る。これらの位置関係から運動状態が調べられる。第9図の点はこのよう写真から求めた物体の変位を示すもので、解析値と実験値とはよく一致している。

終りに本研究に際して、実験装置製作に関して援助をいただいた日東電機製作所 高橋清志氏、高速度写真撮影の労をわずらわした日立工機会社研究課の方々

に対して感謝いたします。

文 献

- (1) 杉本, 機械学会誌, 63-499 (昭 35-8), 1162.
- (2) 杉本・有馬, 第 140 回講習会教材 (昭 35-11), 7.
- (3) 谷口・坂田・鈴木, 機械学会論文集, 25-155 (昭34-7), 681.
- (4) П.А. Сергеев, Известия Академий, Механика и Машиностроение, 6 (1960), 63.

621.822.7.034:534.13

玉 軸 受 の 振 動*

(第6報, 軽荷重の場合における振動について)

田 村 章 義**

Ball Bearing Vibrations

(6th Report, On the Vibration of a Ball Bearing under Light Load)

by Akiyoshi TAMURA

In order to clarify the vibration caused by a ball bearing the vibrations of the rotor supported by a journal bearing and a ball bearing are measured and analyzed and the components of the vibrations are classified into some groups. As the results, it has been found that the subharmonic vibration of the order one-half and the harmonic vibration caused by the passing balls and the nonlinear vibration due to the axial spring characteristic of a ball bearing, are basic one for the investigation on the vibration of ball bearing.

1. 緒 言

実際の回転体では2個以上の玉軸受でささえられるのが普通であるが、それでは複数の玉軸受が干涉しあうため振動原因の探究には不便であるので、玉軸受でささえられた水平回転体の振動を単純にするため、水平軸の一端を玉軸受でささえ他端をジャーナル軸受でささえ実験装置で回転体の振動をしらべた。

玉軸受の振動を測定するには軸受の外輪側からでもできるのであるが、ここでは軸の運動精度を対象とし軸の振動に着目して軸の側において振動を測定した。この研究は玉軸受の振動に関して今までに研究発表した二、三の振動^{(1)~(4)}をふくめてどのような振動がどのような状態で発生しているかの全ぼうを明らかにすることを目的とし、生起している振動を整理し分類した。なお玉と内外輪間の弾性振動については付録として簡単な解析を示した。

2. 測 定

2.1 測定装置 振動測定の実験装置は既報のものと同じでその図を第1図に示す。実験に用いた玉軸受は6207Pである。軸長300mm, 1/4000テーパー軸の一端に供試玉軸受④がはまっていて、軸には重量11.8kgの回転体⑤がとりつけられている。軸の他端はジャーナル軸受⑪によってささえられ、ジャーナル軸受はねじ⑨によって上下左右に微動できるようになっていて軸の心出しを行なう。回転軸の駆動方法は軸継手⑫を介して可変速度の電動機によって駆動する。軸継手は直径3mm, 長さ80mmの細長い鋼棒とダイアフラムからなっており、回転体の軸方向振動に対して拘束を与えないように、また二つの軸心のわずかの不一致が回転体の振動に対して影響を与えないようにしている。

測定は供試軸受のすぐ近くの回転軸の鉛直、水平および軸方向の振動と玉保持器速度および軸回転速度とを同時に行なうようになっている。これらの振動および回転速度はすべて容量変換器を用いて電磁オシログ

* 昭和36年8月30日 第11回応用力学連合講演会において講演, 原稿受付 昭和36年10月23日。

** 正員, 東京工業大学(東京都目黒区大岡山1)。

ラフで記録するとともに周波数分析器によって波形を分析できるようになっている。

玉軸受の軸方向のばね特性などの静力学的実験を行なうには第 1 図に示したジャーナル軸受を 2 個の玉軸受にとりかえた第 2 図に示す静力学的実験装置を用いた。これは軸方向の摩擦を少なくするためである。第 1 図および第 2 図の場合ともに、微動装置によって完全に心出しを行なうことができるから、両者の場合における供試軸受のはめあい状態はまったく同一になしうる。

2.2 測定結果 2.2.1 玉軸受の軸方向のばね特性

第 2 図に示した装置で供試軸受の軸方向のばね特性を測定した結果を第 3 図に示す。スラストは図に示すように静荷重によって与えた。回転中における軸方向のばね特性に近いものをうるため、実験方法はまず一定スラストを加え、次に軸を -1 回転し、さらに $+1$ 回転して軸の回転をとめ、そのときの軸の軸方向変位を測定した。回転体が軸方向に移動すると鉛直方向にも変位するので、鉛直方向の変位も同図に付加した。鉛直方向変位はほぼ $z^2/2c$ であらわされ⁽²⁾、以上の実験結果はこの計算値とよく一致している。ここで z は軸方向変位であり、 r_i を内輪みぞ半径、 r_o を外輪みぞ半径、 d を玉直径とすると $c=r_i+r_o-d$ である。

