621.822.7.004.62:539.431.1

玉 軸 受 の 寿 命 の 算 定*

郡 利矩**, 佐々木茂美**, 河内英定***, 伊木 弘***

A Study on the Life of a Ball Bearing

by Toshinori Kōri, Shigemi SASAKI, Hidesada KAWAUCHI,
and Hiroshi Iki

In this paper, a new theoretical relation between the life and the load of a ball bearing is proposed basing on the same meaning of that of a roller bearing previously reported.

The new equation obtained is based on the Hertz's equation and the empirical formula determined by "Degree of Fatigue" which is caused by the repeated stress on the contact surface and the frequency of the contacts.

It has been confirmed by this calculation that the curvatures of the contact points are more effective than the other factors for bearing life.

1. 緒 言

ころがり軸受の寿命を算定する試みとして、最近、A. Palmgren, G. Lundberg らが統計論の立場から説明を加えた⁽¹⁾がかなりの欠点がみられた。これとは別に、またこれと前後して、さきに筆者の 1 人はころ軸受の寿命と許容荷重との関係を理論的に導いて示した⁽²⁾。引続き本報では、玉軸受の寿命に関し、ころ軸受では考える必要のなかった玉の回転軸の振れを統計的に考慮することにより、さきのころ軸受の場合と同様な方法を用いて、その寿命と許容荷重との関係が理論的に求められることを示した。

2. 玉軸受の寿命計算式

玉軸受の破壊の主因については、ころがり接触による材料の疲れ破壊として一般に知られているまだら摩耗を考慮することにした。まだら摩耗発生の応力条件としては、A. Palmgren らのごとくせん断応力の繰返しによるもの⁽¹⁾もあるが、筆者らは圧縮応力の繰返しによる材料の疲れからまだら摩耗が起ると考えることにした。その根拠としては、まだら摩耗は繰返し圧縮応力による材料の疲れであると結論された実験結果⁽⁴⁾⁽⁵⁾を基礎にしたためである。

結局まだら摩耗は軸受材料に累積される疲労度の和によって起ると考えて、筆者らは、接触面の圧力分布

と接触部の接触度数分布の状態と疲労度とを考慮して玉軸受の寿命計算式を導くことにした。

2・1 玉軸受に生ずる最大圧縮応力 本論文で用いた符号を示すと次のごとくである。

P : 軸受荷重

P_0 : 軸受の玉の受ける最大荷重

σ_1, σ_2 : 軸受の内外輪と玉の接触部における最大応力

r_1, r_2 : 軸受の中心を通り軸受の軸に垂直な平面と内外輪との交線によってできた円の半径

r'_1, r'_2 : 軸受の軸線を含む平面と内外輪の交線との曲率半径

r : 軸受の玉の半径

z : 軸受の玉の数

第 1 図 玉軸受

* 昭和 34 年 4 月 1 日 第 36 期通常総会講演会において講演，
原稿受付 昭和 35 年 9 月 14 日。

** 正員，防衛大学校（横須賀市小原台）。

*** 海上自衛隊。

玉軸受に生ずる最大圧縮応力は次のごとくである。第1図に示すように、玉軸受に荷重 P が加わるとき1個の玉の受ける最大荷重は、軸受内部の間げきなどを考慮に入れて次式で示される。

$$P_0 = \frac{5}{z} P \dots \dots \dots (1)$$

第1図 A_0 , B_0 , D_0 , E_0 点をそれぞれ内輪, 玉, 外輪上のたがい接触する点とし, C_0 を玉の中心とすれば, 内輪および外輪の受ける最大応力はそれぞれ A_0 , E_0 点において起り, Hertzの弾性式⁽³⁾によれば, それぞれ次のごとくである。

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 0.388 \frac{1}{s \cdot t} \sqrt[3]{P_0 E^2 \frac{1}{4} \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_1'} \right)^2} \\ \sigma_2 &= 0.388 \frac{1}{s \cdot t} \sqrt[3]{P_0 E^2 \frac{1}{4} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_2'} \right)^2} \end{aligned} \dots \dots \dots (2)$$

ただし, E は弾性係数であり, $s \cdot t$ は接触部の状態によってきまる値で第2図から求められる。なお第2図の横軸の $\cos \theta$ は次の関係を表わしている。

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{1/r_1 + 1/r_1'}{2/r + 1/r_1 - 1/r_1'} & (\text{内輪と玉との組合せ}) \\ \cos \theta = \frac{-1/r_2 + 1/r_2'}{2/r - 1/r_2 - 1/r_2'} & (\text{外輪と玉との組合せ}) \end{cases}$$

