539.431.016.2 : 620.178.311.81

圧入部の疲れ強さについて*

石 橋 正**

On the Fatigue Strength of Press-Fitted Assemblies

by Tadasu ISIBASI

In press-fitting an axle into the hub of a wheel the part of the axle not yet in the hub must bear the total pressing force, while in the hub, the force is distributed along the fitting surface. As a result the amount of the axial contraction of the axle, due to pressing force, becomes different from that of the bore of the hub and, consequently, when the force is removed, large axial tensile stress will be induced on the surface of the axle near the portion just inside of the hub face. This stress will lower the fatigue strength of press-fitted assemblies.

In this paper the effect of the stress stated above on the fatigue strength of press-fitted bars has been confirmed by calculating the said stress, as well as by measuring the fatigue strength of cracked bars with fillet or with a press-fitted part.

1. 目 的

輪心を圧入した大きい鋼軸の疲れ強さに関する従来の研究結果⁽¹⁾をみて気付くことは;

a) 圧入部にき裂が発生する最小の応力(すなわち疲れ強さ^{***})が著しく低く, その値は, 軸が破断する最小応力(すなわちき裂強さ^{***})よりはるかに小さいこと.

b) 鋼丸棒に輪心以外の圧入物を圧入した場合の疲れ強さは, 丸棒の直径は比較的大きい場合でも, 実物大の輪心を圧入した丸棒(鋼軸)ほど疲れ強さは低くないこと⁽²⁾, および

c) ココアが発生した部分には微細なき裂が多数発生することなどである.

著者は圧入部の疲れ強さに関するこれらの特長には, 従来気付かれなかった応力の作用が大きく影響していると考え, すなわち, 圧入終了直前の状態を示す第1図から想像されるように, 軸の圧入部入口の斜線を入れた部分(これをa部と呼ぶ)は, 圧入力Pをそのまま受けるけれども, 輪心では, 力Pは穴の内面に分布して作用する. したがって軸が輪心に圧入され, a部が輪心のb部(第1図で斜線を入れた輪心の部分)と向かい合うとき圧入面におけるa部の軸方向

のひずみは, b部の軸方向のひずみよりはるかに大きい. したがって圧入後には, 後に示すように, 軸のa部の右側の表面付近には大きい引張りの, 軸方向の, 応力が起ることが想像されるであろう. この応力が圧入部入口の疲れ強さを低める作用をなすと考え, このことについて説明するのが本論文の目的である.

圧入面に作用する圧力によって起る軸方向の応力の大きさ⁽³⁾, および圧入圧の増加が疲れ限度に及ぼす影響⁽⁴⁾⁽⁵⁾についてはすでに研究されているから, ここでは, これには重点をおかない.

2. 疲れ試験とその結果

著者は圧入部に疲れ破壊が生ずる過程を次のように考える. 圧入を終った軸(棒)に曲げモーメントが加われば, 圧入部の入口付近には曲げモーメントのために大きな応力が起る. 応力を繰返すうちa部(第1図)にココアが発生するから, 圧入直後にa部に作用していた面圧が減少し, この部分が摩擦によって負担

第 1 図

* 昭和 35 年 4 月 3 日 第 37 期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 35 年 6 月 29 日.

** 正員, 九州大学工学部(福岡市箱崎町).

*** 疲れ強さは圧入部に停留き裂が発生する最小応力を指し, き裂強さは圧入部が破断しない最大応力(いずれも公称応力で表わす)を示す.

していた曲げモーメントも減る。その結果圧入終了後の棒の a 部よりすぐ奥の部分(すなわち b 部)では、曲げ応力が増す。コアの発生が多くなれば b 部には、コア発生前に a 部が受けていた曲げ応力に近い大きさの曲げ応力が作用するに至るであろう。そのため b 部には新たに疲れき裂が発生するおそれが増すであろう。もし発生したき裂が浅ければ圧入によって生じた軸方向の応力は全部は消失しないから、b 部に発生したき裂は進行し、軸(棒)は遂に b 部で破断する可能性が起る。最大応力を受ける断面が a 部から b 部に移動する間に、b 部にき裂が発生したのと同様の理由で、a b 間に微細なき裂がある間隔をおいて発生する可能性が多いであろうことが考えられる。圧入軸の圧入面の入口付近に多数の微細なき裂が発生するのは、以上の過程によるものと思われる(a b 間のき裂が進展せずして、b 部のき裂が進展するのは、ここに述べる以外の二次応力の作用と考えるべきである)。

