで $L=0$ の場合には速度変動の大きさは軸方向に不変であったのだから, 生長するか減少するかは軸方向間隔 L のみの影響であることは注目されることである。

$\omega L/V_p$ が大きな値の場合(1)式を多段圧縮機に適用するのは困難なので, この節では $\omega L/V_p$ の影響のみとおしを得るため $\omega L/V_p \ll 1$ として展開し, その一次の項のみを取って調べてみることにする。このようにすれば

$$n_{-1} v_{S3} = n_{-1} u_{S3} \tan n_{-1} \alpha_3 = n_{-1} u_{S3} \tan n \alpha_1 \\ n v_{R2} = -n u_{R2} \tan n \beta_2$$

であるから軸方向間隔の流れを支配する式は

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n \zeta_{R1} \\ n v_{R1} \\ n u_{S1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n a_1 & 0 & 0 \\ b & 0 & n c_1 \\ 0 & 0 & n d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n_{-1} \zeta_{S3} \\ n_{-1} v_{S3} \\ n_{-1} u_{S3} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (2)$$

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n \zeta_{S2} \\ n v_{S2} \\ n u_{S2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n a_2 & 0 & 0 \\ b & 0 & n c_2 \\ 0 & 0 & n d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n \zeta_{R2} \\ n v_{R2} \\ n u_{R2} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

とあらわすことができる。ただし

$$n a_1 = 1 - i \frac{\omega L}{U} \left(1 - \frac{U}{V_p} \tan n \alpha_1 \right) \\ n a_2 = 1 - i \frac{\omega L}{U} \left(1 - \frac{U}{V_p} \tan n \alpha_2 \right)$$

$$b = -i \frac{\omega L}{U}$$

$$n c_1 = \tan n \alpha_1 - i \frac{\omega L}{V_p}$$

$$n c_2 = -\tan n \beta_2 - i \frac{\omega L}{V_p}$$

$$n d_1 = 1 + i \frac{\omega L}{V_p} \tan n \alpha_1$$

$$n d_2 = 1 - i \frac{\omega L}{V_p} \tan n \beta_2$$

とする。このようにすると(1)式はかなり簡単になり, かつ行列の掛け算ができて

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n \zeta_{S3} \\ n v_{S3} \\ n u_{S3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_n & 0 & q_n \\ 0 & 0 & r_n \\ 0 & 0 & s_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} n_{-1} \zeta_{S3} \\ n_{-1} v_{S3} \\ n_{-1} u_{S3} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

$$p_n = (n a_2 - b_n E_S)(n a_1 - b_n E_R)$$

$$q_n = (n a_2 - b_n E_S)(-n E_R n c_1 - n F_R n d_1) \\ + n d_1(-n E_S n c_2 + n F_S n d_2)$$

$$r_n = n d_{1n} d_2 \tan n \alpha_3$$

$$s_n = n d_{1n} d_2$$

となる。したがって第1図のような圧縮機に対しては

$$\begin{pmatrix} -\left(\frac{U}{V_p} \sec^2 n \alpha_3 - \tan n \alpha_3\right) - i \\ \tan n \alpha_3 \\ 1 \end{pmatrix} n u_{S3} = \begin{pmatrix} p_n & 0 & q_n \\ 0 & 0 & r_n \\ 0 & 0 & s_n \end{pmatrix} \dots \dots \dots \begin{pmatrix} p_1 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & r_1 \\ 0 & 0 & s_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -E_G & F_G \\ 0 & 0 & \tan n \alpha_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -i \\ 1 \end{pmatrix} u_{G0}$$

をとけばよいことになる。これをとくためにいま

第1図 代表的多段軸流圧縮機

$$\Pi(p) = p_n p_{n-1} \cdots p_1$$

$$\Pi(p, q, s) = p_n p_{n-1} \cdots p_2 q_1 + p_n \cdots p_3 q_2 s_1 + \cdots + p_n q_{n-1} s_{n-2} \cdots s_2 s_1 + q_n s_{n-1} \cdots s_2 s_1$$

$$\Pi(r, s) = r_n s_{n-1} \cdots s_2 s_1$$

$$\Pi(s) = s_n s_{n-1} \cdots s_2 s_1$$

とおけば上式より

$$\begin{pmatrix} (iE_G + F_G)\Pi(p) + \Pi(p, q, s) \\ \Pi(r, s) \\ \Pi(s) \end{pmatrix} u_{G0} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{U}{V_p} \sec^2 n\alpha_3 - \tan n\alpha_3\right) - i \\ \tan n\alpha_3 \\ 1 \end{pmatrix} n u_{S3} \cdots (5)$$

を得る。しかるに $\Pi(r, s) = \Pi(s) \tan n\alpha_3$ であるから第 2, 3 行からは

$$n u_{S3} = \Pi(s) \cdot u_{G0} \cdots \cdots (6)$$

第 1 行からは

$$\begin{aligned} & (iE_G + F_G)\Pi(p) + \Pi(p, q, s) \\ & = \left\{ -\left(\frac{U}{V_p} \sec^2 n\alpha_3 - \tan n\alpha_3\right) - i \right\} \Pi(s) \end{aligned} \cdots \cdots (7)$$

が得られる。いま各段がみな同一であるとすれば、それぞれの値を入れて計算し

$$\begin{aligned} q = 2 \frac{V_t}{V_p} \tan \beta_2 + 2 \frac{V_t}{V_p} \left(\varphi Z - \frac{Z'}{2} \right) + i \frac{\omega L}{V_p} \left[\left(2 - \frac{V_t}{V_p} \right) (1 - \tan^2 \beta_2) + 2 \tan \beta_2 \left\{ \tan \beta_2 - \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) \tan \beta_1 \right\} \right. \\ \left. + \frac{V_t}{V_p} \left(Z - \frac{Z'}{2} \frac{1}{\varphi} \right) + \frac{Z'}{2} \left\{ 2 \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) \tan \beta_2 - \frac{V_t}{V_p} \left(\varphi Z - \frac{Z'}{2} \right) \right\} \right] \cdots \cdots (10) \end{aligned}$$

で与えられる。(9) 式を虚数部分と実数部分に分離すれば結局次の 2 式が得られる。

実数部分より

$$\frac{Z'}{2} = \tan \beta_2 + \varphi Z + \frac{\varphi}{2n} \sec^2 \alpha_3 \cdots \cdots (11)$$

虚数部分より

$$\begin{aligned} \frac{2}{n} + \frac{\omega L}{V_p} \left[\left(2 - \frac{V_t}{V_p} \right) (1 - \tan^2 \beta_2) + 2 \tan \beta_2 \left\{ \tan \beta_2 - \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) \tan \beta_1 \right\} \right. \\ \left. + \frac{V_t}{V_p} \left(Z - \frac{Z'}{2} \frac{1}{\varphi} \right) + \frac{Z'}{2} \left\{ 2 \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) \tan \beta_2 - \frac{V_t}{V_p} \left(\varphi Z - \frac{Z'}{2} \right) \right\} \right] = 0 \cdots \cdots (12) \end{aligned}$$