以上の結果から (1) (2) 式と第2図により軸受に生ずる最大圧縮応力が計算される。また玉の受ける応力は, B_0 , D_0 点においてそれぞれ σ_1 , σ_2 であり, σ_1 が最大であることは計算式より明らかである。

2.2 玉軸受の寿命の計算式 ころ軸受が玉軸受

第2図 ヘルツ式による応力算出用曲線

と異なる点は、前者ではほほころの回転軸一定という条件にて内輪上を公転するのに対し、後者は玉の回転軸が変化しつつ公転するため、その接触点の接触状態が一定でないことと、接触部の内外輪の曲率半径が軸受により異なっているかも知れぬことであると思われる。

まずはじめに、試みのために、玉軸受の玉の回転軸一定という条件で、内輪回転の場合における軸受各部の破壊までの繰返し数を求めてみることにする。このような条件を仮定して考えれば玉軸受の寿命もころ軸受の場合と同様な方法⁽²⁾によって、上記の応力を用いて計算できるはずである。そこで No. 6412 なる型録番号の玉軸受について玉の回転軸一定として、設計図の寸法を基礎にして計算を行ない、その結果を第3図に示した。ただし本図は焼入れ軸受鋼の S-N 曲線における A , B , D の値を $A=45.2 \text{ kg/mm}^2$, $B=494 \text{ kg/mm}^2$, $D=180 \text{ kg/mm}^2$ と仮定して求めた数値計算例であるから、寿命の数値は A , B , D の値によって変化するものである。なお図より外輪が一番弱いことが認められた。また他の軸受, すなわち No. 6212 なる玉軸受ならびに No. N212 なるころ軸受についても、内輪回転の場合の計算を試みたが、やはり外輪が一番弱いことがわかった。そこで内輪回転の場合の軸受の寿命として、一般に外輪の寿命を考えることにする。

外輪の寿命を考える場合、最大応力が働きしかも接触度数の最大を示す部分が最も早く疲れ破壊するものと思われるので、これにあたる第1図 E_0 点における接触だ円の中点すなわち第4図 (a) に示した O 点の疲れを考えることにする。 O 点における応力 σ_2 はすでに示した Hertz の式により計算できるが、 O 点の疲れに影響を及ぼす応力は単にそれのみではなく、 O 点のまわりの各点が接触した場合にも O 点に何ほどの応力を生じこれが影響するものと考えられる。そこでこの関係を知るために接触点付近の応力分布 (たとえば O 点で接触した場合について) を求めると、第4

第3図 軸受各部の寿命と荷重との関係

図 (b) に示したようにだ円分布をなし、その接触だ円の長軸上に作用する応力 σ_i は次の (3) 式によって表わされる。

$$\sigma_i = \sigma_2 \sqrt{1 - (y_i^2/b^2)} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 b は接触だ円の長軸の $1/2$ であり、 y_i は長軸上での O 点からの距離を示す。なおこの場合接触面は図示のごときだ円であり、接触だ円の長軸方向は軸受の軸方向と一致する。そこで接触だ円長軸上のある点、たとえば第 4 図 (b) の y_i 点を接触面の中点とする接触によって、O 点の接触の場合と同じ応力分布をすれば、これによって O 点に生ずる応力の値 σ_i は (3) 式で表わされるはずである。これらの内材料の疲れ破壊に影響を及ぼすものは、材料の疲れ限度 D 以上の大きさのもののみであるから

$$\sigma_i = \sigma_2 \sqrt{1 - (y_i^2/b^2)} \geq D$$

なる条件を満足する y_i の値すなわち

$$0 \leq |y_i| \leq (b/\sigma_2) \sqrt{\sigma_2^2 - D^2}$$

なる範囲に属する y_i にて接触した場合のみであることがわかる。いま軸受材料の繰返し圧縮応力に対する S-N 曲線を、ころ軸受の場合と同様に⁽²⁾、次の (4) 式によって表わされるものとし、

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= A(C - \log N) + D = B - A \log N \\ B &= D + A \cdot C \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