圧入作業によって、圧入部の入口付近の棒の表面に生ずる応力の影響を知るため、第 2 図に示すような a) 段付試験片、b) 段の部分に疲れき裂を持つ試験片、c) 疲れき裂を持つ棒を圧入して段付にした試験片、の疲れ限度を測定した。圧入によって生ずる上記の軸方向の応力は、c) の場合の疲れ限度を b) の場合の限度より小さくするであろう。

第 2 図 試験片の形状

第 3 図 S-N 曲線

第 1 表 材料 (S45C) の成分と機械性質(調質材)

化 学 成 分 %					機 械 性 質 kg/mm ² , %					
C	Mn	Si	P	S	降伏点	引張強さ	真破断力	伸び	絞り	疲れ限度
0.48	0.66	0.32	0.014	0.006	40.4	66.1	115.2	14.5	53.2	32.0

き裂を持たない圧入試験片(圧入圧は十分大きいとする)の圧入部の応力集中率と、段付試験片の段による応力集中率とは、その大きさが幾分異なるであろうけれども、b), c) のようにき裂がある試験片では、き裂自身の応力集中率は大きいから、両試験片のき裂底の応力集中率は等しいと考えられる。したがって、b) と c) の疲れ限度を比較すれば、圧入によって生ずる軸方向の応力の影響の有無がわかるであろう。

試験片の素材は日立金属会社より供給された直径約 26 mm, S 45 C の丸棒(850°C 油冷, 710°C 水冷, 795°C 空冷)である。素材の機械性質は第 1 表のとおりである。

疲れき裂を持つ試験片 b), c) は、鋭い V みぞを入れた試験片のみぞ底に、回転曲げの停留き裂を発生させた棒(応力 13 kg/mm²) から切出した。圧入試験片の圧入圧は 1~2 t である(圧入しろは直径の 1~1.5×10⁻³ である)。圧入力が大きい場合には試験片に設けられた き裂 が圧入後口を開く場合が認められた(たとえば試験片 No. 26)。これは圧入によって圧入部

入口付近に軸方向に大きな引張応力が作用することを示すものであろう。

各試験片は停留き裂を発生させた後、いずれも 200°C で 20 分間加熱してき裂面に着色し、試験終了後、試験片を破壊して最初のき裂(停留き裂)の深さを求めた。

第 4 図 τ_0 の作用により棒の表面付近には大きい軸方向の応力が出る

き裂材の応力は、き裂面は圧縮応力を負担するけれども引張応力は負担し得ないと考えて求めた公称応力である。

第3図は $S-N$ 曲線で a), b), c) 試験片の疲れ限度はそれぞれ $\sigma_{w1}=14 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{w2}=14.5 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_{w3}=12.5 \text{ kg/mm}^2$ である。 σ_{w2} が σ_{w1} より大きい理由は、 σ_{w2} なるき裂底の公称応力は、その算出方法に仮定があることにとも関係があると思われる。 $\sigma_{w2} < \sigma_{w3}$ であることは、初め予想したとおりである。

次節に示すように、広い円板に丸棒を圧入するとき、圧入の終了直前に圧入部の入口付近の圧入面に作用するせん断応力を τ_0' とすれば、圧入後には、そこに $\tau_0 \cong \tau_0'$ なるせん断応力が圧入時とは逆方向に作用する。

第4図に示すように τ_0 が作用し始める付近の棒の表面付近には大きい軸方向の垂直応力が起る⁽⁶⁾。 τ_0 が不連続に作用するならば最大応力は無限大となるけれども、現実には無限大の応力は存在し得ないから τ_0 によって生ずる最大応力を σ_s' としよう。すなわち圧入した棒の危険断面(圧入部の入口付近)には曲げモーメントによる応力の他に、上記の応力 σ_s' が同時に作用する。 σ_s' はむしろ平均応力と考えねばならぬ。

簡単のため、以下の説明には、圧入部の材質の疲れ強さは、応力こう配の影響を受けずして平滑材の疲れ強さに等しいと仮定し、圧入部の材質の強さの判定には平滑材の耐久線図を用いる(第5図)。これはただ今の問題では十分許される仮定である。