ここで (12) 式は (11) 式の結果を使って整理すれば

$$\frac{2}{n} + \frac{\omega L}{V_p} \left[\left(2 - \frac{V_t}{V_p} \right) \left(1 - \tan \beta_1 \tan \beta_2 + \frac{Z'}{2} \tan \beta_2 \right) + \frac{V_t}{V_p} \frac{\varphi}{2n} \sec^2 \alpha_1 \left(\frac{Z'}{2} - \frac{1}{\varphi} \right) \right] = 0 \cdots \cdots (13)$$

となる。

いまもし対称翼列でしかも段数 n が非常に多い場合を考えれば (13) 式より

$$\left(2 - \frac{V_t}{V_p} \right) \left(1 - \tan \beta_1 \tan \beta_2 + \frac{Z'}{2} \tan \beta_2 \right) = 0 \cdots \cdots (14)$$

を得て 2 番めの括弧内は一般に 0 とはならないから結局伝ば速度 V_p は周速の 1/2 になることがわかる。またこの時旋回失速の起る点は (11) 式より

$$Z'/2 = \tan \beta_2 + \varphi Z \cdots \cdots (15)$$

によって与えられる。この式は $\omega L/V_p$ に無関係である。

$$\left. \begin{aligned} \Pi(s) &= 1 + in \frac{\omega L}{V_p} (\tan \alpha_1 - \tan \beta_2) \\ \Pi(p) &= 1 + in \frac{\omega L}{V_p} \left\{ -\tan \beta_1 + \tan \alpha_2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (Z_R' \chi_R - Z_S' \chi_S) \right\} \\ \Pi(p, q, s) &= q \frac{p^n - s^n}{p - s} \end{aligned} \right\} \cdots (8)$$

となる。したがってわれわれは $(\omega L/V_p)^2$ の大きさを無視しているから (6) 式から失速領域の変動の大きさの軸方向の消長を論ずることはできない。いまの場合 $\omega L/V_p$ の一次の項の影響はただ軸方向に流れる際に位相をずらす働きをしているだけだからである。

さて (7) 式を調べる際にまず $\omega L/V_p$ のみの影響に注目することにして $\tau\omega$ および $\omega c/V_p$ の項を無視し、かつ $Z_G = Z_G' = 0$ として考えて行くことにする。

2.1 対称翼列の場合 もし翼列が対称であれば $\alpha_1 = \beta_2 = \alpha_3$, $\beta_1 = \alpha_2$, $Z_R = Z_S$ であるから (8) 式は $\Pi(s) = 1$, $\Pi(p) = 1$, $\Pi(p, q, s) = nq$ となり、また $iE_G + F_G = (i + \tan \alpha_1)$ であるから結局 (7) 式は

$$2i + nq + \frac{U}{V_p} \sec^2 n\alpha_3 = 0 \cdots \cdots (9)$$

となる。そしてこの場合 q は

さて以上でわれわれは $\omega L/V_p$ が小さいうちは対称翼列で段数が多ければ V_p が V_t の 1/2 に近づくことを知ったが, この結論は第1報の(3)式と(4)式および(19)式と(20)式の対称性より考えて, たとえ $\omega L/V_p$ が大きくても変らないものと思われる. むしろ $\omega L/V_p$ が大きければその作用はもっと強力になるであろうと期待してもよいかも知れない. 失速発生点に対する $\omega L/V_p$ の影響は $\omega L/V_p$ が小さければ関係ないことが示されたが, もし $(\omega L/V_p)^2$ 以上の項まで考慮に入れた理論を作れば, 当然関係して来るはずであり, これより旋回失速発生点付近での失速領域の数をある程度議論することができるかも知れない.

2.2 非対称翼列の場合 翼列が非対称な場合には計算は少し複雑になるが(7)式から直接計算して旋回失速の起る点を与える条件として実数部分より

$$\frac{V_t}{V_p} (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2) + \frac{U}{V_p} (Z_R + Z_S) - \frac{1}{2} \frac{V_t}{V_p} (Z_R' + Z_S') - \frac{\omega L}{V_p} \left\{ 2(\tan \alpha_1 - \tan \beta_2) + \frac{1}{2} (Z_R' - Z_S') \right\} + \frac{1}{n} \frac{U}{V_p} \sec^2 \alpha_3 = 0 \quad (16)$$

を得る. この式はさらに $n \rightarrow \infty$ のときには

$$\frac{1}{2} (Z_R' + Z_S') = (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2) + \varphi(Z_R + Z_S) - \frac{\omega L}{V_p} \frac{V_p}{V_t} \left\{ 2(\tan \alpha_1 - \tan \beta_2) + \frac{1}{2} (Z_R' - Z_S') \right\} \dots (17)$$

となる. 今度は $\omega L/V_p$ の項が関係しているから翼列の Z および Z' が第2図に示したような形であるとして(第5図参照), これより次のように考えることができる. すなわちもし(17)式の $\{ \}$ 内が負であれば $\omega L/V_p$ の小さいときのほうが大きい場合よりも $\tan \beta_1$ のより小さいところで(17)式を満足するようになる. ということは $\omega L/V_p$ の小さいパターンのほうが翼列の迎え角の小さいところで, あるいは圧縮機絞りのより大きなところで旋回失速を起すことを示す. したがって軸方向間隔 L 一定ならば ω/V_p 小, すなわち失速領域の数の小さな(波長大)形式の旋回失速がまず現われることになり, また同じ形式の旋回失速について比較すれば, 軸方向間隔の小さい場合が早く旋回失速領域にはいることになる. 自由うず形のような非対称翼列では一般に $\tan \alpha_1 - \tan \beta_2 < 0$ であるから, 静翼失速が動翼失速よりも先に起るような設計になっておれば旋回失速の始まり付近では上のようなことがいえるであろう. これに反して, もし旋回失速始まり付近では動翼の失速のほうが大分大きくて $\{ \}$ 内が正である

とすれば, このような旋回失速は $\omega L/V_p$ 大に相当するものが早く起ることになる. すなわち L 一定ならば失速領域数大(波長小)のものから先に現われ同じ形式のものについては L 大きいほうが早く旋回失速が現われることになる.

