〔回答〕 本実験に用いた測定用コンデンサは 8 枚の極板からなる空気コンデンサで、この極板が掃気の流れにももちろん影響すると考えられるが、感度の許す限りできるだけ小さくした。それゆえ掃気流れに対してあまり大きい影響はないと思われる。また 1 回の実験に各測定場所に一度にコンデンサを取付けたのではなく 1 箇所ずつ取付け実験したもので、上流のコンデンサによる下流の測定場所に対する掃気流の状況の変化は全くない。

本測定回路は動作条件によって周波数特性があまりよくない場合があって濃度変化が急な場合に時間遅れを生じることがあるが、本実験は掃気の流れの先端の到達について調べたものでこの掃気到達時期の指示には時間遅れはない。なお時間遅れを知る必要のものについて

は測定用コンデンサに並列に微小容量のコンデンサをスイッチにて断続させて記録し、遅れの状態をまえもって調べておいた。

次に掃気の代りとして使用したフロン 22 と炭酸ガスの混合ガスは実機の場合と比重、温度等が異なっていて、実機と全く同じ条件の下での実験でないが、現在のところ過渡的な測定方法が他に見当たらないので比較することはできない。しかし前報の実験に用いたアンモニアガスと本実験の場合とは同一場所において掃気の到達時期には差は認められなかった。

測定方法につき上記以外の点に関しては前報〔機械学会誌, 61 巻, 471 号, (昭 33-4), 378 ページ〕を参照していただきたい。

寄 書

532.595.2

水 撃 波 の 伝 わ り 速 度 a に つ い て*

小 堀

威**

On the Wave Velocity a of Waterhammer

by Takeshi KOBORI

1. ま え が き

水撃波の伝わり速度は普通

$$a = \sqrt{\frac{1}{\gamma \left(\frac{1}{K} + \frac{D}{Es} \right)}} \quad (1)$$

によって与えられている。ここに

a : 管路における水撃波の伝わり速度 m/s

γ : 単位体積の流体の重量 kg/m³

g : 重力の加速度 m/s²

K : 流体の体積弾性係数 kg/m²

E : 管壁材料の縦弾性係数 kg/m²

D : 管の内径 m

s : 管壁の厚さ m

である。この式は管壁および流体の弾性変形を考えに入れて導いたものであるが、内圧による管壁の変形はその支持条件によって変り、したがって a の値も支持条件によって異なるはずである。このことを考えて、Parmakian は a の式として次の式を導いている***。

$$a = \sqrt{\frac{1}{\gamma \left(\frac{1}{K} + \frac{DC}{Es} \right)}} \quad (2)$$

式中 C は管の支持条件によって変る係数であって、二、三の代表的な場合に対して次の値を与えている。ただし μ は管壁材料のポアソン比である。

(a) 管の一端が固定され他端が自由な場合

$$C = \frac{5}{4} - \mu \quad \text{---|}$$

(b) 管の両端が固定され縦方向の変形がない場合

$$C = 1 - \mu^2 \quad \text{---|---|}$$

(c) 管の両端が固定され中間に伸縮継手がある場合

$$C = 1 - \frac{\mu}{2} \quad \text{---|---|}$$

しかるに筆者は、これら C の値は誤っていると思うので、その導き方を示して疑問に思われる点につき検討してみたい。

2. Parmakian の理論

水撃波の伝わり速度 a の式を導くための基本的の考え方は、管内圧力の変化による管径の変化と流体の圧縮性による体積変化との 2 原因により、管内流体の微

* 原稿受付 昭和 35 年 8 月 10 日。

** 正員、日立製作所亀有工場 (東京都足立区大谷田町 2-1)。

*** Parmakian, *Waterhammer Analysis* (1955), 15, Prentice-Hall.

小長さ dx 部分が微小時間 dt 間に受ける長さの変化を求め、これを連続の方程式に適用することである。

Parmakian の理論を示せば次のごとくである。第1図は任意の時間 t において、 dx の長さを有する流体の微小部分 BC を示しており、その両端 B および C における流速はそれぞれ V および $V + (\partial V / \partial x) dx$ である。第2図は微小時間 dt の後に、流体微小部分 BC が DF に来たときの状態を示している。 V は二つの独立変数 x および t の関数であるから、 D および F における流速はそれぞれ