実験を行なった c) 試験片の危険断面には、上に説明したように、 $\sigma_s' \pm \alpha \sigma_{w3}$ なる応力が作用すると考えられる。 α は圧入部の形状係数である。 σ_s' は平均応力でかつ十分大きいから、材料の降伏点を σ_s とすれば、 $\sigma_s' + \alpha \sigma_{w3} = \sigma_s$ と考えてよろしいであろう。したがって危険断面に疲れ破壊を起す応力の振幅は第5図の CB と考えねばならぬ。

AB 線(第5図)が横軸と交わる点を材料の真破断応力 σ_T とし、平滑材の疲れ限度を σ_{w0} とすれば、形状係数は、平均応力の影響を受けないと考えてよろしいから

$$CB = \alpha \sigma_{w3} = \frac{1 - (\sigma_s / \sigma_T)}{1 - (\sigma_{w0} / \sigma_T)} \sigma_{w0} \quad \dots\dots\dots (1)$$

となる。

試験片 b) は段付ではあるけれども圧入はしていないから σ_s' は作用しない。 b) 試験片の形状係数は、圧入試験片 c) の形状係数に等しくいずれも α であると考えてよろしいから $\sigma_{w0} = \alpha \sigma_{w2}$ である。したがって(1)式より

$$\sigma_{w3} = \frac{1 - (\sigma_s / \sigma_T)}{1 - (\sigma_{w0} / \sigma_T)} \sigma_{w2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。

第1表の数値を用いて(2)式を計算すれば

$$\sigma_{w3} = 0.90 \sigma_{w2}$$

となる。

この値は実験値、 $\sigma_{w3} / \sigma_{w1} = 12.5 / 14.5 = 0.86$ とほぼ一致し、圧入によって生ずる軸方向の応力の影響が予想どおり無視できないことを示すものである。

圧入力が小さければ σ_s' も小さく、したがって圧入後 τ_0 によって生ずる軸方向の応力は棒のごく表面付近に限られ、その部分の疲れ強さに影響しない場合が起るであろう。そのような場合には σ_{w2} と σ_{w3} との差は(2)式で得られる値より小さくなるであろう。

3. 圧入によって生ずる軸方向の残留応力

円板(輪心)を圧入した丸棒(軸)の圧入部の入口付近に生ずる軸方向の応力は、 a) 圧入面に作用する圧力によるものと、 b) 上に説明したように、圧入時に起る棒と円板の軸方向の変形の大きさに差があるため、圧入終了後に発生する応力の和である。 a) の応力は b) の応力よりもはるかに小さく、すでに求められている⁽³⁾から下に b) の応力の求め方を示す。

b) の場合の応力を求めるには、厳密には、Goodier が焼ばめの計算で軸方向の収縮による応力を求めた方法のと同じような取扱いをすべきであるけれども、圧入の場合の圧入部入口付近の応力は、圧入終了直前の状態から推定しても大きい誤りはないであろうから近似計算法で求めた値でことたりる。

圧入終了直前では、第1図において、変形前 δ なる長さであった棒の a 部(斜線入り)は、圧入力 P を受けて $\epsilon_1 \delta$ だけ縮む。このとき円板の b 部(斜線入り、変形前の長さ δ)は $\epsilon_2 \delta$ だけ縮んでいる。したがって圧入面に作用する圧力のために、a 部および b 部に生ずる軸方向の変形の差を無視すれば、a 部が圧入されて b 部と向かい合うとき、その長さには

$$\Delta l = \delta (\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad \dots\dots\dots (3)$$

だけの差ができる。

第5図 材料の耐久線(説明図)

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ は圧入力, あるいは圧入面に, 圧入終了直前に作用するせん断応力 τ_0' に比例する量で, むろん丸棒が圧入された長さによっても異なる。しかし圧入部の強さには, 棒が板に l だけ圧入されたときの圧入部入口付近の応力状態が重要な影響を持つから, Δ_1 も圧入終了後の圧入部入口付近の値が必要である。いま棒および板の弾性係数をともに E として

$$E\varepsilon_1 = \tau_0' l / C_1, \quad E\varepsilon_2 = \tau_0' l / C_2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

とおけば C_1, C_2 は棒の直径, 材質, 圧入物の寸法, 材質によって異なり力学計算で求めねばならぬ。

圧入後, 圧入面の全長にわたって起る棒と円板とのひずみの差 Δ (入口付近の Δ が前に示した Δ_1 である) は一様ではない。圧入力が取去られれば Δ は圧入面上にせん断応力 τ_0 を起す。圧入面の 1 点における Δ はその点の棒および円板のせん断に対する剛性に逆比例して分担されると仮定*すれば, 圧入部の入口付近では

$$\Delta_1 = \delta \frac{l}{E} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \frac{\tau_0}{C_1} \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。