さて以上で軸方向間隔 L が旋回失速発生条件に及ぼす影響を L が小さい場合に限るという特殊な条件のもとにはあるが知ることができた. すなわち非対称翼列の場合には $\omega L/V_p$ は明らかに旋回失速が発生するときの流入角や失速領域の数を支配し, かつこの傾向はたとえ $\omega L/V_p$ が大きくなっても少なくとも定性的には変らないものと推定してもよいであろうと思われる. しかし対称翼列の場合には $\omega L/V_p$ の影響は非対称翼列の場合のように決定的ではないかも知れないので, 前報で考えた $\tau\omega$ の影響とどちらが大きいかは注意を要する点である. この比較のためには $\omega L/V_p$ の二次以上の項も考慮に入れて計算を行なう必要があるが, この場合にも $\tau\omega$ と $\omega L/V_p$ の大きさの比較がそれぞれの影響の程度を比べる目安となり, やはり $\tau\omega$ よりも $\omega L/V_p$ の影響のほうが強いであろうと思われる.

第2図 翼列特性

第3図 損失のない案内羽根を有する動翼

3. 案内羽根を有するただ 1 列のロータに起る旋回失速 (実験との比較)

この節では翼列干渉の効果と軸方向間隔の影響をもっと具体的に見るために、第 3 図に示すようにただ 1 列の動翼列の前方 L の距離に損失のない入口案内羽根 (ノズル列) がある場合について実験結果と対照しながら考えることにする。

さて第 1 報の基礎関係式によれば $R1$ と $G1$ の各点の状態の量の間の関係は

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{R1} \\ v_{R1} \\ u_{R1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{is} & 0 & 0 \\ C & \cosh \frac{\omega L}{V_p} & -i \sinh \frac{\omega L}{V_p} \\ D & i \sinh \frac{\omega L}{V_p} & \cosh \frac{\omega L}{V_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{G1} \\ v_{G1} \\ u_{G1} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

ただし、ここで $S = -\frac{\omega L}{U} \left(1 - \frac{V_1}{V_p}\right)$

$$C = -\frac{-1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1 - \frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \left(1 - \frac{V_1}{V_p}\right) \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - e^{is} \right) + i \frac{U}{V_p} \sinh \frac{\omega L}{V_p} \right\}$$

$$D = \frac{1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1 - \frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \frac{U}{V_p} \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - e^{is} \right) - i \left(1 - \frac{V_1}{V_p}\right) \sinh \frac{\omega L}{V_p} \right\}$$

しかるに案内羽根出口の流出角一定の条件より

$$v_{G1} = u_{G1} \tan \alpha_1 \dots\dots\dots (19)$$

であるから結局 (18) 式は

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{R1} \\ v_{R1} \\ u_{R1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{is} & 0 & 0 \\ C & 0 & M \\ D & 0 & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{G1} \\ v_{G1} \\ u_{G1} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

$$M = \tan \alpha_1 \cosh \frac{\omega L}{V_p} - i \sinh \frac{\omega L}{V_p}, \quad N = \cosh \frac{\omega L}{V_p} + i \tan \alpha_1 \sinh \frac{\omega L}{V_p}$$

とあらわすことができる。次に動翼列に関しては第 1 報より

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{R2} \\ v_{R2} \\ u_{R2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -E_R & -F_R \\ 0 & 0 & -\tan \beta_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{R1} \\ v_{R1} \\ u_{R1} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

また案内羽根についても第 1 報基礎関係式より $Z_G = Z_{G'} = 0$ として

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{G1} \\ v_{G1} \\ u_{G1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \tan \alpha_1 \\ 0 & 0 & \tan \alpha_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -i \\ 1 \end{pmatrix} u_{G0} = \begin{pmatrix} i + \tan \alpha_1 \\ \tan \alpha_1 \\ 1 \end{pmatrix} u_{G0} \dots\dots\dots (22)$$

を得る。動翼出口の条件は第 1 報の静翼出口の条件とは少し違うが、同様に考えていって

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{R2} \\ v_{R2} \\ u_{R2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\left\{ \frac{U}{V_p} \left(1 - \tan \beta_2 \tan \alpha_2\right) + \tan \beta_2 + i \left(1 - \frac{V_t}{V_p}\right) \right\} \\ -\tan \beta_2 \\ 1 \end{pmatrix} u_{R2} \dots\dots\dots (23)$$

であらわされることがわかる。したがって結局これらを組合わせて

$$\begin{pmatrix} -\left\{\frac{U}{V_p}(1-\tan\beta_2\tan\alpha_2)+\tan\beta_2+i\left(1-\frac{V_t}{V_p}\right)\right\} \\ -\tan\beta_2 \\ 1 \end{pmatrix} u_{R2} = \begin{pmatrix} 1 & -E_R & -F_R \\ 0 & 0 & -\tan\beta_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{iS} & 0 & 0 \\ C & 0 & M \\ D & 0 & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i+\tan\alpha_1 \\ \tan\alpha_1 \\ 1 \end{pmatrix} u_{G0} \dots\dots\dots (24)$$

の関係が得られる。この式の各対応要素を比較して結局

$$u_{R2} = \{D(i+\tan\alpha_1)+N\} u_{G0} \dots\dots\dots (25)$$

および $(\cos S+i\sin S)(i+\tan\alpha_1)-E_R\{C(i+\tan\alpha_1)+M\}$

$$-\left[F_R-\left\{\frac{U}{V_p}(1-\tan\alpha_2\tan\beta_2)+\tan\beta_2\right\}-i\left(1-\frac{V_t}{V_p}\right)\right]\{D(i+\tan\alpha_1)+N\}=0\dots\dots\dots (26)$$

の2式が得られる。(25)式は案内羽根入口と動翼出口での変動の大きさの比較を表わし、(26)式は従来と同様伝ば速度と旋回失速が発生するための条件を与えるはずである。このために(26)式を虚数部分と実数部分にわけると結局次の2式が得られる。すなわち

虚数部分より

$$\begin{aligned} & \sin S + \tan\alpha_1 \sin S + E_R \left[\frac{1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1-\frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \left(1-\frac{V_t}{V_p}\right) \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - \cos S \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \tan\alpha_1 \left(\frac{U}{V_p} \sinh \frac{\omega L}{V_p} - \left[1-\frac{V_1}{V_p}\right] \sin S \right) \right\} + \sinh \frac{\omega L}{V_p} \right] \\ & \quad + \left(1-\frac{V_t}{V_p}\right) \left[\frac{1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1-\frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \tan\alpha_1 \frac{U}{V_p} \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - \sin S \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \left(\left[1-\frac{V_1}{V_p}\right] \sinh \frac{\omega L}{V_p} + \frac{U}{V_p} \sin S \right) \right\} + \cosh \frac{\omega L}{V_p} \right] \\ & \quad - \left[F_R - \left\{ \frac{U}{V_p} (1 - \tan\alpha_2 \tan\beta_2) + \tan\beta_2 \right\} \right] \left[\frac{1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1-\frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \frac{U}{V_p} \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - \cos S \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \tan\alpha_1 \left(\left[1-\frac{V_1}{V_p}\right] \sinh \frac{\omega L}{V_p} + \frac{U}{V_p} \sin S \right) \right\} + \tan\alpha_1 \sinh \frac{\omega L}{V_p} \right] = 0 \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