$$V + \frac{\partial V}{\partial x} BD + \frac{\partial V}{\partial t} dt$$

および

$$V + \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial}{\partial x} \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) CF + \frac{\partial}{\partial t} \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) dt$$

である。B端がDまでくる間の平均流速は

$$V + \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial x} BD + \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial t} dt$$

であるから

$$BD = \left(V + \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial x} BD + \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial t} dt \right) dt$$

同様にして

$$CF = \left[V + \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) CF + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(V + \frac{\partial V}{\partial x} dx \right) dt \right] dt$$

高次の項を省略すれば、 dx の長さを有する流体の微

第 1 図

第 2 図

小部分 BC が DF に来たときの長さの変化 ($BD - CF$) は次のごとくなる。

$$BD - CF = - \frac{\partial V}{\partial x} dx dt \quad \dots \dots \dots (3)$$

この長さの変化は次の二つの原因によって生ずるものである。すなわちその一つは内圧の変化により、管径が膨脹または収縮して断面積が変るためであり、他の一つは流体自体が圧縮性を有するためにその体積を変えるからである。次に $(BD - CF)$ の値を求める。

管壁における軸方向および周方向の応力の変化 $\Delta \sigma_1$ および $\Delta \sigma_2$ によって生ずる管半径の変形量は

$$\Delta R = \frac{R + s/2}{E} (\Delta \sigma_2 - \mu \Delta \sigma_1) \cong \frac{R}{E} (\Delta \sigma_2 - \mu \Delta \sigma_1)$$

また軸方向の長さ dx の変化量は

$$\delta x = \frac{dx}{E} (\Delta \sigma_1 - \mu \Delta \sigma_2)$$

である。この新たな応力状態における管壁の微小部分によって囲まれる容積は

$$\pi (R + \Delta R)^2 (dx + \delta x)$$

である。容積の変化に対応すべきもとの微小部分 BC の長さの変化は

$$\frac{\pi (R + \Delta R)^2 (dx + \delta x) - \pi R^2 dx}{\pi R^2}$$

となり、保留すべき項に比してきわめて小なる項を省略すれば

$$\delta x + \frac{2 \Delta R}{R} dx$$

が得られる。

軸方向応力の変化量は管の支持条件によって変る。いま二、三の代表的な場合について述べれば次のごとくである。

(a) 管の一端が固定され他端が自由な場合には、 γdH なる圧力変化により生ずる軸方向および周方向の応力変化は

$$\Delta \sigma_1 = \frac{\gamma D dH}{4s}, \quad \Delta \sigma_2 = \frac{\gamma D dH}{2s}$$

となる。ただし D は管内径である。したがって長さの変化は

第 3 図

$$\begin{aligned}\delta x + \frac{2\Delta R}{R} dx &= \frac{dx}{E} \left(\frac{\gamma D dH}{4s} - \frac{\mu \gamma D dH}{2s} \right) \\ &+ \frac{2dx}{E} \left(\frac{\gamma D dH}{2s} - \frac{\mu \gamma D dH}{4s} \right) \\ &= \frac{\gamma D dH}{Es} \left(\frac{5}{4} - \mu \right) dx\end{aligned}$$

(b) 管の両端が固定され縦方向の変形がない場合には

$$\Delta \sigma_1 = \frac{\mu \gamma D dH}{2s}, \quad \Delta \sigma_2 = \frac{\gamma D dH}{2s}$$

