討 論

【質問】 今回も平面座弁の特性について詳細有益な御研究を行ない、新しい結果を得られたことに対し深く敬意を表します。

第3図(b), 第4図(a)の特異点間の流量を見ると、弁を閉じるときの方が開くときより流量が少なくなっている。閉じる場合は弁面だけの摩擦抵抗であるから、開くとき、すなわち弁座にも接して流れるときよりも流速は大きいと思われるにもかかわらず、閉じるときは流量が少ないが、この開くときと閉じるときとの流量比はだいたい見当がつかますか。

(鶴沢高吉)

【回答】 質問は水を空中放出する平面座弁の流量係数 $c = \text{速度係数 } c_v \times \text{縮流係数 } c_c$ に関する重要な問題である。弁の開きがごく小さい場合閉じつつある弁における自由噴流では摩擦抵抗は弁面だけであるから速度係数 c_v は大きい。開きつつある弁では流れが弁面および弁座面に接するので速度係数 c_v は小さくなるが、縮流係数 $c_c = 1.0$ であって、結局流量係数 c は大きい。しかし、この開閉両ケースの流量係数 c の比は簡単ではない。第3図(b), 第5図(b)で見

付図1 e弁の開く Q_0 と閉じる Q_c との比

られるとおり、有効水頭 H が小さくなると $Q/l\sqrt{H}$ の開閉両曲線は接近し、 $H=25\text{cm}$ 以下では第4図(a), (b)のごとく開閉両曲線は重なってしまう。これは H が小さくなるとレイノルズ数が小さくなり、自由噴流も流れ難くなるわけであろう。

e弁の開く場合の流量 Q_0 と閉じる場合の流量 Q_c との比 Q_0/Q_c を実験結果から計算して開度 l/d_0 に対して表わすと付図1のごとくなる。f弁も同様の傾向を示した。

534.121.2:532.582.2:788

流れに平行な弾性板を有する振動弁について*

鶴 沢 高 吉**

On a Vibrating Valve which Has an Elastic Plate Installed Parallel to Fluid Flow

by Takakichi UZAWA

On the vibrating mechanism of a valve which has an elastic plate installed parallel to the fluid flow, there are some monographs which dealt with musical instruments, such as clarinet and oboe, but the selfexcited vibration seemed to have been neglected. In the present paper it is described that when fluid passes through the narrow spaces, between the parallel plates which can move vertically by a spring action, an equation of motion of the valve and an equation of continuity which involves the compressibility of fluid are obtained. Then from them a differential equation of 3rd order is introduced and so by means of Routh's criterion, it is revealed that such a valve can give rise to a selfexcited vibration under a certain condition. An experiment verified this result by flowing air through this valve.

1. ま え が き

弁の流路が直線的であり、かつ流れに平行な弁板が

弾性的に支持された振動弁、たとえば第5図のような振動弁の振動機構については、Clarinet, Oboeなどについて若干の研究があるが^{(1)~(5)}、弁自身の自励振動という見地からは明らかにされていないようである。この報告では平板円形弁の弁と弁座の重なり

* 昭和35年9月2日 第10回応用力学連合講演会において講演、原稿受付 昭和36年2月8日。

** 正員、日本電信電話公社電気通信研究所(武蔵野市吉祥寺1551)。

ときに発生する振動⁽¹⁰⁾を裏付ける意味も含ませて、振動弁を単純化して、2枚の平行板の狭いすきまを流体が通過するとき、板に直角な方向の運動に対してばね作用があれば、ある条件の下で平行板に自励振動が起りうることを理論的に明らかにし、低圧空気を流体とした実験によってこの自励振動を確かめた。

2. 理 論

第1図のように ox 平面に平行な板を考え、両者のすきまを流体が原点 o から x 方向へ流れるとき、すきま内の座標 x の点の静圧を p 、流体の粘性係数を μ 、流量を Q 、すきまを h 、紙面に垂直方向の流路幅を b とすれば、粘性のみを考慮すると層流定常状態において次式が成立する⁽⁹⁾。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\mu Q}{bh^3} \quad (1)$$

l を平行板の x 方向の長さとし、 x から l まで上式を積分すれば、 x から l までのすきまにおける粘性による圧損 p_r が得られる。

$$p_r = \frac{12\mu Q}{bh^3} (l-x) \quad (2)$$

流れが乱流の場合は、 $m=bh/2(b+h)$ 、 γ ：単位体積の流体の重量、 g ：重力の加速度、 v ：流路断面平均流速とすれば、 x から l までにおける摩擦抵抗による圧損 p_r は

$$p_r = \lambda \frac{l-x}{4m} \frac{\gamma}{2g} v^2 \quad (3)$$

となる⁽⁷⁾。ここで $\lambda=f(R_e, \epsilon/4m)$ ：摩擦係数、 $R_e=4mv/\nu$ ：レイノルズ数、 ν ：運動粘性係数、 ϵ ：不規則突起の平均値である。