第 4 図 外輪の転動面上における応力分布と接触度数分布の状態

ただし、 σ : 加えた応力、 N : 破壊までの繰返し数、 D : 疲れ限度、 A, C : 材料の種類に関する定数、また σ_2 のみが働いたときに材料が疲れ破壊するまでの繰返し数を N とし、 σ_i に対するそれを N_i とすると (3), (4) 式より $\sigma_i = \sigma$ とおいて

$$\log N_i = (1/A) \{ B - (B - A \log N) \sqrt{1 - (y_i^2/b^2)} \}$$

なる関係が求まる。

次に 1 回の応力の繰返しごとに現われる疲労度を

$$\gamma_i = 1/N_i$$

とし、疲労度の和が 1 になったとき破壊が起ると考え、接触部の接触度数分布の状態が、後述の実験から証明されるように第 4 図 (c) の形をとるものと考え、結局破壊の条件式として次の (5) 式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_i \gamma_i M \frac{P_i(y)}{P_0(y)} &= 1 \\ \gamma_i &= 10^{\frac{(B - A \log N) \sqrt{1 - (y_i^2/b^2)} - B}{A}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ただし M は第 4 図 (c) に示した接触度数分布曲線の最大値であり、 $P_0(y)$ および $P_i(y)$ はそれぞれ O 点および y_i 点における確率密度関数であって次に示す (6) 式の第 2 式によって与えられる。なお n_2 を

$$0 \leq |y_i| \leq (b/\sigma_2) \sqrt{\sigma_2^2 - D^2}$$

なる範囲における接触度数の総和であるとする

$$\sum_i M \{ P_i(y) / P_0(y) \} = n_2$$

なる関係式より n_2 が求まる。このようにして、内輪回転時の外輪破壊までの総繰返し数 N_{t2} は、O 点の疲労度に影響を及ぼさない範囲の接触度数をも考慮に入れて、次の (6) 式によって求まることがわかる。

$$\left. \begin{aligned} N_{t2} &= n_2 \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} P(y) dy}{\int_{-b/\sigma_2 \sqrt{\sigma_2^2 - D^2}}^{+b/\sigma_2 \sqrt{\sigma_2^2 - D^2}} P(y) dy} \\ P(y) &= \frac{1}{\epsilon \sqrt{2\pi}} e^{-(y^2/2\epsilon^2)}, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} P(y) dy = 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ただし ϵ は正規分布の標準偏差を表わす。以上のごとくして、外輪破壊までの内輪の総回転数は次の (7) 式にて求められる。

$$N_2 = \frac{N_{t2}}{\zeta_2} = \frac{N_{t2}}{z} \frac{r_1 + r_2}{r_1} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし ζ_2 は内輪 1 回転に対し外輪上の 1 点が玉と接触する回数である。

上述の式の数値計算を行なう場合には玉の接触度数分布の分布状態を知る必要がある。次の実験によって求めることにする。

3. 接触度数分布の実験

第1図において矢印の方向に内輪が回転するときの玉の運動を考えてみると, 内輪および外輪のみぞの(転動面の)曲率半径 r_1' , r_2' ならびに玉の半径 r が幾何学的に正確に製作されており, 材料ならびに荷重にむらがある認められないなど種々の条件が満足されている場合には, 玉は, その回転軸一定のままにて内外輪の間を公転するはずであるが, 実際には満足されないため玉の回転軸は変化するものと思われる. 変化の状態は軸受の精度と荷重の状態によりいろいろな場合が考えられ, 理論的には求められないので, ここでは玉軸受の最大応力作用部における玉の動きから玉と外輪との接触状態を実験的に求めることにした. 実験は No. 6310 なる玉軸受について行なったものである.

市販の玉軸受のリテーナの一部分に直径 6 mm の穴を両側対称にひずみの起らぬようにあけ観測窓とした. また放電加工により, 玉の一部に $0.9\phi \times 0.3\text{ mm}$ の穴を対称に2個あけ, 変化を調べるための目印とした.

まずはじめに, 実際の使用状態における玉の運動を調べるため普通の軸受試験機に玉軸受をセットし, ストロブスコープにより直接観察を試みた. その結果次の結論が得られた.

- (a) 玉の回転軸は変化する.
- (b) 変化の状態はほぼ正規分布と考えられる.
- (c) その変化は回転速度ならびに負荷の影響を受けないものと推定される.

以上のストロボによる直接観察からは, 定量的な関係を知ることができないので, 次に記録装置としてコダック社の高速撮影カメラを使用して実験を試みた. その結果, 上記と同じ結論が得られたが撮影条件, 振動など種々の事情により, 上記以上の結果は得られなかった.