一方 (3) 式と (4) 式から

$$\Delta_1 = \delta \frac{l}{E} \left(1 - \frac{C_1}{C_2} \right) \frac{\tau_0'}{C_1}$$

であるから, $x = C_1/C_2$ とおけば

$$\tau_0 = \frac{1 - (C_1/C_2)}{1 + (C_1/C_2)} \tau_0' = \left(1 - \frac{2x}{1+x} \right) \tau_0'$$

となる。

圧入部の入口付近では, 後に示すように $C_1 \ll C_2$ であるから $x \approx 0$ と考えられる。したがって

$$\tau_0 = \tau_0' \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。

4. C_1, C_2 の値

丸棒を円板に圧入するときに圧入部入口付近の丸棒に生ずる縮みの近似値は, Filon の力学計算⁽⁶⁾を用いて求めることができる。すなわち圧入された棒の圧入部の入口付近の応力状態は, 第 6 図の A 点付近の応力状態にほぼ等しいと考える。

第 6 図の OA 間では, 棒の表面および表面付近で

第 6 図

$\sigma_r \approx 0$ であるから, 軸方向の応力を σ_z , 接線方向の応力を σ_t , 半径方向の応力を σ_r , ν をポアソン比とすれば, A 断面付近の軸方向のひずみ ε_{z1} は $E\varepsilon_{z1} \approx \sigma_z - \nu(\sigma_t + \sigma_r)$ である。

圧入面に作用する圧力を p とすれば, p によって生ずる棒の A 断面付近の σ_z は, l/a の大きさによって多少異なるけれども約 $\sigma_z = p/2$, $\sigma_t = 0.2p$ である⁽⁸⁾から p による軸方向のひずみ ε_{z2} は

$$E\varepsilon_{z2} = \frac{p}{2} - 0.2 \nu p \approx \frac{p}{2}$$

である。

したがって棒が l だけ圧入されたときに, A 断面付近で, 棒の表面に生ずる軸方向の縮み ε_1 は, $E\varepsilon_1 = E\varepsilon_{z1} + E\varepsilon_{z2}$ である。

$E\varepsilon_1 = \tau_0' l / C_1$ (4) 式とおけば C_1 はむろん a, l の関数である。圧入作業が終了し圧入力が取去られれば, 圧入面の軸方向には τ_0' と逆向きに $\tau_0 \approx \tau_0'$ なるせん断応力が発生することは前に説明したとおりである。

$E\varepsilon_{z1}$ の値を第 7 図に示す。これは Filon の計算結果⁽⁶⁾から求めたもので, τ_0 が作用し始める点 ($z = c/3$ および $z = 2c/3$) では ε_{z1} が非常に大きくなることがわかるであろう。したがって圧入部の入口付近では, $\varepsilon_{z1} \gg \varepsilon_{z2}$ と考えることができるから, そこでは, $C_1 \approx 0$ である。

一方, 圧入中に起る円板の圧入部の入口の縮みの近似値は, 第 8 図の場合について弾性計算を行なって求めることができる。

円柱座標を用いれば第 8 図の場合の境界条件は $z = \pm l$ で $\sigma_z = 0$, $r = a$ で $0 \leq z \leq l$ のとき $\sigma_r = 0$, $\tau = \tau_0'$, $-l \leq z \leq 0$ のとき $\sigma_r = 0$, $\tau = -\tau_0'$, $r = \infty$ で $\sigma_r = \sigma_t = \tau = 0$ である。かかる条件では, $z = \pm l$ 面上の孔縁付近に τ_0' が放射状に作用するけれども, それによる z 方向のひずみは, 小さいと考えられるから,