次に平行板に直角に働く力 F を考えるため、次の記号を用いる。 p, v ：平行板のすきま内の座標 x の点の静圧、流速、 p_a, v_a ：平行板外の静圧、流速、 P ：有効圧力差、 S ：出口管断面積。

すきまにおける圧損 p_r を含めたベルヌーイの方程式は近似的に

$$p + \frac{\gamma}{2g} v^2 = p_a + \frac{\gamma}{2g} v_a^2 + p_r \quad (4)$$

第1図 弾性平行板

また連続の条件から

$$Q = bhv = Sv_a \quad (5)$$

また v_a は p_r を省略すれば近似的に次のように表わされる。

$$v_a = \sqrt{\frac{2gP}{\gamma}} \quad (6)$$

平行板を開く力 F は (2)～(6) 式を用いると

$$F = \int_0^l (p - p_a) b dx = \left(1 - \frac{S^2}{b^2 h^2}\right) b l P + F_r \quad (7)$$

ここで F_r は層流の場合は (2) 式から

$$F_r = \frac{6\mu l^2 S}{h^3} \sqrt{\frac{2gP}{\gamma}} \quad (8)$$

乱流の場合は (3) 式から

$$F_r = \lambda \frac{(b+h) l^2 S^2}{4b^2 h^3} P \quad (9)$$

(7) 式から $F-h$ 特性曲線を描けば第2図のようになる。

第1図のようにばね定数 k のばねで支持され、平行板のすきまを流体が流れ、つりあい状態のときのすきまを改めて h とする。平衡位置から微小変位 z だけ上昇し、圧力が微小量 p' だけ変化した場合の板を開く力を F' 、板の質量を M 、板の運動に対する抵抗係数を ν_1 、時間を t で表わせば、弁板の運動方程式は近似的に⁽⁸⁾⁽⁹⁾

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \nu_1 \frac{dz}{dt} + kz = F' - F = \frac{\partial F}{\partial h} z + \frac{\partial F}{\partial P} p' \quad (10)$$

ここで $\partial F/\partial h$ 、 $\partial F/\partial P$ はつりあい点における値である。流量係数を C 、出口から単位時間に流出する重量を G とすれば

$$G = \gamma b h C \sqrt{\frac{2gP}{\gamma}} \quad (11)$$

入口からは単位時間に一定重量 I が送り込まれるとすれば、連続の条件から

第2図 $F-h$ 特性

$$\frac{d}{dt}(\gamma b l h) = I - G \quad \dots\dots\dots(12)$$

流体の体積弾性係数を κ とすれば、一般に

$$\frac{dp}{d\gamma/\gamma} = \kappa \quad \dots\dots\dots(13)$$

つりあい状態からの γ , h , P の微小な変動をそれぞれ γ' , z , p' で表わし I は一定とすれば, (12) 式から近似的に⁽⁸⁾

$$\gamma b l \frac{dz}{dt} + b l h \frac{d\gamma'}{dt} = -\frac{\partial G}{\partial P} p' - \frac{\partial G}{\partial h} z \quad \dots\dots(14)$$

ここで $\partial G/\partial P$, $\partial G/\partial h$ はつりあい点における値である。また (13) 式から

$$\gamma' = \frac{\gamma}{\kappa} p' \quad \dots\dots\dots(15)$$

いま

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial P} &= A_1, \quad -\frac{\partial F}{\partial h} = B_1, \quad \frac{1}{\gamma} \frac{\partial G}{\partial P} = D_1, \\ \frac{1}{\gamma} \frac{\partial G}{\partial h} &= F_1, \quad b l h = V_1 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(16)$$

とおけば, (10), (14), (15) 式から

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + \nu_1 \frac{dz}{dt} + (k + B_1) z = A_1 p' \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\frac{dp'}{dt} + \frac{\kappa}{V_1} \left(b l \frac{dz}{dt} + D_1 p' + F_1 z \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

(17), (18) 式から p' を消去して整え

$$\left. \begin{aligned} \frac{\nu_1}{M} + \frac{D_1 \kappa}{V_1} &= R \\ \frac{\kappa}{M} \left(\frac{k + B_1}{\kappa} + \frac{b l A_1 + D_1 \nu_1}{V_1} \right) &= S_1 \\ -\frac{\kappa}{M V_1} \{ A_1 F_1 + (k + B_1) D_1 \} &= T \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