そこで次に最も基礎的な, すなわち外輪を固定し内輪を静かに手でまわしながら, 玉の回転軸の運動状態を調べることにした. 第4図(a)のO点付近の接触状態は, 第1図の矢印の方向に内輪をまわしながら, 全周にわたり回転角 15 度ごとに玉に付けたエナメルの白点を写真撮影によって連続的に記録し変化状態を観測した.

なお回転軸の変化から接触点の軸方向への移動距離を算出する方法を示すと次のごとくである. 第5図において(a)は軸受の略図で(b)はリテーナの観察窓からみた玉の動きを拡大して示したものである.

(b)において玉に付した目印のAが内輪回転に伴いBに移動した場合, 玉と内外輪との間にすべりが無い

と仮定すれば(最大応力作用部付近において)図の $\overline{A'B'}$ は接触点が軸方向に動いた距離を示していると考えることができる. ただし(a)において α は小さいと考えられるので近似的に $\widehat{A'B'} \approx \overline{A'B'}$ において実際には $\overline{A'B'}$ を測定して接触だ円長軸上の距離とした.

第1図において A_0Q を中心に15度内外, すなわち図の $\angle XQY = 30^\circ$ の範囲における最大応力作用部の接触状態を, 縦軸に接触度数 K , 横軸に接触だ円長軸上の距離 y をとって示すと第6図が得られる. 分布形を調べるため相対累積度数を正規確率紙にプロットしてみると, 第7図に示したごとくほぼ直線とみられるので, この分布は正規分布であると考えてよいと思われる.

以上ストロボを使用した実験ならびに手回しで求めた実験結果ともに玉の回転軸の変化の状態は正規分布であることがわかった. そこで次にその分布状態がたがいに等しいものと考え, 数値計算に必要な標準偏差 ϵ の値が手回しの結果から求められるわけである. なお本実験の場合については $\epsilon = 1.47$ なる値が得られた. ただし第6, 7図の接触分布およびこれから得られた $\epsilon = 1.47$ の数値については, 厳密には手でもわしたときの負荷状態が純粋のラジアル荷重となっているかどうかについて問題があり, また玉の回転軸の変化から接触点の軸方向移動距離を算出する場合に第5図のようになると仮定して近似的に求めた値であるから, 一般論的に適用するという意味ではなく, 一つの例としてあげたものである.

4. 検討ならびに計算結果

まずはじめに, 玉の回転軸の変化により寿命がどう変るかを調べた. 前述の No. 6412 なる玉軸受につ

第 5 図

いて、玉の回転軸が変化するとして、設計図の寸法と (6) 式により外輪の寿命を計算で求めた結果を第 3 図の●印で示した。

ただしこの値は、前述のように、一例として $\varepsilon = 1.47$ と仮定し、その場合について求めた数値計算例であって、この数値は ε の値によって変るものである。次に転動面のみぞの曲率半径が寿命に及ぼす影響について検討することにする。

軸受材料の疲労度に影響する要素の中で、外輪に生ずる最大圧縮応力 σ_2 の値が重要であり、また玉と外輪との接触状態により σ_2 の値が影響されることが第 2 図などより推察されるので、はじめに外輪のみぞの曲率半径 r_2' と σ_2 との関係を調べてみることにする。No. 6310 の玉軸受について $P=4750 \text{ kg}$ として設計図の寸法により、 σ_2 と r_2' との関係を求めたところ第 8 図が得られた。図より r_2' のわずかな変化に

より σ_2 が大きく影響されることがわかった。

そこで次に r_2' の値を $r_2'=9.73$ ならびに 9.80 mm の 2 種類に選び、求められた計算式により、内輪回転時の外輪破壊までの総繰返し数を求めたところ第 9 図が得られた。図より r_2' のわずかな差が寿命に大きな影響を与えることが明らかにされた。

そこで筆者らは、一例として No. 6310 なる玉軸受について r_2' の値を測定したところ $r_2'=9.76 \text{ mm}$ なる値が得られた。ただし r_2' の測定方法は次のごとくである。軸中心を通り軸受の軸に垂直な平面で外輪を切断し、紙やすりにて鏡面に仕上げ（顕微鏡試料を普通に仕上げる場合と全く同じ方法による） 10^{-8} mm 読みの座標測定器により直角座標にて断面に表われた曲線を読みとり、その結果を拡大して図に表わしたもののから近似的に求めた。

