536. 27:532. 595

単管熱交換器の動特性と共振現象*

(第3報, 過渡応答)

楊 文 偕**

Dynamic Response and Resonance Phenomenon
of a Single-Solid, Single-Fluid Heat Exchangers

(Part III, Transient Response)

by Wen-Jei YANG

This paper considers the indicial response of the temperature of the heat transfer surface and the bulk temperature of the fluid in a single-pipe heat exchanger. Step-wise disturbances imposed on the heat exchanger are: (i) the uniformly distributed, internal heat generation in the solid wall, (ii) the uniform wall temperature, (iii) the uniformly distributed, internal heat generation in the flowing fluid, (iv) the inlet temperature of the fluid, while a constant rate of heat is uniformly generated in the solid wall, and (v) the appropriate combinations of (i), (ii), (iii) and (iv). Analytical results have been obtained through the use of the Laplace transform technique. These results are presented such that the surface and fluid temperatures may be computed as a function of space and time, using three dimensionless mathematical functions.

第 1, 2 報⁽¹⁾⁽²⁾で筆者は単管熱交換器の周波数応答について解析し, ゲインと位相遅れの応答に発生する共振現象を物理的に解釈した. これに引続いて本報でインディシャル応答を解析して見ることにした.

1. はしがき

熱交換器は第 1 図に示すように単管よりなり管内に流体が流れる装置のもので, これに次のような外乱を与える. この外乱は

- (a) 平均に分布した管壁の熱発生である場合
- (b) 平均に分布した管壁の温度である場合

第 1 図 単管熱交換器概略図

(c) 平均に分布した管内を流れる流体自身の熱発生がある場合

(d) 管壁の熱発生が一定であり, 流体の入口温度が外乱である場合

(e) (a), (b), (c), (d) を適当に組合わせた場合である. 問題を簡単化するため次の仮定をした.

- (1) 流体の温度と速度は管の断面にわたって一様である.
- (2) 管壁は薄く温度は半径によって変らない.
- (3) 管壁と流体の軸方向の熱伝導は無視しうる.
- (4) 熱伝達率は時間と位置によって変らない.
- (5) 流体は非圧縮性で物性値は一定であり, 管の断面も一様である.
- (6) 流体の入口温度は (d) の外乱を除いて一定である.
- (7) 外乱は時間的にステップ突変である.
- (8) 管壁の外面が完全に絶縁されている.

2. 記 号

A : 熱交換面積 m^2

c_p : 流体の定圧比熱 $kcal/kg^\circ C$

c_{pw} : 管壁の定圧比熱 $kcal/kg^\circ C$

d_i : 管の内径 m

d_o : 管の外径 m

* 昭和 36 年 5 月 31 日 第 693 回講演会において講演, 原稿受付
昭和 36 年 12 月 12 日.

** 正員, 三井造船会社玉野造船所 (玉野市玉 10).

I_0 : 第1種第零次のベッセル関数

$K = \frac{\alpha}{\gamma c_p} \frac{A}{V}$: 流体の時定数の逆数 $\frac{1}{h}$

$K_w = \frac{\alpha}{(\gamma c_p)_w} \left(\frac{A}{V} \right)_w$: 管壁の時定数の逆数 $\frac{1}{h}$

$M = \frac{(\gamma c_p V)_w}{\gamma c_p V}$: 管壁と流体との熱容量比 [無次元]