となり、したがって

$$\delta x + \frac{2\Delta R}{R} dx = \frac{\gamma D dH}{Es} (1 - \mu^2) dx$$

(c) 管の両端が固定され中間に伸縮継手がある場合には

$$\Delta \sigma_1 = 0, \quad \Delta \sigma_2 = \frac{\gamma D dH}{2s}$$

となり、したがって

$$\delta x + \frac{2\Delta R}{R} dx = \frac{\gamma D dH}{Es} \left(1 - \frac{\mu}{2} \right) dx$$

以上の各場合に対してそれぞれ

$$(a) \quad C = \frac{5}{4} - \mu$$

$$(b) \quad C = 1 - \mu^2$$

$$(c) \quad C = 1 - \frac{\mu}{2}$$

と置けば、次のごとくまとめて表わすことができる。

$$\delta x + \frac{2\Delta R}{R} dx = \frac{\gamma D dH dx}{Es} C \quad \dots\dots\dots (4)$$

次にもとの長さが dx なる流体微小部分が、その圧縮性のために、 γdH なる圧力変化により受ける体積変化量は

$$\frac{\gamma \pi R^2}{K} dH dx$$

で表わされる。したがって長さの変化量は次のごとくなる。

$$\frac{\gamma \pi R^2}{K \pi R^2} dH dx = \frac{\gamma}{K} dH dx \quad \dots\dots\dots (5)$$

γdH なる圧力変化により生ずる流体微小部分の長さの全変化量は (4), (5) の両式の和として求められる。すなわち

$$\gamma \left(\frac{1}{K} + \frac{DC}{Es} \right) dH dx$$

H は x と t との関数であり、また $dx/dt = V$ であるから

$$dH = \frac{\partial H}{\partial t} dt + \frac{\partial H}{\partial x} dx = \left(\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} \right) dt$$

となる。一方また流体微小部分の長さの全変化量は

(3) 式にて与えられているので、次の式が導かれる。

$$\begin{aligned}BC - CF &= -\frac{\partial V}{\partial x} dx dt \\ &= \gamma \left(\frac{1}{K} + \frac{DC}{Es} \right) \left(\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} \right) dx dt\end{aligned}$$

したがって

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\gamma \left(\frac{1}{K} + \frac{DC}{Es} \right) \left(\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} \right)$$

あるいは

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし

$$a = \sqrt{\frac{1}{\gamma \left(\frac{1}{K} + \frac{DC}{Es} \right)}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

この a が圧力波の伝わり速度を表わすことは、水撃の基礎理論から知られるとおりである。

3. Parmakian の理論に対する検討 および訂正

a についての従来の普通の理論は、管の支持条件の相違については考慮を払わずに、しかも管壁の軸方向応力は全く無視している。これに対して Parmakian は管の支持条件の相違を考えに入れて、 a の式を導いているのであるが、支持条件によって変る係数 C の値につき、疑問をいだかざるを得ない。

従来一般に用いられる a の式は管の軸方向の応力を無視して求めたものであるから、Parmakian の (c) の場合に相当していることになる。したがって、この場合には (2) 式は (1) 式と同じになるべきであるから、

$$C=1$$

とならなければならぬ。しかるに Parmakian によれば

$$C = 1 - \frac{\mu}{2}$$

となっていて不合理である。

次に $\mu=0$ の場合を仮定して考えれば、(a) の場合に軸方向の応力が管径の変化に影響を及ぼすことはないから、(c) の場合と同じ結果となり $C=1$ とならなければならぬ。Parmakian によればこの場合には

$$C = \frac{5}{4}$$

となって、これもまた不合理である。

これらの不合理は何によって生じたかというに、長

さ dx の管内流体の微小部分が管壁の膨張によって、その長さを変える量を求めるところにある。Parmakian 氏はこの長さの変化を

$$\frac{\pi(R+\Delta R)^2(dx+\delta x)-\pi R^2 dx}{\pi R^2} \cong \delta x + \frac{2\Delta R}{R} dx$$