第 7 図 τ_0 によって軸の表面付近には大きな軸方向のひずみが生じる

* このような仮定のために Δ_1 が近似的となるのである。

これは問題の要点には影響を与えないであろう。

計算の途中は付録に示すけれども上の条件を満足する応力(第8図参照)は下のようになる。ただし G はせん断弾性係数で、ポアソン比 $\nu=1/4$ としてある。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_r}{G} &= \sum_n \left[\left\{ -\frac{5}{3} K_0(\rho) + \left(\frac{2}{\rho} + \frac{2}{3} \rho \right) K_1(\rho) \right\} A - \left\{ \frac{1}{3} K_0(\rho) + \frac{2}{3} \rho K_1(\rho) \right\} B \right] \cos kz \\ \frac{\sigma_t}{G} &= \sum_n \left[\left\{ \frac{1}{3} K_0(\rho) + \frac{2}{\rho} K_1(\rho) \right\} A - \frac{1}{3} K_0(\rho) B \right] \cos kz \\ \frac{\sigma_z}{G} &= \sum_n \left[\left\{ -\frac{1}{3} A + \frac{7}{3} \beta \right\} K_0(\rho) + \frac{2C}{k} \rho K_1(\rho) \right] \cos kz \\ k &= \frac{2n+1}{2l} \pi, \quad n=0, 1, 2, 3, \dots, \quad \rho=kr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

また $K_0(kr)$, $K_1(kr)$ は第2種の modified Bessel 関数である。 A , B , C などの定数は次の式から求める。すなわちポアソン比を $\nu=1/4$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} A &= \Delta_1/\Delta, \quad B = \Delta_2/\Delta, \quad 2C/k = \frac{2}{3}(A-B), \\ \Delta &= -\frac{1}{3} \left[K_1(\alpha) + \frac{2}{3} \alpha K_0(\alpha) \right] D(\alpha) - \left[K_1(\alpha) - \frac{2}{3} \alpha K_0(\alpha) \right] E(\alpha), \\ \Delta_1 &= \frac{2}{3} \frac{\tau_0'}{G} \left(\frac{a}{l} \right) \frac{D(\alpha)}{\alpha}, \quad \Delta_2 = \frac{2\tau_0'}{G} \left(\frac{a}{l} \right) \frac{E(\alpha)}{\alpha}, \\ D(\alpha) &= K_0(\alpha) - 2\alpha K_1(\alpha), \quad E(\alpha) = -\frac{5}{3} K_0(\alpha) - \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{3} \alpha \right) K_1(\alpha), \\ \alpha &= ka = (2n+1)\pi a/(2l) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

である。

計算の結果圧入部の入口付近(第8図のA付近)では $\sigma_r=0$ で、かつ $\sigma_z \cong \sigma_t \cong 0$ となるから、A点付近の穴壁上では、 τ_0' の作用によって起る軸方向の縮み ε_{z2} は $E\varepsilon_{z2} = \sigma_z - \nu\sigma_t$ である。

圧入面に作用する圧力 $\sigma_r = -p$ のために起る軸方向のひずみ ε_{z2}' は $E\varepsilon_{z2}' = -\nu(\sigma_t + \sigma_r) = -\nu(p-p) = 0$ である。

したがって丸棒を l なる長さだけ圧入したとき円板の穴の入口付近に生ずる軸方向のひずみ ε_2 は

$$E\varepsilon_2 = E(\varepsilon_{z2} + \varepsilon_{z2}') \equiv \frac{\tau_0' l}{C_2} \rightarrow 0 \quad \dots\dots\dots (4)'$$

であるから $C_2 \rightarrow \infty$ である。

第 8 図

5. 結 論

上に説明したことがらを要約すれば次のとおりである。

a) 輪心を圧入した車輪の疲れ限度には圧入時に、軸が輪心より大きく縮められるために圧入部の入口付近に起る軸方向の引張応力 σ が大きい影響を及ぼすことを説明し、応力 σ の示す実験を行なった。

b) 力学計算の結果、応力 σ は、圧入部入口付近の軸の表面付近では、軸材の降伏点に近い大きさの引張応力となる。

c) 実物の車輪に輪心を圧入したものを試験片とした場合の疲れ限度が、輪心のかわりに円筒を圧入した

第 9 図 第 8 図の孔縁付近の軸方向のひずみ

丸棒の疲れ限度より低い原因が、上記の応力 σ の大きさに関連をもつことを説明した。

実験に従事した真武友一君および数値計算を手伝った内堀久幸君に感謝する。

付 録

第 8 図において応力および変位は座標 z および r の関数である。よっていま半径方向の変位を u 、軸方向の変位を w とし、Lamé の弾性定数を λ 、 μ とすれば、応力の平衡条件と Hooke の法則とが満たされるためには u および w は次の式を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} (\lambda+2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (\lambda+\mu) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = 0 \\ (\lambda+2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + (\lambda+2\mu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) \\ + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (\lambda+\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial z} = 0 \end{aligned}$$

