ことが判明した。また理論値と実験値とがよく一致することから、単純なはりの曲げおよびねじりたわみの理論を基礎にしてこの問題を解くことが妥当であることが証明された。本報の結果は単はすば齒車に対しても適用できるが、その場合にはねじれ角その他の寸法を考えて歯の曲げこわさを平歯車と等価なものに換算することが必要である。終りに種々助言をいただいた東京工大の中田 孝、石川二郎両先生に厚くお礼を申

上げる。また本研究は日本造船関連工業会の御援助によるものであることを記して感謝の意を表する。

文 献

- (1) H. Poritsky, A. D. Sutton, & A. Pernick, *J. Appl. Mech.*, **12** (1945), A-78.
- (2) 星野, 日本海事協会技報, **1** (昭28-8), 1 および造船協会論文集, 92 (昭32), 173.

621. 833. 33. 031. 2:539. 38

船用減速齒車の荷重分布*

(第 2 報, やまば齒車の場合)

林 国 一**, 佐 山 武 英***

Load Distribution in Marine Reduction Gears

(2nd Report, Double Helical Gears)

by Kunikazu HAYASHI and Takehide SAYAMA

In the first report the load distribution along the axis of the pinion in turbine reduction gears in the case of spur gears was treated both theoretically and experimentally. It was demonstrated that the solution by infinite series of an integral equation showed excellent agreement with the experimental data. The present paper deals with the case of double helical gears by means of infinite series as in spur gears, considering the effect of the axial components of the load distributed along the pinion teeth. However, the effect is not so serious and therefore may be disregarded in practice. It is shown that the misalignment of bearings and the error in helical angles affect the load distribution greatly. Especially the difference in temperature rise in the pinion and the gear is important. A difference in temperature by a few-degrees in centigrade changes the maximum load by some 30 % or so, increasing or decreasing its value depending on the direction of rotation.

1. 緒 言

第 1 報⁽¹⁾において平歯車の場合の軸方向の荷重分布を積分方程式の級数解として求め、実験⁽²⁾とよく一致することを確認した。そこで第 1 報の方法をやまば齒車に適用して荷重分布を求めた。この問題については星野⁽³⁾が積分方程式の近似解を求め、Poritsky, Sutton および Pernick⁽⁴⁾は微分方程式の解を与えているが、いずれも計算を簡単にするために問題を単純化している。本報は小歯車の形をできるだけ忠実に計算に導入することを主眼とした。

2. 荷重分布の積分方程式

計算を簡単にするために次の仮定を設けた。(1)相手大歯車の歯以外の部分は剛体である。(2)小歯車のせん断力によるたわみを見捨てる。(3)各歯すじに分布している荷重を軸方向に一線上に分布し、しかも小歯車のピッチ点に加わる荷重に置換える。(4)小歯車の中みぞおよび端部の逃げはない。(5)大小歯車の歯は単純線形ばねが軸方向に連続に分布している。(6)小歯車の軸受は単純支持で荷重が加わっても変位しない。(7)小歯車に純トルクを加える。(8)大小歯車の歯間の歯すじ方向の摩擦力を見捨てる。以上の他に無荷重のときに大歯車と小歯車の歯は完全に均一に当たっていることを仮定するが、ねじれ角の誤差、軸受の調

* 昭和 35 年 10 月 14 日 第 38 期東京秋期講演大会において論文講演(第 3 報)として講演、原稿受付 昭和 35 年 7 月 20 日。

** 正員、東京工業大学精密工学研究所 (東京都目黒区大岡山 1)。

*** 准員、新三菱重工業会社神戸造船所。

整不良による大小歯車の当りの平行度の誤差の影響については後に論ずる。第1図のように大歯車とかみあっている小歯車にトルク T_0 が加えられると、軸方向に分布する荷重が発生するが、一般に小歯車の長さの中央を境にして継手側と自由側とでねじれ角が左右逆になっているので、仮定(8)により荷重の軸方向の分力の合力は継手側と自由側が等しくなることから次の関係が成り立つ。

$$\int_0^l w_a d\xi_a = \int_0^l w_b d\xi_b = \frac{T_0}{2R_g} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ただし、 w_a , w_b はそれぞれ継手側および自由側で中央を原点とする座標 x_a , x_b において歯に加わる荷重の軸に直角な成分で単位軸方向長さ当りの値、 l は小歯車の歯のある部分の全長の $1/2$ 、 R_g は小歯車の基礎円の半径である。これらの荷重による小歯車の曲げによるたわみは、継手側、自由側においてそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{a1} &= \frac{1}{EI} \int \int \left\{ \int_{x_a}^l (\xi_a - x_a) w_a d\xi_a \right. \\ &\quad \left. - R_A(L - x_a) \right\} dx_a^2 + c_1 x_a + c_2 \\ \delta_{b1} &= \frac{1}{EI} \int \int \left\{ \int_{x_b}^l (\xi_b - x_b) w_b d\xi_b \right. \\ &\quad \left. - R_B(L - x_b) \right\} dx_b^2 - c_1 x_b + c_2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2)$$

で与えられる。ただし E は小歯車材の縦弾性係数、 I は小歯車の歯のある部分の断面二次モーメント、 R_A , R_B はそれぞれ継手側、自由側の軸受の反力、 L は軸受間隔の $1/2$ 、 c_1 , c_2 は積分定数である。また小歯車のねじれたたわみによる歯の負荷点のかみあい線方向のたわみ δ_{a2} , δ_{b2} はそれぞれ

第1図 小歯車のたわみ

$$\left. \begin{aligned} \delta_{a2} &= \frac{R_g^2}{GI_p} \left\{ \frac{T_0}{2R_g} x_a + \int \int_0^{x_a} w_a d\xi_a dx_a \right\} + c_0 \\ \delta_{b2} &= \frac{R_g^2}{GI_p} \left\{ -\frac{T_0}{2R_g} x_b + \int \int_0^{x_b} w_b d\xi_b dx_b \right\} + c_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