$P = P_0 + \Phi$: 流体の単位体積の熱発生率 $\text{kcal/m}^3\text{h}$

P_0 : 定常状態における流体の単位体積の熱発生率 $\text{kcal/m}^3\text{h}$

$P_w = P_{w0} + \Phi_w$: 管壁の単位体積の熱発生率 $\text{kcal/m}^3\text{h}$

P_{w0} : 定常状態における管壁の単位体積の熱発生率 $\text{kcal/m}^3\text{h}$

q : 伝熱量 kcal/h

s : ラプラス変数 $1/h$

$t(x, \tau) = t_1(x) + t_2(x, \tau)$: 流体温度 $^{\circ}\text{C}$

$t_1(x)$: 定常状態における流体温度 $^{\circ}\text{C}$

$t_2(x, \tau)$: 過渡状態における流体温度 $^{\circ}\text{C}$

T_0 : 時間が零のとき突変した流体の入口温度 $^{\circ}\text{C}$

u : 流速 m/h

V : 流体の体積 m^3

V_w : 管壁の体積 m^3

x : 軸方向の距離 m

α : 管壁と流体との熱伝達率 $\text{kcal/m}^2\text{h}^{\circ}\text{C}$

γ : 流体の密度 kg/m^3

γ_w : 管壁の密度 kg/m^3

θ : 時間が零のとき突変した管壁温度 $^{\circ}\text{C}$

$\theta(x, \tau) = \theta_1(x) + \theta_2(x, \tau)$: 管壁温度 $^{\circ}\text{C}$

$\theta_1(x)$: 定常状態における管壁温度 $^{\circ}\text{C}$

$\theta_2(x, \tau)$: 過渡状態における管壁温度 $^{\circ}\text{C}$

τ : 時間 h

$\tau^* = \tau - \frac{x}{u}$ h

Φ : 時間が零のとき突変した流体の単位体積の熱発生率 $\text{kcal/m}^3\text{h}$

Φ_w : 時間が零のとき突変した管壁の単位体積の熱発生率 $\text{kcal/m}^3\text{h}$

ψ_2^{**} : (10) 式で定義された関数

(i) $1 \geq \frac{\tau u}{x} \geq 0$

$$\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = \frac{M}{(M+1)^2} \frac{Kx}{u} \left[-1 + \frac{(M+1)}{M} K\tau + e^{-[(M+1)/M]K\tau} \right] \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\theta_2(x, \tau)}{\theta_2(x, \infty)} = \frac{1}{(M+1)^2 \left(1 + \frac{Kx}{u} \right)} [1 + (M+1)K\tau - e^{-[(M+1)/M]K\tau}] \quad \dots\dots\dots (7)$$

ψ_4 : (11) 式で定義された関数

ψ_5 : (12) 式で定義された関数

ω : 周波数 $1/h$

3. 動特性

a. 外乱が平均に分布した管壁の熱発生である場合

熱式は次のようにして求められた。流体の場合管壁からの熱伝達と流体のエンタルピーの変化が等しいから

$$\theta - t = \frac{1}{K} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (1)$$

管壁の場合管壁の熱発生は管壁のエンタルピー変化と管壁から流体への熱伝達の和に等しいので

$$\frac{P_w}{(\gamma c_p)_w K_w} = \theta - t + \frac{1}{K_w} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \quad \dots\dots\dots (2)$$

で表わされる。ただし

$$P_w = P_{w0} + \Phi_w \quad \dots\dots\dots (3 \cdot a)$$

$$K = \frac{\alpha}{\gamma c_p} \left(\frac{A}{V} \right) = \frac{4\alpha}{\gamma c_p d_i} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot b)$$

$$K_w = \frac{\alpha}{(\gamma c_p)_w} \left(\frac{A}{V} \right)_w = \frac{4d_i\alpha}{(\gamma c_p)_w (d_o^2 - d_i^2)} \quad \dots\dots\dots (3 \cdot c)$$

である。(1), (2) 式の $\theta(x, \tau)$, $t(x, \tau)$ を定常部分 $\theta_1(x)$, $t_1(x)$ と過渡部分 $\theta_2(x, \tau)$, $t_2(x, \tau)$ とに分ける。動特性を解析するのであるから過渡部分だけ数学的解析をすればよい。また $t_1(x) = t(x, 0)$, $\theta_1(x) = \theta(x, 0)$ であるので動特性を表わす微分方程式は

$$\theta_2 - t_2 = \frac{1}{K} \frac{\partial t_2}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t_2}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$-(\theta_2 - t_2) + \frac{\Phi_w}{(\gamma c_p)_w K_w} = \frac{1}{K_w} \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。次に(4), (5) 式をラプラス変換する。変換された方程式、初期条件と境界条件から過渡状態における流体と管壁の温度を求め、これをラプラス逆変換する。詳細な説明は付録に記した。この問題の数学的性質によって二つの時間領域に $t_2(x, \tau)$ と $\theta_2(x, \tau)$ の解が求められた。第一時間領域は時間 τ がむだ時間 x/u より小さいか等しい場合で、第二時間領域は τ が x/u に等しいかより大きい場合である。管壁の熱発生が時間的にステップ突変を起したとき、流体と管壁の温度のインディシャル応答は次のとおりである。