実数部分より

$$\begin{aligned} & \tan\alpha_1 \cos S - \sin S + E_R \left[\frac{1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1-\frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \tan\alpha_1 \left(1-\frac{V_1}{V_p}\right) \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - \cos S \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \left(\frac{U}{V_p} \sinh \frac{\omega L}{V_p} - \left[1-\frac{V_1}{V_p}\right] \sin S \right) \right\} - \tan\alpha_1 \cosh \frac{\omega L}{V_p} \right] \\ & \quad - \left(1-\frac{V_t}{V_p}\right) \left[\frac{1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1-\frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \frac{U}{V_p} \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - \cos S \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. - \tan\alpha_1 \left(\left[1-\frac{V_1}{V_p}\right] \sinh \frac{\omega L}{V_p} + \frac{U}{V_p} \sin S \right) \right\} + \tan\alpha_1 \sinh \frac{\omega L}{V_p} \right] \\ & \quad - \left[F_R - \left\{ \frac{U}{V_p} (1 - \tan\alpha_2 \tan\beta_2) + \tan\beta_2 \right\} \right] \left[\frac{1}{\left(\frac{U}{V_p}\right)^2 + \left(1-\frac{V_1}{V_p}\right)^2} \left\{ \tan\alpha_1 \frac{U}{V_p} \left(\cosh \frac{\omega L}{V_p} - \cos S \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \left(\left[1-\frac{V_1}{V_p}\right] \sinh \frac{\omega L}{V_p} + \frac{U}{V_p} \sin S \right) \right\} + \cosh \frac{\omega L}{V_p} \right] = 0 \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

ただし E_R および F_R は動翼の全圧損失係数を Z として

$$E_R = \left(1-\frac{V_t}{V_p}\right) + \frac{1}{2} \frac{U}{V_p} Z', \quad F_R = \left(1-\frac{V_t}{V_p}\right) \tan\beta_2 - \frac{U}{V_p} \left(Z - \frac{1}{2} Z' \tan\beta_1 \right)$$

である。この式は $\omega L/V_p$ を小さいと限定していないので軸方向間隔の影響に対する一般的な傾向を知ることができるはずであるが、しかしかなり複雑な式であるからおそらく図式にでも解くより方法がないであろう。しかしそれでは一般的なみとおしを得ることができないので、この論文では以下に主として実験と比較することを目的としてやはり近似的にとくことにする。

まず (27), (28) 式で $\omega L/V_p \rightarrow \infty$ とすれば

$$E_R + 1 - \frac{V_t}{V_p} = 0 \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$F_R - \frac{U}{V_p} (1 - \tan \alpha_2 \tan \beta_2) - \tan \beta_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (30)$$

の 2 式を得る。これより結局

$$\frac{V_p}{V_t} = 1 - \frac{1}{4} Z' \varphi \quad \text{または} \quad \frac{V_t - V_p}{U} = \frac{1}{4} Z' \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\text{および} \quad Z' = 2 \frac{Z + \sec^2 \beta_2}{\tan \beta_1} \quad \dots\dots\dots (32)$$

の 2 式が得られるが、これは動翼に相対的には Whitehead⁽⁷⁾ が無限流体中に静止している直線翼列に対して導いた結果と同一である。したがって $L \rightarrow \infty$ のときには旋回失速の様相は動翼に相対的な流れの状態のみで決まることがわかる。

これに対し有限距離に案内羽根がある場合には $\omega L/V_p$ を小さい量とし、その二乗以上を無視すれば (27), (28) 式より

$$\begin{aligned} \frac{V_t}{V_p} = 2 + \frac{\omega L}{V_p} \left[\frac{Z'}{2} \tan \alpha_1 - (1 + \tan \alpha_1 \tan \beta_1) + 2 \tan \alpha_1 \tan \beta_2 \right. \\ \left. + 2 \varphi \left\{ Z \tan \alpha_1 + \frac{Z'}{2} (1 - \tan \alpha_1 \tan \beta_1) + \tan \alpha_1 (1 - \tan \alpha_2 \tan \beta_2) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{および} \quad (\tan \alpha_1 + \tan \beta_2) - \frac{Z'}{2} \varphi (\tan \alpha_1 + \tan \beta_1) + \varphi \{ Z + (1 - \tan \alpha_2 \tan \beta_2) \} \\ + \frac{\omega L}{V_p} \frac{V_p}{V_t} \left\{ \tan \beta_1 - \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) \tan \alpha_1 - \frac{Z'}{2} \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (34) \end{aligned}$$

を得るが (34) 式はさらに (33) 式を用いて

$$\frac{Z'}{2} = \{ \varphi (Z + \sec^2 \beta_2) + \tan \alpha_1 \} + \frac{1}{2} \frac{\omega L}{V_p} \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{Z'}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (35)$$

となる。(33) 式は伝ば速度 V_p を与え、(35) 式は旋回失速の発生する点を与える。(33) 式でもし $L \rightarrow 0$ とすれば V_p は V_t の 1/2 となるが、これは第 1 報でもっと一般的に論じたとおりである。

次に (35) 式で注目されるのは旋回失速の発生を与える条件が L の影響を除外してもなお α_1 に支配されることで、全然損失のない案内羽根を考えているにもかかわらず、動翼に相対的な迎え角だけでは決まらないことである。

さてここで (35) 式についてもう少し詳しく調べて見るために右辺第 1 項を

$$G \equiv \varphi (Z + \sec^2 \beta_2) + \tan \alpha_1 = \frac{Z + \sec^2 \beta_2}{\tan \beta_1 + \tan \alpha_1} + \tan \alpha_1 \quad \dots\dots\dots (36)$$

とおけば、 $\tan \beta_1$ 一定のときの $\tan \alpha_1$ と G の関係はほぼ第 4 図のようになる。いま G の最小値を与える α_1 を α_1^* とすれば

$$\tan \alpha_1^* = \sqrt{Z + \sec^2 \beta_2} - \tan \beta_1 \quad \dots\dots\dots (37)$$

であって、 $\alpha_1 \rightarrow \pi/2$ および $\alpha_1 \rightarrow -\beta_1$ のとき $G \rightarrow \infty$ となり、 α_1 が α_1^* より遠ざかるほど (α_1 の大きい方向へであっても、小さい方向へであっても) G は大きくなる。したがって後述の第 5 図のような考え方をすれば α_1 が α_1^* より遠ざかるほど旋回失速の発生が遅れることになる。ただし α_1^* は β_1 により変るから上の表現はあまり厳密ではないが、しかし α_1 が大きく変化してもいま問題にしている旋回失速発生