とおけば

$$\frac{d^3 z}{dt^3} + R \frac{d^2 z}{dt^2} + S_1 \frac{dz}{dt} + T z = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

(20) 式から安定条件は Routh の判別式によって

$$T > 0, \quad R > 0 \quad (\text{または } S_1 > 0), \quad R S_1 > T \quad \dots\dots(21)$$

さて(7), (8), (9), (11), (16) 式から

$$A_1 = \left(1 - \frac{S^2}{b^2 h^2} \right) b l + \frac{3 \mu S l^2}{h^3} \sqrt{\frac{2g}{\gamma P}} \quad (\text{層流の場合}) \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$A_1 = \left(1 - \frac{S^2}{b^2 h^2} \right) b l + \lambda \frac{(b+h) l^2 S^2}{4 b^2 h^3} \quad (\text{乱流の場合}) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$B_1 = -\frac{2 S^2 l P}{b h^3} + \frac{18 \mu S l^2}{h^4} \sqrt{\frac{2g P}{\gamma}} \quad (\text{層流の場合}) \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$B_1 = -\frac{2 S^2 l P}{b h^3} + \lambda \frac{(3b+2h) l^2 S^2}{4 b^2 h^4} P \quad (\text{乱流の場合}) \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$D_1 = \frac{b h C}{2} \sqrt{\frac{2g}{\gamma P}} = \frac{1}{\gamma} \frac{G}{2P} \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$F_1 = b C \sqrt{\frac{2g P}{\gamma}} = \frac{1}{\gamma} \frac{G}{h} \quad \dots\dots\dots(27)$$

この場合 (26) 式から $D_1 > 0$ であるから (19) 式から $R > 0$, それで $T > 0$ と $R S_1 > T$ とが同時に満足されるときにかぎり系は安定となる。以下に系が不安定である場合, すなわちこれらの条件が成立せず自励振動が発生する場合について考察する。

(i) $T < 0$ の場合 $\kappa/MV_1 > 0$ であるから (19) 式から (26), (27) 式も用いて

$$\frac{2P}{h} A_1 + k + B_1 < 0 \quad \dots\dots\dots(28)$$

の場合に不安定になる。すなわち, 復原力が負となるので両方の極限位置, たとえば固体壁があればそこではね返って静的に不安定な振動, いわゆる乱調となるが, ばね定数 k が大きいときはこのような振動は起り得ない。

(ii) $R S_1 < T$ の場合 (19) 式から

$$R S_1 - T = \frac{\kappa D_1}{M^2 V_1} \left[\nu_1^2 + \left\{ \frac{1}{D_1} \left(\frac{(B_1 + k) V_1}{\kappa} + b l A_1 \right) + \frac{D_1}{V_1} \kappa M \right\} \nu_1 + M A_1 \left(\frac{\kappa b l}{V_1} - \frac{F_1}{D_1} \right) \right] < 0 \quad \dots\dots(29)$$

のとき不安定になる。

簡単のため $\nu_1 = 0$ と考えると (26), (27) 式から $D_1/F_1 = h/2P$ となることをも考慮して, (29) 式から

$$A_1 \left(\kappa - \frac{2 V_1}{b l h} P \right) < 0 \quad \dots\dots\dots(30)$$

のとき不安定になる。したがって次の (a), (b) の場合に自励振動を起す。

(a) $A_1 < 0$, $\kappa > (2 V_1 / b l h) P$ の場合 $A_1 = \partial F / \partial P < 0$ ということは有効圧力の変動分が増加すれば, 弁板を開く力 F の増分は減ずるので, 弁はかえって閉じるようになるので発振することを意味する⁽⁹⁾。安定, 不安定の境では $A_1 = 0$ で, 振動数 n は

$$\begin{aligned} n &= \frac{\sqrt{S_1}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\kappa}{M} \left(\frac{k + B_1}{\kappa} + \frac{b l A_1}{V_1} \right)} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k + B_1}{M}} \quad \dots\dots\dots(31) \end{aligned}$$