以上の方法により実測して求めた r_2' の値を用いて計算を行ないその結果を第 10 図に示した。次に計算結果の一部を略記すれば次のごとくである。

第 6 図 外輪と玉の接触状態

第 7 図 接触度数の分布状態

第 8 図

第 9 図 みぞの曲率半径と外輪寿命との関係

第10図 外輪の寿命と荷重との関係

$$P=4750 \text{ kg}, r_2=50.53 \text{ mm}, r_2'=9.76 \text{ mm}$$

$$r=9.52 \text{ mm}, r_1=31.48 \text{ mm}, z=8,$$

$$\sigma_2=337.8 \text{ kg/mm}^2, a=0.67 \text{ mm},$$

$$b=6.51 \text{ mm}, A=45.2 \text{ kg/mm}^2,$$

$$B=494 \text{ kg/mm}^2, D=180 \text{ kg/mm}^2,$$

$$\sum_i M \cdot \eta_i \frac{P_i(y)}{P_0(y)} = 1 \text{ より } M=1.09 \times 10^3,$$

$$n_2 = M \cdot \sum_i \frac{P_i(y)}{P_0(y)} = 4.018 \times 10^4$$

$$N_{i2}=8.10 \times 10^4, N_2=N_{i2}/\zeta_2=2.62 \times 10^4,$$

$$\zeta=3.07$$

ただし第9図および第10図は焼入れ軸受鋼の S-N 曲線における A, B, D の値をかりに上記のように仮定して求めた数値計算例であって, 寿命の数値は A, B, D の値によって変化するものである。

5. 結 論

以上玉軸受についても, ころ軸受の場合と同様に, 荷重と軸受寿命との関係を理論的に導き得ることを示した。また玉軸受の寿命は玉と内外輪との接触部の曲率半径によって大きく影響されることが判明した。

文 献

- (1) G. Lundberg & A. Palmgren, *Dynamic Capacity of Rolling Bearing*, Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series, 1, 3 (1947) Stockholm, Sweden; *J. Appl. Mech.*, 16 (1949), 165.
- (2) 西原, 郡, 機械学会論文集, 13, 44 (昭22-5), 1.
- (3) H. Hertz, *Gesammelte Werk.*, 1, (1928), 157.
- (4) 西原, 小林, 機械学会誌, 37, 204 (昭9-4), 187; 機械学会論文集, 3, 13 (昭12-11), 292.
- (5) 西原, 郡, 機械学会論文集, 5, 21 (昭14-11), I-89.

プラスチック被覆表面をもつハードボード

4×9 ft, 1/8 in 厚のフィニッシュハードボードは, 300°C までの熱抵抗性の硬質化粧メラミンプラスチック表面を持っている。このボードは, Wisaboard と呼ばれ, 衛生的で洗い落しのできる, テーブル, 壁, 戸, たな, 食器だななどに適した表面として使用される。ボードの性質は, 家庭, 学校, 事務所, 工場, 病院, レストラン, パー, 商店, 研究所, などに最良の特徴を発揮する。ボード表面は石油, アセトン, アル

コール (99%), インク, コーヒー, アンモニア (10%), アルカリ液 (1%), 希釈酢, くえん酸 (5%) にもよごれない。また, タバコ, マッチにこげず, 汚点を簡単にぬぐい去ることができる。取付けも簡単で, 清潔にしておくことも可能であり, ごみやグリースを引きつけない真珠色, 緑色, 赤マホガニー色, かっ色, くるみ色などの色彩や広い配合範囲で利用される。

[Building Materials, 20, 10 (1960), 352]

酸素転炉による世界鉄鋼生産能力増加

目下世界各国とも酸素転炉による鉄鋼生産能力 (すなわち L-D プロセス) を増加しつつある。アメリカでは今後3年間に 110% 増となり, 他の諸国では, 今後

4年間に, 193% 増が見込まれている。予想は下記のとおりである。

(年産単位 t)

	現在能力	将来の増強計画		現在能力	将来の増強計画
アメリカ	4 652 630	5 150 000	日本	4 040 000	3 730 000
カナダ	1 440 000		ルクセンブルグ	132 000	280 000
オーストリア	2 000 000		オランダ	715 000	1 800 000
ブラジル	420 000		ノルウェー		220 000
フィンランド		240 000	ポルトガル		275 000
フランス	395 000		スペイン		570 000
イギリス	220 000	3 830 000	西ドイツ	1 190 000	4 650 000
インド	825 000				
イタリア		2 460 000	計	16 029 630	27 185 000

上記のとおり, アメリカ, 西ドイツ, イギリス, 日本, の増産が特に顕著である。

[Steel, 148, 6 (1961), 78]

(日本科学技術情報センター提供)