第 4 図 $G - \tan \alpha_1$ 曲線

点の β_1 はそんなに大きくは変わらないから α_1^* はあまり変化しないと考えてもよい。そして α_1^* は一般に比較的 0 に近く、たとえば次の第 1 表に示した実験の場合は約 -9° くらいである。したがっておおざっぱに言えば $\alpha_1=0$ のとき、旋回失速は最も起りやすく上流に旋回を与えるとその方向を問わず旋回失速の発生は遅れるといってもよいであろう。

第 1 表は東大航空研究所の環状翼列風洞⁽¹¹⁾を用いて行なった旋回失速の実験のうち、ほぼ二とおりの α_1 に対する結果を示したものである。これを理論の結果と比較すると第 5 図のようになる。ただし Z' は Z の実測値から算出したものであり、旋回失速の起っている領域での Z の測定値にはいろいろ問題があるが、ここでは Z および Z' の曲線のだいたいの形が必要なのであり、また旋回失速の発生し始め付近での議論しか行なわないわけであるから、いちおう測定値のまま使うことにする。

第 5 図には Z' と (35) 式の右辺の値の 2 倍とを β_1 に対してプロットしてあり、これらの交点が旋回失速発生点を与える。図から見て比較的良好一致しており、 α_1 による違いをも定性的に説明している。なおこの環状翼列風洞は案内羽根を出たあと一度絞られて

第 1 表 旋回失速発生点での実験結果(東大航研)

α_1	旋 回 失 速 発 生 点		
	β_1	領域の数	V_p/V_t
-11.5°	57.2°	1	0.42
-10.0°	56.9°	1	0.46
-28.5°	58.1°	1	0.27
-30.0°	59.6°	1	0.27

弦節比 1.0, 食違い角 30° , 翼形 65(12)10

第 5 図 旋回失速の発生点

から動翼にはいるようになっているから L の有効長は実際の長さとは少し違うと思われるが実際の長さより計算した $\omega L/V_p = 2\pi(L/\lambda)$ は約 0.33 である。第 5 図には $\omega L/V_p = 0.33$ の場合と比較してある。もし有効な L の値がこれと少し違うものとしても、いま問題にしている α_1 の値の近くでは $(1/\varphi - Z'/2)$ が比較的小さな値であり、かつ $\omega L/V_p$ そのものもあまり大きな値ではないから L の値が少し変わっても旋回失速発生点にはそんなに大きな変化はないであろう。

Sovran⁽¹²⁾も実験的にこの α_1 の影響を見出して第 6 図の結果を得ているが、これも上述の理論解析結果を裏づけるものである。Sovran はこれを案内羽根を通る際の静圧降下による安定化作用であるとしているが、実際は案内羽根流出方向がおさえられるために起る両翼列の干渉の効果であると考えたほうがよいと思われる。

また以上の推論からもし $L=0$ でしかも $\alpha_1 \rightarrow -\beta_1$ とすれば、すなわち静止翼列の直前に損失のない案内羽根をおけば旋回失速を起さないようにすることができるとわかる。第 1 報基本式や第 5 図などに考察の基礎として用いた全圧損失特性曲線はこのようにして旋回失速の発生を防いで測定した結果を用いるべきであろう。

次に (35) 式の第 2 項について考えて見る。この項は $\omega L/V_p$ を含むから軸方向間隔の影響について知ることができるであろうと思われる。さて $(\omega L/V_p)^2$ の項を無視して

$$H \equiv \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{Z'}{2} \right) = \tan \beta_1 - \frac{Z + \sec^2 \beta_2}{\tan \beta_1 + \tan \alpha_1} \quad \dots (38)$$

とおくと H と $\tan \alpha_1$ の関係は第 7 図のようになって

$$\tan \alpha_1^{**} = \frac{Z + \sec^2 \beta_2 - \tan^2 \beta_1}{\tan \beta_1} \quad \dots (39)$$

で $H=0$ となり、 $\alpha_1 > \alpha_1^{**}$ ならば $H > 0$, $\alpha_1 < \alpha_1^{**}$

第 6 図 旋回失速発生点に及ぼす α_1 の影響 (Sovran)

ならば $H < 0$ である。したがってこのことより再び第 5 図のように考えれば、 $\alpha_1 > \alpha_1^{**}$ なら $\omega L/V_p$ の小さいほうが早く (β_1 の小さい値に対して) 旋回失速が起り、 $\alpha_1 < \alpha_1^{**}$ なら $\omega L/V_p$ の大きいほうが早く旋回失速が起ることがわかる。このことより次のような結論が得られる。すなわち

i) α_1 一定のところで比較すれば、同じ形式の旋回失速に対して

$\alpha_1 > \alpha_1^{**}$ なら L が小さいほど旋回失速の始まる β_1 は小

$\alpha_1 < \alpha_1^{**}$ なら L が大きいほど旋回失速の始まる β_1 は小

ii) L 一定のところで比較すれば

$\alpha_1 > \alpha_1^{**}$ なら 波長 λ 大 すなわち 失速領域数の少ない波形が先に現われる

$\alpha_1 < \alpha_1^{**}$ なら 波長 λ 小 すなわち 失速領域数の多い波形が先に現われる

Sovran は前述の実験において L の影響に関して第 8 図の結果を得ている。この実験では $\alpha_1 = -62^\circ$ で、 $\alpha_1 < \alpha_1^{**}$ と見てよいであろうから、この実験も上記の結論を定性的に裏書きするものである。ここで α_1^{**} はやはり比較的 0 に近いはずの値であるが、さきの第 1 表の例では約 -17° となっている。

第 7 図 H - $\tan \alpha_1$ 曲線

第 8 図 旋回失速発生点に及ぼす L の影響 (Sovran)

また失速領域の数について、同じく Sovran は実験から翼列の迎え角をだんだんふやして行くときの旋回失速の現われ方について、第 9 図のような概念図を示している。これは $\alpha_1 > 0$ なら失速領域の数の少ないほう、 $\alpha_1 < 0$ なら多いほうの旋回失速がまず先に現われることを示し、やはり上記の結論と大略一致するものと考えてよい。

さて前節でわれわれは $\omega L/V_p$ が旋回失速の速度に関係することはもちろんであるが、失速領域の数を決定する可能性があることを示したが、これは本節の実験的事実との比較によってさらに明らかにされたように思われる。もし $\omega L/V_p$ すなわち L/λ が失速領域の数を決定する因子であるならば L の小さいほうが失速領域数の多いことを示し、Sovran の得た実験の結果第 10 図とも一致する。失速領域の数は本当はこの論文には取入なかった非線形の影響であると考えべきなのであろうが、それにもかかわらず上記の理論的および実験的結果は $\omega L/V_p$ が重要であることを示唆するものである。少なくとも L があまり大きくならないうちは重要な因子であると思われる。 L が大きくなって実際の軸流圧縮機の円周の長さと比較し

第 9 図 失速領域特性 (Sovran)