である。ただし G は小歯車材の剛性率、 I_p は小歯車の歯のある部分の断面二次極モーメント、 c_0 は積分定数である。これらのたわみおよび荷重は、いずれも第1図の矢印の方向を正とする。次に歯のたわみについて考えると、かみあい区間にある各歯すじの軸方向への投影は一般に重なりを持っているが、この重なりを零と仮定すれば、歯に加わる歯直角荷重は座標 x_a においては歯すじ方向単位長さ当り w_a であることが容易に証明される。大歯車の歯を剛体とし、大小歯車の歯の合成たわみを考慮した小歯車の歯の歯直角曲げこわさを、歯すじ方向単位長さについて k とすると、継手側の歯の歯直角たわみは w_a/k である。この場合 k は上述の重なりを零にしたことを考慮した値でなければならない。また大歯車は軸方向には移動しないと仮定すると、(1)式が成り立つために小歯車は荷重が加わると軸方向に変位し、さらに大小歯車の温度上昇の差、軸方向分力によって小歯車は軸方向に変位する。そのかみあい点における値を δ_{xa} , δ_{xb} とし、いずれも x_a , x_b の正の方向への変位を正とする。そこで歯のたわみと軸方向の変位を合成したかみあい面内における軸直角方向の歯のたわみを δ_{a3} , δ_{b3} とすると第2図を参照して

$$\left. \begin{aligned} \delta_{a3} &= \frac{w_a}{k \cos \beta_g} + \delta_{xa} \tan \beta_g \\ \delta_{b3} &= \frac{w_b}{k \cos \beta_g} + \delta_{xb} \tan \beta_g \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(4)$$

が成り立つ。ただし β_g は小歯車のピッチ円上のねじれ角をかみあい面上に投影した角で、これは基礎円上のねじれ角に等しい。任意の断面、たとえば継手側において軸に直角方向の荷重が x_a 軸方向の単位長さ当り $w_a \tan \beta_g$ である。しかし最初述べた仮定(3)

第2図 歯のたわみと x 方向の変位

により軸方向分力はピッチ点上で軸方向に分布する。座標 x_a, x_b おけるこの荷重の合力 W_a, W_b は

$$\left. \begin{aligned} W_a &= \frac{T_0}{2R_g} \tan \beta_g - \tan \beta_g \int_0^{x_a} w_a d\xi_a \\ W_b &= \frac{T_0}{2R_g} \tan \beta_g - \tan \beta_g \int_0^{x_b} w_b d\xi_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

で $\beta_g > 0$ のときは軸方向分力が小歯車を伸ばすように作用する (第3図の状態) ものとなれば、 $\beta_g > 0$ のとき $W_a > 0, W_b > 0$, で引張りであり、 $\beta_g < 0$ のときは $W_a < 0, W_b < 0$ となって圧縮荷重となる。船が前進するとき $\beta_g > 0$ であれば後進のときは $\beta_g < 0$ である。(5)式の荷重によって小歯車はその軸とピッチ点を含む面内で曲げたわみを生ずる。座標 x_a, x_b におけるそのたわみを δ_{a4}, δ_{b4} とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \delta_{a4} &= -\frac{R_g \tan \beta_g}{EI \cos \alpha} \left\{ \frac{T_0}{2R_g} \frac{x_a^2}{2} - \int \int_0^{x_a} w_a d\xi_a dx_a \right\} + c_3 x_a + c_4 \\ \delta_{b4} &= -\frac{R_g \tan \beta_g}{EI \cos \alpha} \left\{ \frac{T_0}{2R_g} \frac{x_b^2}{2} - \int \int_0^{x_b} w_b d\xi_b dx_b \right\} - c_3 x_b + c_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

が得られる。ただし α は軸直角かみあい圧力角である。また小歯車の軸がピッチ点に向かってたわむとき δ_{a4}, δ_{b4} は正である。これまでに述べてきた各たわみの間の関係を継手側について調べると、第4図で無荷重のときに軸受中心線Oに一致していた小歯車の中心は、曲げによってC点まで δ_{a1} だけたわみ、さらに軸方向分力による曲げのためにC'まで δ_{a4} だけたわみ、その垂直成分 (かみあい面に平行な方向) は $\delta_{a4} \sin \alpha$ である。またねじれによって最初水平だった動径C'DがC'D'まで θ だけねじれ、それにともなう歯の垂直変位は δ_{a2} となる。小歯車の軸方向の変位を含んだ大小歯車の歯の合成たわみは δ_{a3} である。一方大歯車を固定すると大歯車の歯元Eは不動である。したがって次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{a1} - \delta_{a2} + \delta_{a3} - \delta_{a4} \sin \alpha &= 0 \\ \delta_{b1} - \delta_{b2} + \delta_{b3} - \delta_{b4} \sin \alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

軸方向荷重成分 W_a, W_b による継手側および自由側の小歯車の単純伸び X_{a1}, X_{b1} はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} X_{a1} &= \frac{\tan \beta_g}{AE} \left\{ \frac{T_0}{2R_g} x_a - \int \int_0^{x_a} w_a d\xi_a dx_a \right\} + c_5 \\ X_{b1} &= \frac{\tan \beta_g}{AE} \left\{ \frac{T_0}{2R_g} x_b - \int \int_0^{x_b} w_b d\xi_b dx_b \right\} - c_5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

である。ただし A は小歯車の歯のある部分の断面積、 c_5 は積分定数である。また軸方向の分力によるたわみ δ_{a4}, δ_{b4} のために小歯車はピッチ線上で伸びを生ずる。その量を X_{a2}, X_{b2} とすると、

$$X_{a2} = \frac{R_g^2 \tan \beta_g}{EI \cos^2 \alpha} \left\{ \frac{T_0}{2R_g} x_a - \int \int_0^{x_a} w_a d\xi_a dx_a \right\} + c_6, \quad X_{b2} = \frac{R_g^2 \tan \beta_g}{EI \cos^2 \alpha} \left\{ \frac{T_0}{2R_g} x_b - \int \int_0^{x_b} w_b d\xi_b dx_b \right\} - c_6 \dots\dots\dots (9)$$

が得られる。さらに横荷重によるたわみ δ_{a1}, δ_{b1} のためにピッチ線上で小歯車は縮みを生ずる。その量を X_{a3}, X_{b3} とすると、

$$\left. \begin{aligned} X_{a3} &= \frac{R_g \tan \alpha}{EI} \left\{ \int \int_{x_a}^l (\xi_a - x_a) w_a d\xi_a dx_a - R_A \left(L x_a - \frac{x_a^2}{2} \right) \right\} + c_7 \\ X_{b3} &= \frac{R_g \tan \alpha}{EI} \left\{ \int \int_{x_b}^l (\xi_b - x_b) w_b d\xi_b dx_b - R_B \left(L x_b - \frac{x_b^2}{2} \right) \right\} - c_7 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。ただし小歯車がピッチ線上で伸びる場合に $X_{a2}, X_{b2}, X_{a3}, X_{b3}$ は正であるとする。これら軸方向