2.2.2 振動測定 軸回転速度を 3000 rpm までし

第 3 図 玉軸受の軸方向ばね特性

だいにかえていった場合の周波数分析器による鉛直、水平および軸方向の振動の振幅特性を第 4 図に示す。この場合のスラストは零である。この図の縦軸は振動波形を全波整流したものの平均の $\pi/2$ 倍を示すように校正しており、したがって単振動の場合はその振幅を

①ダイヤフラム、②マイクロメータ、③電極、④供試軸受、⑤回転体、⑥固定台、⑦水平方向の微動台、⑧鉛直方向の微動台、⑨微動用ねじ、⑩ダイヤフラム、⑪ジャーナル軸受、⑫軸継手、⑬ジャーナル軸受、⑭スラスト軸受 ⑮プーリー

第 1 図

①ダイヤフラム、②マイクロメータ、③電極、④供試軸受、⑤回転体、⑥固定台、⑦水平方向の微動台、⑧鉛直方向の微動台、⑨微動用ねじ、⑩玉軸受、⑪滑車

第 2 図

第 4 図 玉軸受振動の振幅特性

対数目盛で示している。この図の軸方向の振幅特性の各ピークのところに記入した文字は、ピークにおける主成分の振動の角振動数の記号である。

まず鉛直、水平および軸方向の振幅がいずれも小さいところの回転速度 525, 1000 および 2400 rpm における振動のオシログラムを第5～7図に示す。これら

の振動波形を周波数分析器によって分析した結果を第8～10図に示す。これらの分析結果に記入した文字は分析した成分の角振動数の記号である。

次に第4図に示した振幅特性の各ピークにおける振動のオシログラムを第11～14図に示す。またこれらの振動波形の周波数分析器による分析結果を第15～

第5図 回転速度 525 rpm のときにおける振動波形

第6図 回転速度 1000 rpm のときにおける振動波形

第7図 回転速度 2400 rpm のときにおける振動波形

第8図 回転速度 525 rpm における振動波形の分析

18 図に示す。

これらの結果から軸方向振動の振幅は鉛直および水平方向の振幅よりはるかに大きいことがわかる。しかも鉛直方向の振動の主成分は軸方向振動の主成分の振動の振動数の 2 倍になっているから、これは軸方向の振動によって生じたものであることがわかる。また軸

方向振動でピーク以外のところではいろいろな振動が同じような割合で生起しているが、ピークのところでは特定の振動が非常に大きくなっていることがわかる。

3. 振動の種類

記号

ω : 内輪 (したがって軸) の回転角速度

ω_R : 玉保持器の回転角速度

$2\omega_B = \omega_R \times (\text{玉数})$: 玉通過の角振動数 (2 は計算の便宜上従来から用いてきたものである)

ω_n : 軸方向の固有角振動数

(1) 角振動数 ω_n の振動 この振動は第 8~10 図の軸方向に顕著にあらわれており、回転体の質量と第 3 図に示した玉軸受の軸方向ばねこわさ 25.6 kg/mm および軸継手のダイヤフラムのばねこわさ 4.1 kg/mm からなる振動系の自由振動である。その固有振動数は既報第 4 報⁽⁴⁾の計算値とよく一致している。

(2) 角振動数 $\omega, 2\omega \dots$ の振動 この振動は第 8~10 図の鉛直、水平および軸方向のすべてに発生している。これらの振動の振幅には電極面の工作誤差がわずかに含まれているのでその誤差を除いて考えると、鉛直および水平方向の振動の原因は内輪軌道面の偏心およびその高次の成分であると考えられる。また軸方向のものは軸中心線に垂直な平面に対する内輪のみぞ底円のわずかの傾

第 9 図 回転速度 1000 rpm における振動波形の分析

第 10 図 回転速度 2400 rpm における振動波形の分析

第 11 図 回転速度 405 rpm のときにおける振動波形

第 12 図 回転速度 840 rpm のときにおける振動波形

第 13 図 回転速度 730 rpm のときにおける振動波形

第 14 図 回転速度 1600 rpm のときにおける振動波形

第 15 図 回転速度 405 rpm における振動波形の分析

第 16 図 回転速度 840 rpm における振動波形の分析

第 17 図 回転速度 730 rpm における振動波形の分析

第 18 図 回転速度 1600 rpm における振動波形の分析

きおよびその高次の成分であると考えられる。そして 2ω および ω が ω_n に近づいている回転速度ではこれらの振動は第 13 および 14 図あるいは第 17 および 18 図に示すように共振現象を示し、振幅が大きくなると第 4 図にみられるように跳躍現象を示す⁽⁴⁾。