$$(ii) \quad \frac{\tau u}{x} \geq 1$$

$$\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = \frac{M}{(M+1)^2 \frac{Kx}{u}} \left[-1 + \frac{(M+1)}{M} K\tau + e^{-[(M+1)/M]K\tau} - e^{-Kx/u} \left\{ \left(M + \frac{M+1}{M} K\tau^* \right) \psi_2^{**} \right. \right. \\ \left. \left. \times \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) - e^{-[(M+1)/M]K\tau^*} \psi_4 \left(\frac{1}{M} \frac{Kx}{u}, K\tau^* \right) - (M+1) \psi_5 \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\theta_2(x, \tau)}{\theta_2(x, \infty)} = \frac{1}{(M+1)^2 \left(1 + \frac{Kx}{u} \right)} \left[1 + (M+1) K\tau - e^{-[(M+1)/M]K\tau} - e^{-Kx/u} \left\{ e^{-[(M+1)/M]K\tau^*} \right. \right. \\ \left. \left. \times \psi_4 \left(\frac{1}{M} \frac{Kx}{u}, K\tau^* \right) + [(M+1) K\tau^* - M] \psi_2^{**} \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) - M(M+1) \psi_5 \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (9)$$

第 2 図 $\psi_2^{**} \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right)$ 関数 第 3 図 $\psi_4 \left(\frac{1}{M} \frac{Kx}{u}, K\tau^* \right)$ 関数 第 4 図 $\psi_5 \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right)$ 関数

第 5 図 外乱が平均に分布した管壁の熱発生である場合、流体温度のインディシャル応答

第 6 図 外乱が平均に分布した管壁の熱発生である場合、管壁温度のインディシャル応答 $M=0$

ただし

$$\phi_2^{**}\left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M}\right) = \frac{K}{M} \int_0^{\tau^*} e^{-(K\xi)/M} I_0 \left[2\sqrt{\frac{Kx}{u} \frac{K\xi}{M}} \right] d\xi \quad (10)$$

$$\phi_4\left(\frac{1}{M} \frac{Kx}{u}, K\tau^*\right) = K \int_0^{\tau^*} e^{K\xi} I_0 \left[2\sqrt{\frac{Kx}{u} \frac{K\xi}{M}} \right] d\xi \quad (11)$$

$$\phi_5\left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M}\right) = \left(\frac{K}{M}\right)^2 \int_0^{\tau^*} \xi e^{-K\xi/M} I_0 \left[2\sqrt{\frac{Kx}{u} \frac{K\xi}{M}} \right] d\xi \quad (12)$$

であり、第2～4図はこれらの関数を図示したものである。(6), (8)式を第5図に、(7), (9)式を第6, 7図にそれぞれプロットした。 $M=0$, すなわち管壁と流体との熱容量比が非常に小さい場合、流体温度のインディシャル応答は第5図に示されたように時間 τ とむだ時間 x/u との比の関数である。応答変化速度 $\frac{\partial}{\partial \left(\frac{\tau u}{x}\right)} \left[\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} \right]$ は $\tau u/x=0$ から1まで一様に1であり、 $\tau u/x=1$ で応答は定常状態になる(本報を通じて $\tau u/x=0$ における応答の変化速度は第一時間領域内の応答の式を $\tau u/x$ について微分し、 $\tau u/x=0$ を代入して求められる)。これは流体質点の熱交換器内におけるエンタルピー変化によるものである。管壁温度のインディシャル応答は第6図に示されたように外乱が与えられた瞬間直ちに $1/1 + \frac{Kx}{u}$ [(7)式に $M=0$, $\tau u/x=0$ を代入して求められる]の値に達し $\tau u/x=0$ における応答の変化速度をそのまま $\tau u/x=1$ まで持続して定常状態になる。

次に管壁と流体との熱容量比 M が零でない場合、 $\tau u/x=0$ における流体と管壁の温度応答の変化速度はそれぞれ零と $\frac{Kx}{u} / M(1 + \frac{Kx}{u})$ で表わされ、 M の増加につれて応答が鈍くなる。

b. 外乱が平均に分布した管壁温度である場合

管壁から流体への熱伝達率は流体のエンタルピー変化に等しいから熱式は次のように表わせる。

$$\theta - t = \frac{1}{K} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t}{\partial x} \quad (13)$$