としている。しかるに $\pi(R+\Delta R)^2(dx+\delta x)$ は管壁の微小長さ dx の部分の半径および長さがそれぞれ ΔR および δx だけ変化した後の管の容積である。長さ dx の管部分にあった流体の微小部分が、管壁の膨張のためにその長さを変える量は管の断面積の変化量に関係するものであって、管壁の長さの変化には無関係である。したがって上の式はこの場合なんらの意味を有しない。

管の長さ dx 部分に含まれている流体が管壁の膨張によってその長さを変化する量は

$$dx - \frac{\pi R^2}{\pi(R+\Delta R)^2} dx$$

であるはずである。これを整理して、保留すべき項に比してきわめて小なる項を省略すれば

$$\frac{2\Delta R}{R} dx$$

となる。これは Parmakian の値に比して δx の項がなくなっている。

管の支持条件 (a), (b) および (c) に対して上式の値を求めれば次のごとくなる。

(a) の場合

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= \frac{\gamma D d H}{4s}, \quad \Delta\sigma_2 = \frac{\gamma D d H}{2s} \\ \frac{2\Delta R}{R} dx &= \frac{2dx}{E} \left(\frac{\gamma D d H}{2s} - \frac{\mu \gamma D d H}{4s} \right) \\ &= \frac{\gamma D d H}{Es} \left(1 - \frac{\mu}{2} \right) dx \end{aligned}$$

(b) の場合

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= \frac{\mu \gamma D d H}{2s}, \quad \Delta\sigma_2 = \frac{\gamma D d H}{2s} \\ \frac{2\Delta R}{R} dx &= \frac{\gamma D d H}{Es} (1 - \mu^2) dx \end{aligned}$$

(c) の場合

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= 0, \quad \Delta\sigma_2 = \frac{\gamma D d H}{2s} \\ \frac{2\Delta R}{R} dx &= \frac{\gamma D d H}{Es} dx \end{aligned}$$

以上三つの場合をまとめて表わせれば

$$\frac{2\Delta R}{R} dx = \frac{\gamma D d H dx}{Es} C$$

ただし

$$\begin{aligned} (a) \quad C &= 1 - \frac{\mu}{2} \\ (b) \quad C &= 1 - \mu^2 \\ (c) \quad C &= 1 \end{aligned}$$

4. むすび

水撃波の伝わり速度 a についての Parmakian の誤りは、長さ dx の管部分に含まれていた流体が、その圧力の変化により受ける長さの変化量を求めるに際し、管壁自体の長さの変化量を混入させたことに起因しているのである。

筆者により訂正された係数 C の値を用いれば、従来一般に用いられている a の式は、(c) の管支持の場合に一致し、また $\mu=0$ と仮定すればいずれの場合においても $C=1$ となって、(c) の場合に一致することになり、Parmakian の C の値に対していただいた疑問は完全に解消する。

タンカーのさび止めにフェロシアン化カリウム

オランダでは、タンカーの鋼鉄が腐食するのを防ぐため、石油を汚染しないでさび止めできる方法を研究して成功した。

オランダ最近の特許による方法で、従来どおりの技術で、加熱しても冷却しても使用でき、もし望むならば海水と混合しても使用可能である。物体の表面に作用する材料、すなわちフェロシアン化カリウムをきわめて少量添加するだけでよい。

石油タンカーの腐食は主として石油の中ほとんど常に存在する少量の水によって起る。また、タンカー

が定期的に海水内にはいり、しばしば大気中にさらされるような場合に腐食しやすい。

さび止めの問題が今日まで満足に解決できなかったのは、さび止めの材料がしばしば水を乳状に混濁させたり、時に石油と混合したからである。ゆえに良好な結果をうるためには洗浄溶液は、重さで 17 % のフェロシアン化カリウムを含む必要がある。りん酸塩は有害な影響を与えるから加えるべきでない。

[New Scientist, 8, 203 (1960), 926]

(日本科学技術情報センター提供)