すなわち, 固体ばね定数 k と流体ばね定数 B_1 との和の平方根に比例する。(5), (6) 式から

$$Q = S v_a = S \sqrt{2g P / \gamma},$$

$$P = (\gamma / 2g) v_a^2 = (\gamma / 2g) (Q/S)^2$$

となるので, これと (24), (25) 式を上式に代入すると層流の場合は

第1表 実測値と計算値

t cm	k g/cm	実験番号	Q cm ³ /s	h cm	P (約) g/cm ²	m cm	v cm/s	Re	λ	N c/s 測定値	n c/s 計算値	A_1
0.032	1 660	1	800	0.086	150	0.039	116×10^2	1.192×10^4	0.035	323	29	-1.65
		2	1 070	0.105	280	0.046 5	127.3	1.563	0.031 5	27	26	-0.798
		3	1 250	0.116	350	0.050 6	134.6	1.8	0.03	21.5	24.8	-0.6
0.05	3 480	4	1 470	0.101	700	0.044 9	182	2.155	0.029	54.6	37.5	-1.056
		5	1 330	0.093	600	0.041 7	179	1.975	0.029 8	63.4	40.5	-1.385
		6	970	0.077	400	0.035 1	158	1.467	0.032 5	79	45	-2.316

$W=8$ g, $b=0.8$ cm, $l=1.1$ cm

第5図 振動弁の断面

第6図 振動弁

第7図 実験装置

装置は圧縮機、空気だめ、ろ過器、減圧弁、圧力計、浮遊式流量計、弁を接続したものである。流量計は弁の前あるいは後に接続したが実験上大差はなかった。

減圧弁によって圧力あるいは流量を調節して実験を行なうが、自由すきま δ が適当でないと発振しない。また流量が小さいと発振しないが、流量を増すと発振する。振動は下向き、すなわちすきまが小さくなる方向の運動からはじまる。流量をさらに増して行くと振幅は大きくなるが、ある点で急に振動は止まる。平均開き h を読取り顕微鏡で測り、流量 Q 、ゲージ圧力 P を計る。抵抗線ひずみ計を用いて、板ばねにはり付けたひずみゲージから振動をピックアップしてシンクロスコープでとった波形が第8図である。第8図の番号1, 2, ……6 は第1表の実験番号に対応している。板ばねの厚さ t は2種類とし、ばね定数 k は取付けねじの締め方で違うので実測で求めた。測定振動 N 、その他の測定値、計算値を第1表に記した。レイノルズ

第8図 振動波形

数 Re は空気の運動粘性係数を $\nu=1.512 \times 10^{-1}$ cm²/s (20°C, 760 mmHg) とし、 $m=bh/2(b+h)$, $v=Q/bh$ を用いて計算した。 $Re=4mv/\nu$ としたときの臨界レイノルズ数は $4 \times (350 \sim 550)$ (7) であるので、第1表の Re の値からこの場合は乱流になるから (33) 式を用いて振動数 n を計算した。ここで空気の比重量を $\gamma=1.204 \times 10^{-3}$ g/cm³ (20°C, 760 mmHg) とし、弁は質量を $M=8$ g/980 cm/s², 長さを $l=1.1$ cm, 幅を $b=0.8$ cm とし、 λ は長方形管の管摩擦係数(7)を用いた。また (23) 式から A_1 を計算した。ここで出口管半径は 0.2 cm であるから $S=0.1257$ cm² とした。第1表によれば振動数の測定値と計算値はだいたい一致しており、また $A_1 < 0$ の発振条件も満足されている。

次に板厚 0.029 cm の板ばねを用いて弁を発振さ

第9図 流量-開き曲線

第10図 振動波形

せ、流量を連続的に変化させて弁の開きを測定し、一方抵抗線ひずみ計からの出力をペン書き振動記録器に導き振動波形を記録させた。平均開きと流量の関係は第9図のとおりであり、振動波形の一例は第10図のとおりである。これから振動数を求め、流量に対してプロットしたものが第11図である。実験後開き h とばね定数との関係を荷重とたわみを測定して求めたものを第12図に示した。

これらの結果から前述と同様な計算を行ない、振動数の計算値 n および A_1 を求め第2表に示し、 n は第11図に流量に対してプロットし、実測値と対比させた。この結果によれば計算値と実測値はほぼ一致しており、 $A_1 < 0$ の条件も満足されている。

なお固体ばね定数と流体ばね定数との和は開きとともに連続的に変りうるので、第11図は振動数も連続的に変りうることを示している。しかし、 $F_{s \min}$ の開きを越えると弁は押上げられて振動が止まるので、振動数変化の範囲は狭い。また弁に結合された導管を短くしても発振する。