ただし $\theta = \theta_1 + \theta$ である。aの場合と同じように流体温度 $t(x, \tau)$ を $t_1(x)$ と $t_2(x, \tau)$ に分けて(13)式に代入すると動特性を表わす方程式は

$$\frac{1}{K} \frac{\partial t_2}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t_2}{\partial x} = \theta - t_2 \quad (14)$$

第7図 外乱が平均に分布した管壁の熱発生である場合。管壁温度のインディシャル応答

となる。(14)式と初期条件 $t_2(x, 0)=0$, 境界条件 $t_2(0, \tau)=0$ から流体温度のインディシャル応答を求めた。

$$(i) \quad 1 \geq \frac{\tau u}{x} \geq 0$$

$$\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = \frac{1 - e^{-K\tau}}{1 - e^{-Kx/u}} = \frac{1 - e^{-(Kx/u)(\tau u/x)}}{1 - e^{-Kx/u}} \quad (15)$$

$$(ii) \quad \frac{\tau u}{x} \geq 1$$

$$\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = 1 \quad (16)$$

第8図は、(15), (16)式を図示したものである。第一時間領域では応答は第一遅れ要素の特性である対数曲線状変化をして、 $\tau u/x=1$ で定常状態になる。観察者が流体質点に便乗して質点の熱交換器内におけるエンタルピー変化状態を分析して見よう。ステップ突発的外乱 θ を与えた瞬間に質点が u の速度で熱交換器内にはいったと仮定して、次の熱平衡式をたてた。

$$\gamma c_p V \frac{dt_2}{d\tau} = \alpha A (\theta - t_2) \quad (17)$$

(17)式から質点の温度変化を求めると(18)式のとおり、

$$\frac{t_2(\tau)}{t_2\left(\frac{x}{u}\right)} = \frac{1 - e^{-K\tau}}{1 - e^{-Kx/u}} \quad (18)$$

(18)式と(15)式は同じであるから応答は単に質点の熱交換器におけるエンタルピー変化によるものである。流体の熱容量が小さくなるか、あるいはむだ時間が大きくなるにつれて $\tau u/x=0$ における応答の変化速度

$$\left\{ \frac{\partial \left[\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} \right]}{\partial \left(\frac{\tau u}{x} \right)} \right\}_{(\tau u)/x=0} = \frac{\frac{Kx}{u}}{1 - e^{-Kx/u}} \quad (19)$$

第8図 外乱が平均に分布した管壁の温度である場合。流体温度のインディシャル応答

が増加し、応答が早くなる。

c. 外乱が平均に分布した管内を流れる流体自身の熱発生である場合 熱式は次のように求められた。流体の場合、流体の熱発生は流体から管壁への熱伝達と流体自身のエンタルピー変化の和に等しい。ゆえに

$$\frac{1}{K} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{d_i P}{4\alpha} - (t - \theta) \quad \dots\dots\dots (20)$$

管壁の場合、流体からの熱伝達は管壁のエンタルピー変化に等しい。ゆえに (21) 式で表わされる。

$$\frac{1}{K_w} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = t - \theta \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$(i) \quad 1 \geq \frac{\tau u}{x} \geq 0$$

$$\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = \frac{M^2}{(M+1)^2 \frac{Kx}{u}} \left[1 + \frac{(M+1)}{M^2} K\tau - e^{-[(M+1)/M]K\tau} \right] \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\frac{\theta_2(x, \tau)}{\theta_2(x, \infty)} = \frac{M}{(M+1)^2 \frac{Kx}{u}} \left[-1 + \frac{(M+1)}{M} K\tau + e^{-[(M+1)/M]K\tau} \right] \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$(ii) \quad \frac{\tau u}{x} \geq 1$$