第3図 荷重の軸方向の分力

第4図 各たわみの間の関係

の伸びを加えたものは第2図の δ_{xa} , δ_{xb} に等しいから次式が成り立つ.

$$\delta_{xa} = X_{a1} + X_{a2} + X_{a3}, \quad \delta_{xb} = X_{b1} + X_{b2} + X_{b3} \quad \dots\dots\dots (11)$$

以上の各たわみを(7)式に代入し, 次の記号

$$\lambda_1 = \frac{l^3 G I_p}{R_g^2 E I}, \quad \lambda_2 = \frac{R_g^2 l^2 k}{G I_p} \cos \beta_g, \quad \lambda_3 = \frac{l G I_p}{R_g E I} \tan \alpha \tan \beta_g, \quad \lambda_4 = 1 + \frac{G I_p}{E I} \left(\frac{l}{R_g^2 A} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) \tan^2 \beta_g \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{2 G I_p}{T_0 l R_g} c_0, \quad B_1 = \frac{2 G I_p}{T_0 \lambda_1 R_g} c_1, \quad B_2 = \frac{2 G I_p}{T_0 \lambda_1 l R_g} c_2, \quad B_3 = \frac{2 G I_p \sin \alpha}{T_0 \lambda_3 R_g} c_3, \quad B_4 = \frac{2 G I_p \sin \alpha}{T_0 \lambda_3 l R_g} c_4 \\ \left(\begin{array}{c} B_5 \\ B_6 \\ B_7 \end{array} \right) &= \frac{2 G I_p \tan \beta_g}{T_0 l R_g} \left(\begin{array}{c} c_5 \\ c_6 \\ c_7 \end{array} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$A_1 = \lambda_1 B_1 - \lambda_3 B_3, \quad A_2 = -B_0 + \lambda_1 B_2 - \lambda_3 B_4, \quad A_3 = B_5 + B_6 + B_7 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$f_a(\eta_a) = \frac{2 R_g l w_a}{T_0}, \quad f_b(\eta_b) = \frac{2 R_g l w_b}{T_0}, \quad \eta_a = \frac{x_a}{l}, \quad \eta_b = \frac{x_b}{l}, \quad \frac{\xi_a}{l} \rightarrow \xi_a, \quad \frac{\xi_b}{l} \rightarrow \xi_b, \quad r_a = \frac{2 R_g R_A}{T_0}, \quad r_b = \frac{2 R_g R_B}{T_0} \quad \dots\dots\dots (15)$$

を導入すると, 継手側では

$$\left. \begin{aligned} &\lambda_1 \int \int_{\eta_a}^1 (\xi_a - \eta_a) f_a(\xi_a) d\xi_a d\eta_a^2 + \lambda_3 \int \int_{\eta_a}^1 (\xi_a - \eta_a) f_a(\xi_a) d\xi_a d\eta_a - \lambda_3 \int \int_0^{\eta_a} f_a(\xi_a) d\xi_a d\eta_a^2 \\ &- \lambda_4 \int \int_0^{\eta_a} f_a(\xi_a) d\xi_a d\eta_a + \frac{1}{\lambda_2} f_a(\eta_a) - \lambda_1 r_a \left(\frac{L}{l} \frac{\eta_a^2}{2} - \frac{\eta_a^3}{6} \right) - \lambda_3 r_a \left(\frac{L}{l} \eta_a - \frac{\eta_a^2}{2} \right) \\ &+ \frac{\lambda_3}{2} \eta_a^2 - (2 - \lambda_4) \eta_a + A_1 \eta_a + A_2 + A_3 = 0 \end{aligned} \right\}$$

自由側では

$$\left. \begin{aligned} &\lambda_1 \int \int_{\eta_b}^1 (\xi_b - \eta_b) f_b(\xi_b) d\xi_b d\eta_b^2 + \lambda_3 \int \int_{\eta_b}^1 (\xi_b - \eta_b) f_b(\xi_b) d\xi_b d\eta_b - \lambda_3 \int \int_0^{\eta_b} f_b(\xi_b) d\xi_b d\eta_b^2 \\ &- \lambda_4 \int \int_0^{\eta_b} f_b(\xi_b) d\xi_b d\eta_b + \frac{1}{\lambda_2} f_b(\eta_b) - \lambda_1 r_b \left(\frac{L}{l} \frac{\eta_b^2}{2} - \frac{\eta_b^3}{6} \right) - \lambda_3 r_b \left(\frac{L}{l} \eta_b - \frac{\eta_b^2}{2} \right) \\ &+ \frac{\lambda_3}{2} \eta_b^2 + \lambda_4 \eta_b - A_1 \eta_b + A_2 - A_3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq \eta_a \leq 1, \quad 0 \leq \eta_b \leq 1) \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる. 上式は荷重分布を表わす未知関数 $f_a(\eta_a)$, $f_b(\eta_b)$ に関する連立積分方程式である.

3. 級 数 解

(16) 式の解がべき級数

$$\left. \begin{aligned} f_a(\eta_a) &= a_0 + a_1 \eta_a + a_2 \eta_a^2 + \dots \\ f_b(\eta_b) &= b_0 + b_1 \eta_b + b_2 \eta_b^2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

で表わされると仮定し, これを(16)式に代入して整理すると,

$$\left. \begin{aligned} &\sum_{n=0}^{\infty} a_n \left\{ \lambda_1 \frac{n! \eta_a^{n+4}}{(n+4)!} - \lambda_4 \frac{n! \eta_a^{n+2}}{(n+2)!} + \frac{\eta_a^n}{\lambda_2} \right\} + \frac{\lambda_1}{6} \left(r_a - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} \right) \eta_a^3 + \frac{1}{2} \left\{ \lambda_1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+2} - r_a \frac{L}{l} \right) \right. \\ &+ \lambda_3 \left(1 + r_a - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} \right) \left. \right\} \eta_a^2 + \left(\lambda_3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+2} - \lambda_3 r_a \frac{L}{l} - 2 + \lambda_4 + A_1 \right) \eta_a + A_2 + A_3 = 0 \\ &\sum_{n=0}^{\infty} b_n \left\{ \lambda_1 \frac{n! \eta_b^{n+4}}{(n+4)!} - \lambda_4 \frac{n! \eta_b^{n+2}}{(n+2)!} + \frac{\eta_b^n}{\lambda_2} \right\} + \frac{\lambda_1}{6} \left(r_b - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+1} \right) \eta_b^3 + \frac{1}{2} \left\{ \lambda_1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+2} - r_b \frac{L}{l} \right) \right. \\ &+ \lambda_3 \left(1 + r_b - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+1} \right) \left. \right\} \eta_b^2 + \left(\lambda_3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+2} - \lambda_3 r_b \frac{L}{l} + \lambda_4 - A_1 \right) \eta_b + A_2 - A_3 = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