(3) 角振動数 ω_B の振動 この振動はある回転速度で軸方向にあらわれ、第 12 図あるいは第 16 図に示されている。軸回転速度が 840 rpm においては玉通過の角振動数の 1/2 すなわち ω_B が ω_n に近づいている。この振動は既報第 2 報⁽²⁾で示したように玉軸受の軸方向のばねこわさが玉配置の変化によって変るために発生するのである。この振動は自励振動であるが、玉軸受の非線形性のために振幅が定常になっているものと考えられる。

(4) 角振動数 $2\omega_B, 4\omega_B \dots$ の振動 玉通過によって発生する振動は第 8~10 図の鉛直、水平および軸方向のすべてに発生している。鉛直および水平方向の玉通過変位は E. Meldau⁽⁵⁾ および H. Perret⁽⁶⁾ によって指摘された振動である。なお軸方向にも玉通過振動があらわれる。その原因は既報第 3 報⁽³⁾に示したように二つ考えられる。第 1 の原因は外輪のみぞ底円と軸中心線に垂直な平面とのわずかの傾きである。第 2 の原因は玉配置の変化によって軸方向のばねこわさがかわるためであるが、これによる角振動数 $2\omega_B, 4\omega_B \dots$ の振動は玉数が非常に少ない場合以外は発生することは少ないと考えられるので第 8 および 9 図の軸方向振動にあらわれている角振動数 $2\omega_B$ の振動は外輪の傾きによって発生しているのであると考えられる。そしてこの振動は $2\omega_B$ が ω_n に近いところの回転速度では第 11 図あるいは第 15 図に示すように共振現象を示す。

(5) 角振動数 $\omega_R, 2\omega_R \dots$ の振動 この振動は第 8~10 図の鉛直、水平および軸方向のすべてに発生している。鉛直および水平方向の振動の原因

第 19 図 回転速度 1200 rpm における振動波形 (玉数 3)

は玉の直径および玉の間隔の不ぞろいであると考えられる。軸方向振動の原因について、玉保持器からの拘束を無視して考えるならば次の二つが考えられる。第 1 は玉の直径の相互差および玉間隔の不ぞろいである。第 2 は軸中心線に垂直な平面と外輪のみぞ底円とのわずかの不一致である。しかし静力学的実験によると玉保持器からの拘束は無視することができないようである。

(6) 約 230 c/s の振動 この振動は第 8~10 図からわかるように水平方向にあらわれている。この振動現象をいっそう明らかにするため特に玉数 3 の軸受をつくり、その場合の振動を測定した。そのオシログラムを第 19 図に示す。この図の水平方向振動における玉通過の波形に重ねあわされた小さな振動波形が約 230 c/s である。この振動については付録に簡単な解析を行なった。

(7) 約 960 c/s の振動 回転軸の横振動の基本振動数の第一次近似値は計算によると 965 c/s になるので、この振動は回転軸の横振動であると考えられる。

(8) 軸方向振動の振幅が大きくなると第 17 および 18 図からわかるようにそれぞれ角振動数 $(2\omega_B + 2\omega)$ および $(2\omega_B + \omega)$ の振動が発生する。これらの振動は水平方向の玉通過振動の振幅が軸方向振動によって変調されたものと考えられる。

4. 結 論

玉軸受でささえられた水平回転体の振動について、これまでは特に振幅の大きくなるものに注目してその原因をしらべてきたが、今回はそれらをふくめ広範囲にわたって分析し、振動の全ぼうをしらべ、それらの振動がどのような状態で発生しているかをしらべた。これらを観察すると、比較的低速、軽荷重において玉軸受のために生ずる軸の振動のうち角振動数 $\omega_B, 2\omega_B$ および ω_n の振動ならびに玉軸受のもつ非線形性による非線形振動は既報でも論じたように玉軸受の振動の議論に対して基本となるものであることが明らかになった。またこれまで弾性振動には手をつけなかったの