第11図 振動数-流量曲線

第12図 ばね定数-開き曲線

第2表 実測値と計算値

実験番号	h cm	Q cm³/s	k g/cm	m cm	v cm/s	Re	λ	N c/s 測定値	n c/s 計算値	A_1	P g/cm²	自然開き cm	t cm
14	0.096	333.3	800	0.0428	43.4×10^2	4.91×10^3	0.043	42	44.2	-1.15	100 以下	0.054	0.029
15	0.097	366.6	800	0.0433	47.2	5.40	0.042	41.5	43.2	-1.12			
16	0.100	400	800	0.0445	50	5.88	0.042	39.5	42.3	-1.01			
17	0.103	466.6	800	0.0457	56.6	6.84	0.041	39	40.3	-0.92			
18	0.106	500	800	0.0468	59	7.30	0.04	35	39.6	-0.82			
19	0.110	583.3	800	0.0484	66.3	8.49	0.038	32.5	36.7	-0.72			

4. 結 言

流れに平行に位置する弁が弾性的に支持されている場合の振動について解析し、平板円形弁の場合と同様に次のような自励振動が起りうることを明らかにした。すなわち、流れによって生ずる弁の押上力を F 、有効圧力差を P とすれば、つりあい点において $\partial F/\partial P$ が負となる条件の下では有効圧力の変動分が増加すると、弁がかえって閉じるような力を受け、負性抵抗が生じて発振する。

弁におけるこの種の振動を防止するには $\partial F/\partial P > 0$ となるようにする必要がある。第3図からわかるようにばねのこわさ、あるいは自由すきまを変えると、弁の開きの使用範囲で振動を防ぐことができる。弁を流体発振器として使う場合は $\partial F/\partial P < 0$ になるようにし、弁にあらかじめある開きを与えておく必要があ

る。この場合の振動数は(32)、(33)式からだいたいの値が求められる。

末筆ながら御指導賜った東京大学 工学部 吉沢教授、白倉教授、藤井教授、津田助教授に深く感謝いたします。

文 献

- (1) C.V. Raman, *Handbuch der Physik*, 8(1926), 410, Julius Springer.
- (2) P. Das, *Ind. J. Phys.*, 6 (1931-6), 225.
- (3) R.N. Ghosh, *J. Acous. Soc. Amer.*, 9, 1(1938), 255.
- (4) F.A. Saunders, *J. Acous. Soc. Amer.*, 18, 2 (1946), 395.
- (5) R. Bierl, *Frequenz*, 13, 8 (1959), 254.
- (6) Lamb, *Hydrodynamics*, (1932), 581, Cambridge Univ. Press.
- (7) 機械工学便覧, (昭 26), 8-19, 33, 日本機械学会.
- (8) 津田, 機械設計, 上巻, (昭 24), 279, 日本機械学会.
- (9) 津田, 機械力学, (昭 33), 155, 山海堂.
- (10) 鶴沢, 機械学会論文集, 26, 171 (昭 35-11), 1507.

533.691.011

軸流速度が変化する場合の翼列性能*

窪 田 滋 夫**

Cascade Performance with Accelerated
or Decelerated Axial Velocity

by Shigeo KUBOTA

A theoretical method to estimate the effect of axial velocity change through a cascade was investigated. The change of axial velocity was reproduced by distributing sinks and sources within the blade passages, and the conclusions are set forth in some simple formulae. Some graphs for the numerical evaluation of the performance of NACA 65 Series cascades were prepared, and several examples were compared with experimental data.

1. 緒 言

軸流速度が翼列の前後で異なる場合の性能を研究することは、軸流機械を設計するために重要な事項である。多段軸流圧縮機あるいはタービンでは、種々の設計上の要求から、軸流速度は一般に初段から最終段にかけて相当に変化する。そしてこのために各段落前後の軸流速度は少しずつ異なった値をとらざるを得ない。それゆえ、軸流速度一定として得られた翼列試験の資料を、そのまま設計に用いることには疑問があ

る。またこの問題を研究することは、翼列試験で境界層吸込みを行わずに得た性能を二次元のそれに換算するためにも有用である。

さて、この問題ははじめ N. Scholz⁽¹⁾, S. Katzoff⁽²⁾, W.R. Hawthorne⁽³⁾ らにより研究されたが、彼らの取扱い方は簡単な一次元理論に基いていたので、問題の本質を解明するには不十分であったように思う。また、J.R. Erwin と J.C. Emery⁽⁴⁾ はこの問題を解決するための経験的な方法を提称しているが、それらは彼ら自身が認めているように実験値と一般的には一致しない。その後川崎⁽⁵⁾がこの問題を始めて二次元理論で取扱ったが、この場合は、軸流速度の変化を集中した吹出しで現わしたことに多少問題があるように

* 昭和36年4月6日 第38期通常総会講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和35年11月26日。

** 正員、川崎重工業会社(神戸市生田区東川崎町2丁目)。