が得られる. これらの式は $0 \leq \eta_a \leq 1$, $0 \leq \eta_b \leq 1$ なる任意の η_a , η_b に対して成り立つから, 右辺の各べきの係数は零とならなければならない. したがって,

$$\eta_a^0: \frac{a_0}{\lambda_2} + A_2 + A_3 = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\eta_a : \frac{a_1}{\lambda_2} + \lambda_3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+2} - \lambda_3 r_a \frac{L}{l} - 2 + \lambda_4 + A_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\eta_a^2 : -\frac{a_0}{2} \lambda_4 + \frac{a_2}{\lambda_2} + \frac{1}{2} \left\{ \lambda_1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+2} - r_a \frac{L}{l} \right) + \lambda_3 \left(1 + r_a - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} \right) \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\eta_a^3 : -\frac{\lambda_4}{3!} a_1 + \frac{a_3}{\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{6} \left(r_a - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\eta_a^n : \frac{(n-4)!}{n!} a_{n-4} \lambda_1 - \frac{(n-2)!}{n!} a_{n-2} \lambda_4 + \frac{a_n}{\lambda_2} = 0 \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$(n \geq 4)$$

および

$$\eta_b^0 : \frac{b_0}{\lambda_2} + A_2 - A_3 = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\eta_b : \frac{b_1}{\lambda_2} + \lambda_3 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+2} - \lambda_3 r_b \frac{L}{l} + \lambda_4 - A_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\eta_b^2 : -\frac{b_0}{2} \lambda_4 + \frac{b_2}{\lambda_2} + \frac{1}{2} \left\{ \lambda_1 \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+2} - r_b \frac{L}{l} \right) + \lambda_3 \left(1 + r_b - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+1} \right) \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$\eta_b^3 : -\frac{\lambda_4}{3!} b_1 + \frac{b_3}{\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{6} \left(r_b - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{b_n}{n+1} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$\eta_b^n : \frac{(n-4)!}{n!} b_{n-4} \lambda_1 - \frac{(n-2)!}{n!} b_{n-2} \lambda_4 + \frac{b_n}{\lambda_2} = 0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$(n \geq 4)$$

が成り立つ。 η_a , η_b の四次の係数は漸化式で与えられて、整理すると、

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{2m+4} &= \frac{2\beta_m}{(2m+4)!} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_2 - \frac{\beta_{m-1}\lambda_1\lambda_2}{(2m+4)!} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_0 \\ \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_{2m+5} &= \frac{6\beta_m}{(2m+5)!} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_3 - \frac{\beta_{m-1}\lambda_1\lambda_2}{(2m+5)!} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$(m=0, 1, 2, \dots)$$

が得られ、上式はマトリックス表示である。ただし β_m は、

$$\left. \begin{array}{cc|cc} m & \beta_m & m & \beta_m \\ \hline -1 & 1 & 2 & \lambda_2^2 \lambda_4^2 \left(\lambda_2 \lambda_4 - 2 \frac{\lambda_1}{\lambda_4} \right) \\ 0 & \lambda_2 \lambda_4 & 3 & \lambda_2^2 \lambda_4^2 \left(\lambda_2^2 \lambda_4^2 - 3 \lambda_1 \lambda_2 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_4^2} \right) \\ 1 & \lambda_2 \lambda_4 \left(\lambda_2 \lambda_4 - \frac{\lambda_1}{\lambda_4} \right) & 4 & \lambda_2^3 \lambda_4^3 \left(\lambda_2^2 \lambda_4^2 - 4 \lambda_1 \lambda_2 + 3 \frac{\lambda_1^2}{\lambda_4^2} \right) \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

である。軸受の反力 r_a , r_b は

$$r_a = 1 + \frac{l}{2L} F(a-b), \quad r_b = 1 - \frac{l}{2L} F(a-b) \quad \dots\dots\dots (31)$$

で与えられる。ただし $F(a-b)$ はマトリックス表示で

$$F(a-b) = [F_0 F_1 F_2 F_3] \begin{bmatrix} a_0 - b_0 \\ a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \\ a_3 - b_3 \end{bmatrix}$$

を表わし、以後同様な記述法を用いる。また

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \frac{1}{2} - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+6)(2m+4)!}, & F_2 &= \frac{1}{4} + 2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+6)(2m+4)!} \\ F_1 &= \frac{1}{3} - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+7)(2m+5)!}, & F_3 &= \frac{1}{5} + 6 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+7)(2m+5)!} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (32)$$

である。次の記号

$$\left. \begin{aligned} D_0 &= 1 - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_{m-1}}{(2m+5)!}, \quad D_2 = \frac{1}{3} + 2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+5)!} \\ D_1 &= \frac{1}{2} - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_{m-1}}{(2m+6)!}, \quad D_3 = \frac{1}{4} + 6 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+6)!} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

を導入して (20)~(22), (25)~(27) 式を整理すると, まず (20), (25) 式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_1}{\lambda_2} + \frac{\lambda_3}{2} F(a+b) - \frac{L}{l} \lambda_3 + \lambda_4 - 2 + A_1 &= 0 \\ \frac{b_1}{\lambda_2} + \frac{\lambda_3}{2} F(a+b) - \frac{L}{l} \lambda_3 + \lambda_4 - A_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

(21), (26) 式は

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\lambda_4}{2} a_0 + \frac{a_2}{\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{4} F(a+b) + \frac{\lambda_3}{4} \frac{l}{L} F(a-b) - \frac{\lambda_1}{2} \frac{L}{l} + \frac{\lambda_3}{2} &= 0 \\ -\frac{\lambda_4}{2} b_0 + \frac{b_2}{\lambda_2} + \frac{\lambda_1}{4} F(a+b) - \frac{\lambda_3}{4} \frac{l}{L} F(a-b) - \frac{\lambda_1}{2} \frac{L}{l} + \frac{\lambda_3}{2} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