$$\begin{aligned} \frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = \frac{M}{(M+1)^2 \frac{Kx}{u}} & \left\{ M \left[1 + \frac{(M+1)}{M^2} K\tau - e^{-[(M+1)/M]K\tau} \right] - e^{-Kx/u} \left[M e^{-[(M+1)/M]K\tau^*} \right. \right. \\ & \times \psi_4 \left(\frac{1}{M} \frac{Kx}{u}, K\tau^* \right) + \left(\frac{M+1}{M} K\tau^* + 2M+1 \right) \psi_2^{**} \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) - (M+1) \psi_5 \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) \left. \right\} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta_2(x, \tau)}{\theta_2(x, \infty)} = \frac{M}{(M+1)^2 \frac{Kx}{u}} & \left\{ -1 + \frac{(M+1)}{M} K\tau + e^{-[(M+1)/M]K\tau} - e^{-Kx/u} \left[\left(M + \frac{M+1}{M} K\tau^* \right) \right. \right. \\ & \times \psi_2^{**} \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) - e^{-[(M+1)/M]K\tau^*} \psi_4 \left(\frac{1}{M} \frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) - (M+1) \psi_5 \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau^*}{M} \right) \left. \right\} \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

(25), (27) 式と (6), (8) 式はそれぞれ等しいから外乱 c の管壁温度と外乱 a の流体温度は同じ動特性を持つ。第 9 図は (24), (26) 式の図示である。\$\tau u/x = 0\$ における応答の変化速度は流体や管壁の熱容量に関係なく 1 である。管壁と流体との熱容量比が非常に小さいとき流体温度の応答変化速度は \$\tau u/x = 0\$ から 1 まで一様であり \$\tau u/x = 1\$ のときに定常状態となる。熱

第 9 図 外乱が平均に分布した管内を流れる流体自身の熱発生である場合。流体温度のインディシャル応答

初期条件は \$t_2(x, 0) = 0\$, 境界条件は \$t_2(0, \tau) = 0\$ である。\$t(x, \tau) = t_1(x) + t_2(x, \tau)\$, \$\theta(x, \tau) = \theta_1(x) + \theta_2(x, \tau)\$ を (20), (21) 式に代入して動特性を表わす方程式 (22), (23) 式を求めた。

$$\frac{1}{K} \frac{\partial t_2}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t_2}{\partial x} = \frac{d_i \theta}{4\alpha} - (t_2 - \theta_2) \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{1}{K_w} \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = t_2 - \theta_2 \quad \dots\dots\dots (23)$$

(22), (23) 式をラプラス変換して a の場合と同じ方法で流体と管壁の温度のインディシャル応答を求めた。

容量比 \$M\$ が大きくなるにつれて応答の遅れが生じ、特に \$\tau u/x\$ が 1 より大きくなった時遅れが著しくなる。

d. 管壁の熱発生が一定であり流体の入口温度が外乱である場合 管壁から流体への熱伝達は流体のエンタルピー変化に等しい。ゆえに熱式は

$$\theta - t = \frac{1}{K} \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (28)$$

で表わされる。管壁の熱発生は管壁のエンタルピー変化と管壁から流体への熱伝達の和に等しい。熱式は

$$\frac{1}{K_w} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \theta - t = \frac{P_w}{(\gamma c_p)_w K_w} \quad \dots\dots\dots (29)$$

である。a の場合と同様にして動特性を表わす微分方程式

$$\frac{1}{K} \frac{\partial t_2}{\partial \tau} + \frac{u}{K} \frac{\partial t_2}{\partial x} = \theta_2 - t_2 \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\frac{1}{K_w} \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau} = t_2 - \theta_2 \quad \dots\dots\dots (31)$$

を求めた。(30), (31) 式をラプラス変換して \$\bar{t}_2(x, s)\$

第1表 ラプラス変換公式

$F(s)$	$G(\tau)$	制限
$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1-e^{-a\tau}}{a}$	$\tau > 0$
$\frac{1}{s^2(s+a)}$	$\frac{e^{-a\tau} + a\tau - 1}{a^2}$	$\tau > 0$
$\frac{e^{-(Kx/u)(K/M)} / (s+K/M)}{s + \frac{K}{M}}$	$e^{-K\tau/M} I_0 \left[2\sqrt{\frac{Kx}{u} \frac{K\tau}{M}} \right]$	$\tau > 0$
$F_1(s)F_2(s)$	$\int_0^\tau G_1(\tau-\xi)G_2(\xi)d\xi$	$\tau > 0$