この両式を満足する解として次の u および w を選べば^{(6)*}、これらは第 8 図に示す応力条件を近似的に満足する。

$$\begin{aligned} u = \sum_{n=0} \left[AK_1(\rho) + C \frac{\rho}{k} K_0(\rho) \right] \frac{\cos kz}{k} \\ w = \sum_{n=0} \left[BK_0(\rho) + C \frac{\rho}{k} K_1(\rho) \right] \frac{\sin kz}{k} \end{aligned} \quad \dots\dots (9)$$

$$\frac{2}{k} C = \gamma(A-B),$$

$$\gamma = \frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu} = \frac{1}{2(1-\nu)}, \quad (\nu: \text{ポアソン比})$$

$$k = \frac{2n+1}{2l} \pi, \quad n=0, 1, 2, 3, \dots, \quad \rho = kr$$

$K_0(\rho)$, $K_1(\rho)$ は modified Bessel 関数で $r=\infty$

でいずれも 0 となる。

物体中に生ずる応力のうちただ今の問題に関係あるものを書けば⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (\lambda+2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \sigma_z &= \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} + (\lambda+2\mu) \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \sigma_t &= (\lambda+2\mu) \frac{u}{r} + \lambda \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

* 文献の番号は本文のそれと同じ。

である (第 8 図参照)。

これらの式に (1) 式の u , w を代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_r}{\mu} &= -\sum \left[(1+\gamma) K_0(\rho) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{2}{\rho} + \gamma \rho \right) K_1(\rho) \right] A \cos kz \\ &\quad - \sum \left[(1-\gamma) K_0(\rho) - \gamma \rho K_1(\rho) \right] B \cos kz, \\ \frac{\sigma_z}{\mu} &= \sum \left[\left\{ (2\gamma+1) B - (2\gamma-1) A \right\} K_0(\rho) \right. \\ &\quad \left. + 2C \frac{\rho}{k} K_1(\rho) \right] \cos kz, \\ \frac{\sigma_t}{\mu} &= \sum \left[\left\{ (1-\gamma) K_0(\rho) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{\rho} K_1(\rho) \right\} A - (1-\gamma) K_0(\rho) B \right] \cos kz, \\ \frac{\tau_{rz}}{\mu} &= -\sum \left[\left\{ K_1(\rho) + \gamma \rho K_0(\rho) \right\} A \right. \\ &\quad \left. + \left\{ K_1(\rho) - \gamma \rho K_0(\rho) \right\} B \right] \sin kz \end{aligned}$$

第 8 図における周辺条件のうち $r=a$ で $\sigma_r=0$ 、および $r=a$ で $\tau_{rz}=\tau_0' \sum \frac{2}{kl} \sin kz$ から本文 (7) 式の A , B が求まる。ただし $\mu=G$ である。

また $z=\pm l$ では $k=(2n+1)\pi/2l$, $n=0, 1, 2, 3, \dots$ であるから、 $\sigma_z=0$ となるけれども $\tau_{rz}=0$ とはならずして孔縁付近で $\tau_{rz}=\tau_0'$ となる。しかしこのことは軸方向の変位 w にはさほど影響しないと考えられるゆえ、このままにしておく。

A , B が求まれば必要な応力および変位は求まる。

Filon の数値計算の場合と比較するため $\pi a=6l$ の場合孔縁上の σ_t , σ_z を求め $E\epsilon_{z2}=(\sigma_z-\nu\sigma_t-\nu\sigma_r)$ を求むれば第 9 図のようになり $z=l$, すなわち第 8 図の A 点付近の ϵ_{z2} は 0 に近いことがわかる。

文 献

- (1) たとえば, O. J. Horger, *Proc. Intern. Congress on Fatigue of Metals* (1956), 352; O. J. Horger & W. I. Cantley, *J. Appl. Mech.*, **13** (1946-3), A-17.
- (2) たとえば, 中村, 機械学会論文集, **18**, 75 (昭 27-11), 64.
- (3) A. W. Rankin, *J. Appl. Mech.*, **11** (1944-6), A-77.
- (4) R. E. Peterson & A. M. Wahl, *J. Appl. Mech.*, **2** (1935-3), A-1.
- (5) 石橋, 金属の疲労と破壊の防止, (昭 29-12), 養賢堂.
- (6) L. N. G. Filon, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **198** (1902), 147.
- (7) J. N. Goodier, *S. Timoshenko 60th Anniversary Vol.*, (1938), 51, Mac Millan, New York.
- (8) M. V. Barton, *J. Appl. Mech.*, **8** (1941-9), A-97.