(22), (27) 式は

$$\left. \begin{aligned} -\lambda_4 a_1 + \frac{6}{\lambda_2} a_3 + \lambda_1 \frac{l}{2L} F(a-b) &= 0 \\ -\lambda_4 b_1 + \frac{6}{\lambda_2} b_3 - \lambda_1 \frac{l}{2L} F(a-b) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

となる。(1) 式を整理すると

$$Da=1, \quad Db=1 \dots\dots\dots (37)$$

が得られる。(34)~(37) 式において未知数は $a_0 \sim a_3, b_0 \sim b_3, A_1$ の 9 個で, これに対して式は 8 個である。 A_1 を消去するた

めに軸くび部分のたわみを考える。まず第 5 図を参照して横荷重によるたわみ δ_{a1}, δ_{b1} と同一面内の軸くびのたわみ y_a, y_b は次の記号

$$y_a' = \frac{2EIR_g y_a}{T_0 l^3}, \quad y_b' = \frac{2EIR_g y_b}{T_0 l^3}, \quad \eta_{a1} = \frac{x_{a1}}{l}, \quad \eta_{b1} = \frac{x_{b1}}{l} \dots\dots\dots (38)$$

を用いて無次元化すると,

$$y_a' = -\frac{I}{I_1} r_a \frac{\eta_{a1}^3}{6} + B_{a8} \eta_{a1} + B_{a9}, \quad y_b' = -\frac{I}{I_1} r_b \frac{\eta_{b1}^3}{6} + B_{b8} \eta_{b1} + B_{b9} \dots\dots\dots (39)$$

が得られる。ただし I_1 は小歯車の軸くびの断面二次モーメント, $B_{a8}, B_{b8}, B_{a9}, B_{b9}$ は積分定数である。(2) 式にて

$$\delta_{a1}' = \frac{2EIR_g}{T_0 l^3} \delta_{a1}, \quad \delta_{b1}' = \frac{2EIR_g}{T_0 l^3} \delta_{b1} \dots\dots\dots (40)$$

とおけば (39) 式の境界条件は,

$$\begin{aligned} \eta_{a1} = \eta_{b1} = 0 \quad \text{にて} \quad y_a' = y_b' = 0, \quad \eta_{b1} = 1, \quad \eta_{a1} = \frac{L}{l} - 1 \quad \text{にて} \quad \delta_{b1}' = y_b', \quad \frac{d\delta_{b1}'}{d\eta_{b1}} = -\frac{dy_b'}{d\eta_{b1}} \\ \eta_{a1} = 1, \quad \eta_{a1} = \frac{L}{l} - 1 \quad \text{にて} \quad \delta_{a1}' = y_a', \quad \frac{d\delta_{a1}'}{d\eta_{a1}} = -\frac{dy_a'}{d\eta_{a1}} \end{aligned}$$

である。(2), (39) 式を上式に代入し次の記号

$$\left. \begin{aligned} H_0 &= \frac{1}{2!} - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_{m-1}}{(2m+6)!} & J_0 &= H_1 & K_0 &= J_1 \\ H_1 &= \frac{1}{3!} - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_{m-1}}{(2m+7)!} & J_1 &= \frac{1}{4!} - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_{m-1}}{(2m+8)!} & K_1 &= \frac{1}{5!} - \lambda_1 \lambda_2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_{m-1}}{(2m+9)!} \\ H_2 &= \frac{2!}{4!} + 2 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+6)!} & J_2 &= \frac{H_3}{3} & K_2 &= \frac{J_3}{3} \\ H_3 &= \frac{3!}{5!} + 6 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+7)!} & J_3 &= \frac{3!}{6!} + 6 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+8)!} & K_3 &= \frac{3!}{7!} + 6 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta_m}{(2m+9)!} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

第5図 軸くびのたわみ

を用いると積分定数 $B_1, B_2, B_{a3}, B_{b3}, B_{a9}, B_{b9}$ が決定される。荷重分布を求めるには B_1 のみが必要で次のようになる。

$$B_1 = \frac{l}{2L} \left[\left(\frac{L}{2l} - \frac{1}{3} \right) D + \left\{ \frac{I}{3I_1} \left(\frac{L}{l} - 1 \right)^3 + \frac{l}{3L} - \frac{1}{2} \right\} F - \left(\frac{L}{l} - 1 \right) J - K \right] (a-b) \quad (42)$$

次に軸方向の荷重成分による横たわみ δ_{a4}, δ_{b4} と同一面内の軸くびのたわみはこの場合軸受の反力は存在しないから、

$$-\left(\frac{d\delta_{a4}}{dx_a} \right)_{x_a=l} = \frac{(\delta_{a4})_{x_a=l}}{L-l}, \quad -\left(\frac{d\delta_{b4}}{dx_b} \right)_{x_b=l} = \frac{(\delta_{b4})_{x_b=l}}{L-l}$$

が成り立ち、これに (6) 式を代入すると積分定数 B_3, B_4 が決定されるが荷重分布を求めるには B_3 のみが必要で次のようになる。

$$B_3 = -\frac{l}{2L} \left\{ \left(\frac{L}{l} - 1 \right) H + J \right\} (a-b) \quad (43)$$

(42), (43) 式を (14) 式に代入し

$$N_i = \left(\frac{L}{2l} - \frac{1}{3} \right) D_i + \left\{ \frac{I}{3I_1} \left(\frac{L}{l} - 1 \right)^3 - \frac{1}{2} + \frac{l}{3L} \right\} F_i + \left(\frac{L}{l} - 1 \right) \frac{\lambda_3}{\lambda_1} H_i - \left(\frac{L}{l} - 1 - \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \right) J_i - K_i \quad (44)$$

($i=0, 1, 2, 3$)

とおけば

$$A_1 = \frac{l}{2L} \lambda_1 N(a-b) \quad (45)$$

となる。 $N(a-b)$ はマトリクスである。この A_1 を (34) 式に代入すれば A_1 は消去されるから (34)~(37) 式を $a_0 \sim a_3, b_0 \sim b_3$ について解くことができる。次の記号、

$$Y_i = \frac{1}{2} (a_i + b_i), \quad Z_i = \frac{1}{2} (a_i - b_i) \quad (i=0, 1, 2, 3) \quad (46)$$