第 20 図

であるが、今回の研究にはその一つがあらわれている。今後これらについて詳細にしらべたいと考えている。

終りに本研究を遂行するに当たって懇切な御指導をいただいた東京工業大学 谷口 修教授に厚くお礼申し上げます。なお本研究は服部報公会の援助を受けたことを付記します。

付 録

玉と内外輪の弾性によって発生している約 230 c/s の振動について簡単な解析を行なう。この弾性振動に対する原理を第 20 図に示す。I を回転体の固定点 O のまわりの慣性モーメントとし、x-y 平面内の回転体の運動を考える。ここで k_1 および k_2 はそれぞれヘルツ理論から定まる玉と内外輪間の弾性によるばね定数をあらわしている。x および y 方向に対して次の二つの運動方程式が成立する。

$$(I/l^2)\ddot{x} = -P_1 \cos \gamma_1 - P_2 \cos \gamma_2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(I/l^2)\ddot{y} = -P_1 \sin \gamma_1 + P_2 \sin \gamma_2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= k_1(x \cos \gamma_1 + y \sin \gamma_1) \\ P_2 &= k_2(x \cos \gamma_2 - y \sin \gamma_2) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

振動数方程式を導くため x, y をつぎのようにおき、

$$\left. \begin{aligned} x &= a \sin pt \\ y &= b \sin pt \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

(4) 式を (1) および (2) 式に代入して振動数方程式を導くと次のようになる。

$$p^4 - p^2(q_1^2 + q_2^2) + q_1^2 q_2^2 \sin^2(\gamma_1 + \gamma_2) = 0 \quad \dots\dots (5)$$

これから

$$p^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \left\{ \frac{2q_1 q_2 \sin(\gamma_1 + \gamma_2)}{q_1^2 + q_2^2} \right\}^2} \right] \dots\dots\dots (6)$$

ここで

$$q_1^2 = \frac{k_1}{I/l^2}, \quad q_2^2 = \frac{k_2}{I/l^2} \dots\dots\dots (7)$$

本実験において $q_1 = q_2$ の状態すなわち $\gamma_1 = \gamma_2 = 20$ 度の状態における (6) 式の計算結果は $p = 2\pi \times 553$

rad/s および $2\pi \times 202$ rad/s をうる。553 c/s の振動は x 方向であり 202 c/s の振動は y 方向の振動である。

文 献

- (1) 田村・谷口, 機械学会論文集, 26-161 (昭35-1), 19.
- (2) 田村・谷口, 機械学会論文集, 26-167 (昭35-7), 877.
- (3) 田村・谷口, 機械学会論文集, 26-170 (昭35-10), 1428.
- (4) 田村・谷口, 機械学会論文集, 27-179 (昭36-7), 1146.
- (5) E. Meldau, *Werkstatt u. Betrieb*, 84-7 (1951), 308.
- (6) H. Perret, *VDI-Forsch.-h.*, 434 (1952), 17.

533. 665. 013:531. 383

2 自由 度 ジャ イ ロ の ド リ フ ト*

三 浦 宏 文**

The Drift of Two Degree of Freedom Gyro

by Hirofumi MIURA

Two-degree of freedom gyro is used as the position gyro of the high-speed air craft. The author measured the drift of air-driven two degree of freedom gyro to which the forced vibration about the vertical axis was given. He pointed out the following four items as the causes of the drift.

(1) The effect of air to drive the rotor; When the angle between the axes of outer gimbal and of rotor is not rectangular, the air generates the torque about the axis of inner gimbal.

(2) The effect of forced vibration; Forced vibration is given to the gyro through the bearings, having the characteristic of negative frictional resistance.

(3) Unbalance of mechanism; It is obvious that this causes the drift.

(4) The friction of rotor bearings;

He compared the results of experiments with the theory, taking into account the causes mentioned above, and obtained the good agreement.

1. 緒 言

方向指示, 姿勢検出などの基準として用いられるジャイロが, 設定した指示方向から外乱などによって偏差を生じることがある。これを一般にドリフトとよぶ。本実験では, ロケット, 人工衛星などの高速飛しょう体において, ポジションジャイロとして用いられる 2 自由度ジャイロのドリフトをしらべた。

第 1 図のような 2 自由度ジャイロに強制変位を与えると, 理想的には φ (水平面内角変位) が 0 に保たれるべきであるが, 現実にはいろいろの望ましくないトルクによって, 種々の経過をとりつつ φ がいずれかの方向へ発散してゆく。これが 2 自由度ジャイロのドリフトである。

さまざまな条件の下にドリフトが時間とともに

にどのように変化してゆくかを測定し, 測定結果を説明するために次の要因を導入した。

第 1 図 実験装置および記号

* 昭和 36 年 10 月 6 日 第 39 期東京秋期講演大会において講演, 原稿受付 昭和 36 年 11 月 29 日。

** 准員, 東京大学大学院 (東京都文京区本富士町 1)。