第 10 図 失速領域の数と L との関係 (Sovran)

得るくらいになれば, この円周の長さを含んだ無次元量が無視できなくなって来る可能性があることに注意しなければならない。

4. 第1報および第2報に対する結論

多段軸流圧縮機の旋回失速の現象を理論的に解析した結果ただ1列の翼列の場合と違って翼列上流および下流の流体の慣性に比べて翼列内流体の慣性, 境界層時間遅れおよび各翼列間の流体の慣性のほうがより重要であることがわかった。

すなわち伝ば速度に関してはこの3者のうち, 一つまたは一つ以上の要素を考慮に入れば段数の非常に多い対称翼列の軸流圧縮機で伝ば速度が周速の1/2になることを説明することができる。段数が少ないときは一般に伝ば速度は周速の1/2よりも小さく, また静止している翼列の割合が多いほど伝ば速度は小さくなることもわかった。ただし非対称翼列の場合には1/2以上になることも可能である。これらの相互の重要さはおおよそおのおのの無次元量 $\omega c/V_p$, $\tau\omega$, $\omega L/V_p$ の大きさの比較で推定することができるであろう。このためには $\tau/(c/V_p)$ と L/c とを用いて比較すればよいが, 一般に $\tau\omega$ は他の二つよりも影響が小さいのではないと思われる。

また, 旋回失速発生点付近での失速領域の数については $\omega c/V_p$ は関係しないで, $\tau\omega$ と $\omega L/V_p$ が影響することがわかった。 $\tau\omega$ によっては, もし影響をうけるとすれば失速領域の数の少ないような形がまず先に現われるはずであるが, 一般にいて $\tau\omega$ の失速領域数に及ぼす影響はあまり強くないものと思われる。また $\omega L/V_p$ によっては翼列の設計条件によって少ないものが先に現われたり, 多いものが先に現われたりする。 $\tau\omega$ と $\omega L/V_p$ のどちらが大ききくかは $\tau/(L/V_p)$ の大小によるが, 一般に言って $\omega L/V_p$ の影響が強であろう。結局, 実験的あるいは理論的に見て失速領域の数を決定する因子として $\omega L/V_p$ が大きく作用する可能性が強いように思われる。ただし L が大きくなって円周の長さと比較し得る程度になると,

またこの量も影響を与えるようになるかも知れないから $\omega L/V_p$ が非常に大きいときは注意を要する。

次に損失のない案内羽根を有する動翼列について, この論文の方法で計算した旋回失速の特性と実験結果を比較したところ, 翼列の干渉や軸方向間隔の影響など定性的にはよく一致している。また翼列の干渉効果のため動翼に相対的な流れの状態だけでは旋回失速のようすがきまらないで絶対流れにも影響されることがわかった。

最後にこの論文に用いたのは微小変動による解法であるから, そのための限度があることは言うまでもない。ことに失速領域の数は失速領域の形や大きさなどとともにともとも非線形の効果であると考えるほうが妥当であろうから, この論文では線形理論の結果から幾分実験の裏付けを得て以上のように推論できるだけである。またこのように旋回失速の発生し始めの付近では実際の軸流圧縮機の中で失速領域の状態が半径方向にかなり異なった分布を示していることが多いから, 完全な解を得るためにはこの三次元性にも考慮を払う必要がある。

文 献

- (1) A. R. Kriebel, *MIT Gas Turbine Lab. Report*, No. 36 (1956-9); A.H. Stenning & A.R. Kriebel, *Trans. ASME*, **80** (1958), 777.
- (2) J. Fabri & R. Siestrunk, *J. Aeron. Sci.*, **24**, 11 (1957), 805.
- (3) H. W. Emmons, C. E. Pearson, & H.P. Grant, *Trans. ASME*, **77** (1955), 455.
- (4) A.H. Stenning, A.R. Kriebel, & S.R. Montgomery, *NACA TN*, 3580 (1956-6).
- (5) W.R. Sears, *J. Appl. Mech.*, **20** (1953), 57; W. R. Sears, *ZAMP*, **6** (1955), 429.
- (6) F.E. Marble, *J. Aeron. Sci.*, **22** (1955), 541.
- (7) D. S. Whitehead, *Preprint Inst. Mech. Engr.* (1959-6).
- (8) T. Iura & W. D. Rannie, *Trans. ASME*, **76** (1954), 463.
- (9) たとえば文献(6), (7) など参照。
- (10) たとえば H. Pearson, *Preprint 4th Anglo-American Aeron. Conference* (1953), 127; E.S. Taylor, ガスタービン及びジェットエンジン (昭30), 日本航空工業会。
- (11) 八田, 田中, 高田, 東大航空研究所集報, **1**, 1 (昭33-9).
- (12) G. Sovran, *Trans. ASME*, Series A, **81**, 1 (1959), 24.

討

〔質問〕 (1) 本論文の仮定の一つとして採用されている流出角一定という仮定はピッチが無限につまった翼列を考える場合にはよい近似であろうが, 実際の翼列では, ことに失速に近い状態では, 必ずしもよい近似ではないかも知れない。そしてこのことは, この論文の場合のように, 多くの翼列間の干渉を考慮に入

論

れる場合には単独翼列の場合とは異なったもっと本質的な影響を持つ恐れがないであろうか。

(2) 境界層時間遅れについて, τ が c/w に比例するだろうとしていること, τ が ω によってはあまり変わらないだろうとしていること, $\tau\omega$ が翼列流路内の慣性 $\omega c/V_p$ より小さいだろうとしていること, など

の根拠を示されたい。

(松木 正勝)

〔回答〕(1) 軸方向間隔 L を 0 とし、さらに翼列間流体の慣性と境界層時間遅れを無視すると合理的な結果が得られないので、これらが重要な因子であると考えたわけであるが、もし流入角によって流出角が変化するものとして、その影響のみに着目して本論文のような微小変動法の取扱いをすると次のようになる。