を導入すると (34)~(37) 式は次の二つの連立一次方程式になる。

$$\begin{pmatrix} D_0 & D_1 & D_2 & D_3 \\ \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \lambda_3 \lambda_4 & 1 & -\frac{2\lambda_3}{\lambda_1} & 0 \\ F_0 - \frac{\lambda_4}{\lambda_1} & F_1 & F_2 + \frac{2}{\lambda_1 \lambda_2} & F_3 \\ 0 & -\lambda_2 \lambda_4 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_2 \left(1 - \lambda_4 + \frac{\lambda_3^2}{\lambda_1} \right) \\ \frac{L}{l} - \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{pmatrix} D_0 & D_1 & D_2 & D_3 \\ -\lambda_2 \lambda_4 & \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \lambda_3 \lambda_4 & 2 & -\frac{6\lambda_3}{\lambda_1} \\ F_0 & F_1 - \frac{\lambda_4}{\lambda_1} \frac{L}{l} & F_2 & F_3 + \frac{6}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{L}{l} \\ N_0 & N_1 & N_2 & N_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{L}{\lambda_1 l} \end{pmatrix}$$

この二つの連立方程式を解けば Y, Z が得られ (46) 式から a, b は

$$a_i = Y_i + Z_i, \quad b_i = Y_i - Z_i \quad (i=0, 1, 2, 3) \quad (48)$$

となる。 a_4, b_4 以上は (29) 式で与えられるから以上で荷重分布が決定された。

4. ねじれ角および平行度の誤差の影響

前述の結果は無荷重のときに大小歯車の歯が完全に均一に当たっているものとして導びいたが、実際には工作誤差のために相対アンジュレーション、ねじれ角の相対的誤差、および軸受の調整不良にもとづく軸の食違いによる歯の当りの平行度誤差が必ず存在する。この内でアンジュレーションが荷重分布に及ぼす影響は、第1報にのべた結果がそのまま適用されるのでねじれ角および平行度誤差について考察する。一般にこの二つの誤差は第6図に示すように継手側と自由側とで互に異なったこう配を持つ直線的な変化として次式のように与えられる。

$$\Delta a = \varepsilon_{a0} + \varepsilon_{a1}x_a, \quad \Delta b = \varepsilon_{b0} + \varepsilon_{b1}x_b \quad \dots\dots\dots(49)$$

ただし Δa , Δb は大小歯車の歯が無荷重で接触したときの継手側および自由側のすきまで, 第6図のように端部に向かってすきまが広がるとき $\varepsilon_{a1} > 0$, $\varepsilon_{b1} > 0$ であるとする. もしねじれ角に誤差がなく平行度のみに誤差があれば $\varepsilon_{a1} = -\varepsilon_{b1}$ である. これらの誤差の影響として, まず(7)式の左辺に Δa , Δb がおのおの加えられ, 以下順次各式が変化するが, 結局(47)の連立方程式の右辺が変わるのみで, (49)式の定数 ε_{a0} , ε_{b0} は荷重分布には直接影響を与えない. 次の記号

$$E_{a1} = \frac{2GI_p}{R_g T_0} \varepsilon_{a1}, \quad E_{b1} = \frac{2GI_p}{R_g T_0} \varepsilon_{b1} \quad \dots\dots\dots(50)$$

を用いると(47)式は

$$\begin{pmatrix} D_0 & D_1 & D_2 & D_3 \\ \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \lambda_3 \lambda_4 & 1 & -\frac{2\lambda_3}{\lambda_1} & 0 \\ F_0 - \frac{\lambda_4}{\lambda_1} & F_1 & F_2 + \frac{2}{\lambda_1 \lambda_2} & F_3 \\ 0 & -\lambda_2 \lambda_4 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_0 \\ Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda_2 \left(1 - \lambda_4 + \frac{\lambda_3^2}{\lambda_1} - \frac{E_{a1} + E_{b1}}{2} \right) \\ \frac{L}{l} - \frac{\lambda_3}{\lambda_1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(51)$$

$$\begin{pmatrix} D_0 & D_1 & D_2 & D_3 \\ -\lambda_2 \lambda_4 & \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \lambda_3 \lambda_4 & 2 & -\frac{6\lambda_3}{\lambda_1} \\ F_0 & F_1 - \frac{\lambda_4 L}{\lambda_1 l} & F_2 & F_3 + \frac{6L}{\lambda_1 \lambda_2 l} \\ N_0 & N_1 & N_2 & N_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\lambda_1} \frac{L}{l} \left(1 - \frac{E_{a1} - E_{b1}}{2} \right) \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots(52)$$

となり, (47)式の最初の方程式の第2式の右辺に $-\lambda_2(E_{a1} + E_{b1})/2$, あとの方程式の第4式の右辺に $-L(E_{a1} - E_{b1})/2\lambda_1 l$ がおのおの加わるのみである.

(51)式においては新たに付加された $-\lambda_2(E_{a1} + E_{b1})/2$ が, $Y_0 \sim Y_3$ に及ぼす影響は方程式を解かなければ判明しないが(52)式では右辺が零でないのは第4式のみであるから

$$Z_i = \frac{L}{\lambda_1 l} \left(1 - \frac{E_{a1} - E_{b1}}{2} \right) \times \text{const.} \quad (i=0, 1, 2, 3)$$

という形になるので $E_{a1} - E_{b1} = 0$ のときの Z を $Z_0 \sim Z_3$ とし, $E_{a1} - E_{b1} \neq 0$ のとき $Z'_0 \sim Z'_3$ とすれば

$$Z'_i = \left(1 - \frac{E_{a1} - E_{b1}}{2} \right) Z_i \quad \dots\dots\dots(53)$$

で与えられるので $E_{a1} - E_{b1} = 0$ の場合について Z_i が求められていれば $E_{a1} - E_{b1} \neq 0$ のときの Z'_i は(53)式から簡単に求められる. (51)式では $E_{a1} + E_{b1}$ が付加されるとあらためて方程式を解かなければならな

い. 誤差として平行度誤差のみがある場合には $E_{a1} = -E_{b1}$ で, これを E_1 とおくと(51)式では $E_{a1} + E_{b1} = 0$ となって(47)式と同一の式になりこの場合には(53)式を用いて

$$Z'_i = (1 - E_1) Z_i \quad \dots\dots\dots(54)$$

となり容易に荷重分布を修正できる. A. W. Davis⁽⁵⁾ は荷重倍加率の変化を平行度誤差に対して非線形な曲線を与えているが, 本報では(54)式から明らかなように Z_i は E_i に対して線形であり, Z_i の一次関数である $a_0, a_1, a_2, \dots, b_0, b_1, \dots$ も同様であるから, 結局継手側の端部の荷重を示す荷重倍加率も平行度誤差に対して直線的に変化するという結果が得られる. J. Rogerson⁽⁶⁾ は運転中の大小歯車の温度差が荷重分布に与える影響について定性的に論じているが, その中で小歯車のほうが平均温度で大歯車より $5^\circ \sim 10^\circ \text{C}$ 高いと述べている. もし大小歯車が温度分布は一樣で小歯車のほうが高いとすれば, これはねじれ角誤差のみが存在して, しかも $E_{a1} = E_{b1}$ である場合と等価で, 等価こう配 ε'_1 は大小歯車の温度差を θ , 線膨脹係数を γ とすれば $\varepsilon'_1 = \theta \gamma \tan \beta_g$ である. ねじれ角 β_g が正のときすなわち荷重の軸方向分力によって小歯車が伸ばされるかみあいのときは $\varepsilon'_1 > 0$ で, $\beta_g < 0$ ならば $\varepsilon'_1 < 0$ である.

第6図 歯の平行度誤差

5. 数値計算例

数値計算に使用する式は(12), (29), (30), (32), (33), (41), (48) および (47) または (51), (52) 式である。歯車の諸元を与えて荷重分布を求めるのに要する時間は手動計算機を用いた場合約 10 時間である。荷重分布に及ぼす主要因子の影響を調べるとき、まず軸方向の分力の影響を第 7 図に示す。図で $\lambda_3=0$, $\lambda_4=1$ はねじれ角 $\beta_g=0$ の場合で軸方向分力は零である。ただしやまばとしての特性すなわち継手側と自由側とのおのおのの合力は等しいという条件を満たしながら $\beta_g \rightarrow 0$ であると考え、また $\lambda_3=0.3$, $\lambda_4=1.4$ は $\alpha=14^\circ 30'$, $\beta_g=30^\circ$ の場合に相当し、 $\lambda_3=-0.3$, $\lambda_4=-1.4$ は $\beta_g=-30^\circ$ すなわち小歯車が大歯車を駆動する際に軸方向分力が小歯車を縮めるように働く場合に相当する。しかし図で明かなように $\beta_g=0$ と $\beta_g=\pm 30^\circ$ のときの荷重分布の差は小さいから軸方向分力の影響は無視してもさしつかえないであろう。 l/R_g , k の影響は平歯車の場合と同様な傾向で不連続になる点のみが異なる。二、三の例を第 8 図と第 9 図に示す。第 8 図は λ_1/λ_2 一定 すなわち歯の曲げこわさを一定にして l/R_g を変化させたときの荷重分布の変化で、 l/R_g が大きくなると急速に荷重倍加率が増加するが、

その値は平歯車よりやや少ない。第 9 図は $\lambda_1=3(l/R_g \approx 1.8)$ のときの k の変化に対応する荷重分布の変化を示す。いずれも軸方向分力を無視して $\lambda_3=0$, $\lambda_4=1$ としている。第 10 図は平行度誤差 E_{a1} , E_{b1} の影響で、各状態は第 11 図ようになる。 E_{a1} , E_{b1} は(50)式で定義された量で、小歯車に加えられる全トルク T_0 に反比例するから平行度誤差のこう配 ϵ_{a1} , ϵ_{b1} が一定でもトルクが変れば異なる。たとえば $R_g=14$ cm, $I_p=8 \times 10^4$, $G=0.85 \times 10^6$ kg/cm², $T_0=1.5 \times 10^5$ cm kg のとき $E_{a1}=E_{b1}=1$ は $\epsilon_{a1}=\epsilon_{b1}=1.54 \times 10^{-5}$ に相当し、誤差のこう配は 300 mm につき 4.6μ である。第 10 図をみると E_{a1} , E_{b1} が正のときはいずれも端部の荷重が減少する傾向であるが、著しい特性としてたとえば $E_{b1}=\pm 1$ に対して $E_{a1}=1$ のときの継手側の荷重分布はほとんど同一で自由側においても同様なことがみられる。したがってもし継手側の荷重分布を修正しようとして、ねじれ角を調整するかあるいはクラウニングを行なっても自由側はその影響を受けないので、歯すじの修正の計算がきわめて容易になる。なお大小歯車の温度差の影響を調べると $\gamma=1.1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$, $\theta=5^\circ$, $\beta_g=30^\circ$ のとき $\epsilon_1'=3.2 \times 10^{-5}$ で、前述の例の約 2 倍の誤差と等価である。したがってこの場合荷重分布は $E_{a1}=E_{b1}=2$ に対応

第 7 図 軸方向分力の影響

第 9 図 歯の曲げこわさの影響

第 8 図 l/R_g の影響

第 10 図 ねじれ角および平行度の誤差の影響

第11図 平行度誤差の例

し、概略の荷重分布は第12図のようになって、 $\beta_g = 30^\circ$ の場合は最高荷重が減少して有利であるが $\beta_g = -30^\circ$ のときは最高荷重が激増して危険である。

6. 結 言

主要な結果をまとめてみると(1)軸方向の分力の荷重分布に対する影響は少なく、実用上無視してもさしつかえない。(2)荷重分布は平行度の誤差に対してかなり敏感であることは平歯車の場合と同様であるが、継手側または自由側の荷重分布はそれぞれ他側の平行度誤差の影響をほとんど受けず自身の側の誤差のみによって変る。(3)大小歯車の温度差は荷重分布に大きい影響を与え、ねじれ角が大きいほど著しい。また回転方向によって利害相反する。したがって温度差については実験的に明らかにする必要があるように考えられる。

$\lambda_1 = 5(l/R_g \approx 2.4)$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 0$, $\lambda_4 = 1$,
 $L/l = 1.3$, $I/I_1 = 5$, $R_g = 14$ cm, $I_p = 8 \times 10^4$ cm⁴,
 $G = 0.85 \times 10^6$ kg/cm², $T_0 = 1.5 \times 10^5$ cm kg,
 温度差 $\theta = 5^\circ\text{C}$ ($E_{a1} = E_{b1} \approx \pm 2$)