すなわち動翼の場合を例にとりて $\tan \beta_1$ の微小変化に対する $\tan \beta_2$ の微小変化のこう配を b_R とすれば、すなわち

$$\Delta \tan \beta_2 = b_R \Delta \tan \beta_1$$

で b_R を定義すれば、動翼出口では流出角一定の関係式のかわりに(第1報第2図の記号を用いて)

$$v_{R2} = -(\tan \beta_2 - b_R \tan \beta_1) u_{R1} + b_R v_{R1}$$

同様に静翼出口については

$$v_{S3} = (\tan \alpha_3 - b_S \tan \alpha_2) u_{S2} + b_S v_{S2}$$

が得られる。したがってこの場合第1報(20), (21)式に対応して翼列の特性をあらわすマトリックスは

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{S3} \\ v_{S3} \\ u_{S3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -E_S & F_S \\ 0 & b_S & \tan \alpha_3 - b_S \tan \alpha_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{S2} \\ v_{S2} \\ u_{S2} \end{pmatrix}$$

$$E_S = 1 - b_S - \frac{1}{2} \frac{U}{V_p} Z_S' \chi_S$$

$$F_S = \tan \alpha_3 - b_S \tan \alpha_2 + \frac{U}{V_p} \left(Z_S - \frac{1}{2} Z_S' \chi_S \tan \alpha_2 \right) + i \frac{\omega c_S}{V_p} \sec \xi_S$$

$$\begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{R2} \\ v_{R2} \\ u_{R2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -E_R & -F_R \\ 0 & b_R & -(\tan \beta_2 - b_R \tan \beta_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \frac{U}{\omega} \zeta_{R1} \\ v_{R1} \\ u_{R1} \end{pmatrix}$$

$$E_R = \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) (1 - b_R) + \frac{1}{2} \frac{U}{V_p} Z_R' \chi_R$$

$$F_R = \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) (\tan \beta_2 - b_R \tan \beta_1) - \frac{U}{V_p} \left(Z_R - \frac{1}{2} Z_R' \chi_R \tan \beta_1 \right) - i \frac{\omega c_R}{V_p} \left(1 - \frac{V_t}{V_p} \right) \sec \xi_R$$

となる。ただし ξ は翼列の食違い角をあらわす。この b_R, b_S の旋回失速に対する影響を見るために、第1報第8図の軸流圧縮機に対して本文と同様な計算を行なうと

$$\omega L / V_p = 0, \quad \omega c / V_p = 0, \quad \tau \omega = 0$$

の場合第1報(31)式に対応して伝ば速度は

$$\frac{V_p}{V_t} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \varphi Z_G' + \frac{1 - (b_S b_R)^n}{1 - b_S b_R} b_S (1 - b_R) \right]$$

となる。もし $Z_G' = 0$ とすれば V_p は b のみで決まることとなるが、この場合も(31)式と同様に翼列の特性などに無関係に伝ば速度が決まることとなり、やはり b が旋回失速に対して本質的な影響を持つとは考えられない。

ただし上のことからわかるように b の影響を $\omega L / V_p$ や $\omega c / V_p$, $\tau \omega$ などとともに考慮に入れた場合には、伝ば速度や旋回失速の発生条件に量的に影響を与えることは当然予期される。この場合実際には b の値がどの程度の大きさの量であるかが問題であり、これは翼列特性のどの辺で旋回失速が始まるかに関係するが、一般に言って他の因子の影響に比べて比較的小さいものと考えられる。

(2) この論文では Z の dynamic response をあ

らわすのに境界層内の状態変化の時定数 τ を用いて

$$\delta Z = Z' \frac{1}{1 + i \tau \omega} \delta(\tan \beta_1)$$

とあらわしている。 $\tau \omega$ の内容を考える前にとにかく今のような場合、この動的な特性を支配する因子は $\omega c / w$ (w は翼列内平均流速) であろうが、一般の旋回失速ではこの $\omega c / w$ はあまり大きな値にはならない(このことは ω, cw にそれぞれ代表的な値を入れて二、三の例について計算してみればわかる)。このように $\omega c / w$ があまり大きくない場合には δZ は二つの部分から成り立っていると考えることができる。

第1は $\tan \beta_1$ の静的な変化によるもので

$$\delta Z_1 = Z' \cdot \delta(\tan \beta_1)$$

付図 1

とあらわせる。第2は $\tan \beta_1$ の変化に対してある位相遅れをもって変化する部分で $\omega c/w$ が小さいときには、たとえば迎え角が周期的に変化する翼における lift hysteresis などとの類似より

$$\delta Z_2 = -iK \frac{\omega c}{w} \delta(\tan \beta_1) \quad K: \text{const.}$$

とあらわすことができる。すなわち δZ は大きさは $\omega c/w$ に比例し位相は $\tan \beta_1$ より 90° 遅れるわけである。

結局 Z の変化は

$$\delta Z = \delta Z_1 + \delta Z_2 = Z' \left(1 - i \frac{K}{Z'} \frac{\omega c}{w} \right) \delta(\tan \beta_1)$$

となるから最初の式と比較して

$$\tau \omega \cong \frac{K}{Z'} \frac{\omega c}{w} \quad \text{または} \quad \tau \cong \frac{K}{Z'} \frac{c}{w}$$

を得る。 K/Z' は翼列によって決まった定数であるから、 τ は c/w に比例し、 ω には無関係ということになる。

Stenning⁽⁴⁾ は旋回失速の Schlieren 写真より τ はせいぜい $(1/2)(c/w)$ 以下であり、ことに弦節比が大きいときにはこれよりもかなり小さいだろうと報告している。

更に $\tau \omega$ と $\omega c/V_p$ の比較については V_p は w の $1/2$ 程度であると仮定すれば $\tau \omega$ はせいぜい $\omega c/V_p$ の $1/4$ 以下ということになる。

【質問】 本論文は多段軸流圧縮機内の流れを説明する方法として非常におもしろい着想と考えるが、つぎに二、三の点について尋ねたい。

(1) 流出角は非失速のときは同一と考えられるが、失速すれば非失速の場合と異なると考えるべきと思う。伝ば速度が弦節比を $1/2$ にしても変らないことと、流出角が変らないと考えることには関連がないと思う。むしろ流出角に無関係にきまるものと考えべきではないか。

(2) 旋回失速の伝ば速度、失速領域の数は実際には迎え角、流量に大きく左右されるものである。この点についての説明を求めたい。(生井武文)

【回答】 (1) 流出角が変化することが旋回失速に対して本質的な影響を持たず、また量的にもあまり大きな影響を及ぼさないだろうことは前に述べたとおりである。本論文の流出角一定の仮定について述べたところは「ある例では弦節比を 1 から 0.5 にしても旋回失速の現象があまり変らないから流出角が一定に近い」という意味ではなくて「流出角は変化するかも知れないが、その旋回失速に及ぼす影響は小さい」という意味で、流出角変化の量的影響の小さいことの例証としてあげたものであり、この点貴説と一致するものと思う。

(2) 旋回失速の伝ば速度、失速領域の数が迎え角や流量に大きく支配されることは微小変動の範囲内で

は本論文でも説明できている。すなわち伝ば速度はレイノルズ数やマッハ数の影響を別とすれば Z, Z' を通じて β_1 の関数として決まり、領域の数(波長)はその他にさらに τ あるいは L の影響を通じて決まってくる。レイノルズ数の影響は多分二次的なものであろうしマッハ数の影響を取入れるには(本論文では非圧縮性として取扱っているのであるが)基本の式を圧縮性を考慮に入れたものとし Z や Z' をそれに対応したものをを用いれば本論文と同じ取扱いができるであろうと思われる。

【質問】 (1) 多段軸流圧縮機の旋回失速について各種の影響を考慮しての理論解析は非常に興味あることと思う。解析の際のモデル化は適当なものと考えられるし、一般的に解くために線形化されたことも当然の手法と思うが、それが実際普通に用いられている軸流圧縮機に対してどのくらいの適用範囲をもっているかについて御意見をうかがいたい。

(2) このような多段翼列の場合には失速領域では三次元流れとしての影響が他の影響と同程度にはいつてくるのではないかとも思われるが、この点いかが考えられるか。

(3) 理論解析としていちおう非圧縮との仮定は解析の順序として適当なものと思うが、圧縮性の影響は高圧多段の場合には比較的大きいと思うが、これが旋回失速にどのようにきいてくるのか。(笠原英司)

【回答】 (1) 普通軸流圧縮機に見られる旋回失速は大きく言って二つに分けることができる。一つは流量を徐々に絞っていくとき一般に初めのほうの段階で見られる小さな失速領域が数多く現われる形式のものであり、他はさらに絞ったときに見られる大きな失速領域が全円周に1個かせいぜい2個くらい現われる形式のものである。第2の形式の旋回失速では失速領域中にしばしば逆流が起きており、流れの変動は定常流に比べて同じ程度であるから本論文のように線形化した取扱いはできないが、第1の形式の旋回失速では一般に変動は小さいから波長が翼列ピッチに比べてある程度以上大きければ本論文の方法はおおよそ適用できるものとする。

(2) 三次元性の影響は上の第2の形式の旋回失速の場合には多分重要な役割を持つと思われるが、第1の形式の小失速の場合にはそれほど大きくは影響しないものと考えている。ということはそれぞれ半径一定の各断面で展開した二次元翼列で考えればよいということである。一般に実験結果によると第1の形式の旋回失速では失速領域が先端あるいはボスのほうだけに現われたり、あるいはたとえ全スパンにわたっていても変動の大きさが一様でなくかなり異なって分布していることが多いのは、三次元性の影響の弱いことを示す一例ではないかと考えられる。

(3) まず高圧多段の軸流圧縮機であっても、一般

に旋回失速の現われるのはあまり回転の高くないときであって、設計点のように高圧力比の運転状態においてではない。次にある程度圧縮性のきいている運転状態で旋回失速が現われたとしても、旋回失速は周方向における波動現象であってサージングのように軸方向における波動現象ではない。したがって旋回失速に対する圧縮性の影響は第 2 義的であると考えられる。むしろ高圧多段の圧縮機を問題にする場合には、このような圧縮機では低圧段と高圧段の翼列配置がかなり異なっているから、これによる間接的影響のほうが大きいと思われるが、しかしこのことは定常流の状態をそれに応じて変化させておけば本論文と同様な方法で解くことができる。マッハ数の大きい場合の旋回失速については前に述べたとおりである。

【質問】 (1) 軸流送風機の $H-Q$ 特性の最高圧力点付近より小流量側において、その曲線が抵抗曲線にそって急激に降下するような特性のものについては当理論の立場からはどのように考えられるか。

(2) 旋回失速における圧力振幅の大小により二つの形に分類され、小振幅のほうは当理論がよく適用されるという意味に聞き取れたが、微小変動法による解法であれば旋回失速が発生してある程度に発達すれば、その振幅の大小にかかわらず同程度に議論され、しかもあまりよい精度であることを望むのはむりなのではないか。

(辻 茂)

【回答】 (1) そのような場合にはわずかな絞りの変化によって特性曲線の上を大きく動き、旋回失速の性質も大きく変り、またしばしばヒステリシスがある (旋回失速にヒステリシスの起るのはこのような場合だけとは限らない)。流量の小さいほうからの分枝では大振幅の旋回失速になることが多く、本論文の方法で論ずることはできないが、流量の大きいほうからの分枝は通常小振幅である。

(2) 旋回失速が起ってから、その振幅が十分小さい間は本論文の方法が適用できる。

【質問】 この論文は軸流圧縮機の設計上重要な問題でありながら、現象の複雑さのゆえに未解決に残された旋回失速の理論につき新しい一石を投じたものである。まず第 1 報では現象を解決すべき手段として流れのモデルを規定し、微小変動法によってその解を見出し、ついで第 2 報では多段の場合に理論を拡張して、翼列軸方向の間隔の影響などについて新しい結論を導いている。結論として従来全く未解決のまま残されていた失速領域の数について、定性的ながらも一つの目安がつけられたことは注目に値することであろう。しかしながら翼の弦節比の影響などここで取扱われた流れのモデルでは論じられない要素が失速領域の数について支配的であるという実験 [文献 (8)] もあるので、これらの点についての今後の解明を期待したい。

(柳井深造)

【回答】 弦節比が旋回速度にあまり影響を及ぼさないという実験データがあったことはこの論文で用いたモデルを作るヒントになったが、この論文では失速領域の数あるいは旋回速度に弦節比の影響がないとは主張していない。そのみでなく損失係数 Z と流出角が同じ食違い角、同じ流入角でも弦節比によって違うことから弦節比の影響は必然的にはいつてくる。それ以上の意味で弦節比の影響がきいてくるのは、波長がピッチにくらべて十分小さくなった場合だけであって、実物の圧縮機の旋回失速ではそのようなことはほとんどない。失速領域の数については微小振幅、二次元流れの範囲では少なくとも理論的にはこの論文で定量的に求められる。計算の手間と従来発表された論文の実験データが、この計算を遂行するのに不十分であったとの理由でその実例を提供することができなかったが、それは機械的にやれることである。損失係数 Z と時間遅れの測定 (少なくとも Z はその翼列の実験値が必要) を精度よくすることが実行上は困難な問題であろう。

10年後の発電・水力の比重低下

通産省では将来の電力供給の大勢について検討してきたが、このほど事務局案がまとまった。これによると

(1) 電力需要の増加をキロワット・パランスの面からみると、送電端で昭和39年度約 2 540 万 kW、45 年度に約 4 260 万 kW に達し、供給予備力として最大電力の10%程度が必要である。

(2) こんご最も経済的な水火力の組合せによる開発を続けると、こんご10~20年程度の間に経済的水力地点のほとんど全部を開発しつくす。また水力供給力は55年度において全需要の25~29%程度を占めるに過

ぎない。

(3) 将来の火力発電量の増大にともなって火力用燃料所要量は急増し、石炭換算で10年後に約 7 000 万 t に達するなどを指摘し、将来のピーク供給力充足対策として (i) こんご開発する貯水池、調整池式水力については増設の余地を残した設計をすること、(ii) 揚水送電を大量に導入すること、(iii) ピーク用火力開発の必要などを示唆している。

なお、この開発に必要な資金は送変配電の設備費を加えると、今後10年間に 5 000 億円、20年後に 1 兆円を要するといわれている。

(服部 敏夫)