第12図 大小歯車の温度差の影響

終りに種々御指導を賜った東京工業大学の中田孝, 石川二郎両先生に厚くお礼申上げる。また数値計算は新三菱重工業会社において IBM 650 によって行なわれた。御指導いただいた同社の竹折政敏技師に深く感謝の意を表する。

文 献

- (1) 林, 東海支部浜松地方講演会前刷(昭35-6), 36.
- (2) 石川, 林, 久保寺, 関西支部第207回講演会前刷(昭35-6), 41.
- (3) 星野, 日本海事協会技報, 1(昭28-8) 1; 造船協会論文集, 92(昭32), 173.
- (4) H. Poritsky, A. D. Sutton, & A. Pernick, *J. Appl. Mech.*, 12, (1945), A-78.
- (5) A. W. Davis, *Proc. Inst. Mech. Engr.*, 170, 16(1956), 477.
- (6) J. Rogerson, *Trans. Inst. Mar. Engr.*, 67(1955), 271.

討

〔質問〕 小歯車の直径に比して歯幅の大きいやまば歯車の荷重分布は、船舶用タービン減速歯車について最も重要な問題であり、この問題について詳細な解法を示されたことに敬意を表する。

特にねじれ角誤差および平行度誤差ならびに小歯車と大歯車の温度差の影響を考慮されたことは実用上きわめて有意義である。

第10図を見ると E_a , E_b が $(-1, 1)$, $(-1, -1)$ $(0, 0)$ 等の場合、駆動側はすばの中みぞ付近において荷重が負となる。歯車がバックラッシュなしでかみあっているとすれば、図のように負の荷重を生ずるが、実際の歯車にはかならずバックラッシュがあり、荷重が負となることはあり得ない。

ひずみ平衡式(7)には実際の場合 $\partial_3 \geq 0$ なる条件があるわけである。したがってもし得られた結果に荷重が負となる部分があれば、その解は実際の歯車のそれを示していることにはならない。

ねじれ角誤差および平行度誤差が大きい場合には、

論

しばしば荷重が負となる範囲が計算上で現われるが、このような場合に、荷重分布を修正し、実際の歯車と合致させるにはいかにすべきであるか。

(星野 次郎)

〔回答〕 次の計算を行なってみた。付図1で点線を負荷重を無くしたときの荷重分布を表わすものとし、荷重が零になる座標を η_0 とすると、図のようにA, B, Cの3区間に分けて本文と同様な計算をすることができる。計算の結果(47)式あるいは(51), (52)式と左辺は全く同一で、右辺にそれぞれ η_0 に関する項が付加された方程式が導かれるが、付加項が未知数 η_0 の無限級数で表わされるので解析的に解くことはできない。近似計算をすると、結言の(2)から継手側で負荷重を補正しても自由側の荷重分布はほとんど変化しないことがいえるので、(46)式で定義されるYとZのどちらかを求めれば、 b が不変であるから a が決定される。そこでYを求める式を用いると、(47)式の第1式あるいは(51)式の右辺に $\{1/2,$

付図1 負荷重の修正

付図2 負荷重の修正結果

$\lambda_2/2, 0, \lambda_1\lambda_2/2)c$ を付加した方程式が得られる。ただし

$$c = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{\eta_0^n}{n+1} \quad (55)$$

この付加項による Y の変化分を y とすると明らかに

$$\{y_0, y_1, y_2, y_3\} = \{s_0, s_1, s_2, s_3\} c \quad (56)$$

という形の解が求められる。 η_0 で荷重が零になる条件から $\sum a_n \eta_0^n = 0$ で、これと (55), (56) 式から η_0 を決定できる。しかしいずれも η_0 に関する無限高次方程式であるので、補正前後の両荷重分布を前者が零を通る座標 η_1 の近傍で Taylor の級数に展開し、二次以上の項を省略すると

$$\eta_0 - \eta_1 = - \frac{\sum_0^{\infty} 2s_n \eta_1^n \sum_0^{\infty} a_n \frac{\eta_1^{n+1}}{n+1} \left(1 - \sum_0^{\infty} 2s_n \frac{\eta_1^{n+1}}{n+1}\right)}{\left(1 - \sum_0^{\infty} 2s_n \frac{\eta_1^{n+1}}{n+1}\right)^2 \sum_0^{\infty} n a_n \eta_1^{n-1} + \left\{ \left(1 - \sum_0^{\infty} 2s_n \frac{\eta_1^{n+1}}{n+1}\right) \sum_1^{\infty} 2n s_n \eta_1^{n-1} + \left(\sum_0^{\infty} 2s_n \eta_1^n\right)^2 \right\} \sum_0^{\infty} a_n \frac{\eta_1^{n+1}}{n+1}} \quad (57)$$

から η_0 が求められる。ただし a_n は補正前の η_a^n の係数である。したがって (55) 式から c が、(56) 式から y が得られ、 b を不変としているから y はすなわち a の補正分を与える。なお s_4, y_4 以上は (29) 式を用いて計算できる。数値計算は手動計算器を使って約1時間で行なえる。第10図の $(-1, 1)$ の継手側の曲線について上述の方法で補正を行なった結果は付図2のようになる。

論文集 27 卷 175 号 (昭 36-3) 正誤表

執筆者名	ページ	欄	行	誤	正
歌川正博 ^他	313	右	14	z : 大歯車の歯数 rpm	z : 大歯車の歯数
	〃	〃	15	N : 大歯車の毎分回転数	N : 大歯車の毎分回転数 rpm
	〃	第4図	右端	$K=61 \cdot 2 \times 10^4$ kg/cm	$K=612 \times 10^4$ kg/cm
樋川武男	318	左	1	技官部長	技管部長
	320	第2図	図説明	b_e	h_e
	322	第5図	図説明	工具の押込み温度	工具の押込み速度
	329	英文摘要	下2	these collapse is……	these collapse are……
中川敬三	353	(4) 式		$\delta F_d' = \delta m \cdot \left\{ \frac{z \cdot \cos}{\cos \phi} - \dots \right\}$	$\delta F_d' = \delta m \cdot \left\{ \frac{z \cdot \cos \alpha}{\cos \phi} - \dots \right\}$
	368	第2表		理論設計値	計算値
		第3表		理論設計値	理論誤差表
	370	付表1	左欄	c	ξ