第10図 管壁の熱発生が一定であり流体の入口温度が外乱である場合. 流体温度のインディシャル応答

第11図 管壁の熱発生が一定であり流体の入口温度が外乱である場合. 管壁温度のインディシャル応答

について解き境界条件 $t_2(0, \tau) = T_0$ を代入して次の結果を得た.

$$\frac{\bar{t}_2}{T_0} = \frac{1}{s} e^{-\{s[(M/K^2)s + (M+1)/M](Kx/u)\} / [1 + (M/K)s]} \quad \dots\dots\dots (32)$$

同様にして

$$\frac{\bar{\theta}_2}{T_0} = \frac{1}{s(1 + \frac{M}{K}s)} e^{-\{s[(M/K^2)s + (M+1)/M](Kx/u)\} / [1 + (M/K)s]} \quad \dots\dots\dots (33)$$

第1表のラプラス変換公式を使って (32), (33) 式をラプラス逆変換して次のインディシャル応答を得た.

$$(i) \quad 1 \geq \frac{\tau u}{x} \geq 0$$

$$\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = 0 \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$\frac{\theta_2(x, \tau)}{\theta_2(x, \infty)} = 0 \quad \dots\dots\dots (35)$$

$$(ii) \quad \frac{\tau u}{x} \geq 1$$

$$\frac{t_2(x, \tau)}{t_2(x, \infty)} = e^{-Kx/u} \left\{ e^{-K\tau*/M} I_0 \left[2\sqrt{\frac{Kx}{u} \frac{K\tau*}{M}} \right] + \psi_2^{**} \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau*}{M} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$\frac{\theta_2(x, \tau)}{\theta_2(x, \infty)} = e^{-Kx/u} \psi_2^{**} \left(\frac{Kx}{u}, \frac{K\tau*}{M} \right) \quad \dots\dots\dots (37)$$

ただし

$$t_2(x, \infty) = \theta_2(x, \infty) = T_0 \quad \dots\dots\dots (38)$$

である. 管壁と流体の温度のインディシャル応答は熱容量比 M や流体時定数の逆数 K とむだ時間 x/u との乗積に関係なくむだ時間を経過してから始まる. $M=0$ の場合両者の応答は $\tau u/x=1$ でともに1の値に達し定常状態にはいる. $M>0$ の場合 $\tau u/x=1$ において流体温度は $e^{-Kx/u}$ の値から, 管壁温度は零から応答が始まる. 前者は (36) 式に $K\tau*/u=0$ を代入して求められた. その場合 $\psi_2^{**}(Kx/u, 0)=0$ である. 第10図は (34), (36) 式, 第11図は (35), (37) 式の図示である. これからわかるように熱容量比が大きくなるほど流体と管壁の温度応答が鈍くなる.

e. 外乱が a, b, c, d を適当に組合わせた外乱である場合 線形系であるから重ね合せの法則が許される.

4. 結 言

流体と管壁の温度のインディシャル応答は管壁と流体との熱容量比, 流体の時定数の逆数とむだ時間との乗積, 時間とむだ時間との比の三つの無次元パラメータの関数である. 熱容量比が大きいくほど応答が鈍い. 外乱が平均に分布した管壁温度である場合だけ流体温度の応答は熱容量比と関係なく, 流体の時定数の逆数とむだ時間との乗積が大きくなるほど応答が速い.

5. 付 録

A. (4), (5) 式の積分 (4), (5) 式を τ についてラプラス変換して (39), (40) 式を得た。

$$\bar{\theta}_2 - \bar{t}_2 = \frac{1}{K} [s\bar{t}_2 - t_2(x, 0)] + \frac{u}{K} \frac{d\bar{t}_2}{dx} \quad (39)$$

$$-(\bar{\theta}_2 - \bar{t}_2) + \frac{\Phi_w}{(\gamma c_p)_w K_w s} = \frac{1}{K_w} [s\bar{\theta}_2 - \theta_2(x, 0)] \quad (40)$$

しかるに $t_2(x, 0) = 0$, $\theta_2(x, 0) = 0$ であるゆえ (39), (40) 式は

$$\bar{\theta}_2 - \bar{t}_2 = \frac{s}{K} \bar{t}_2 + \frac{u}{K} \frac{d\bar{t}_2}{dx} \quad (41)$$

$$-(\bar{\theta}_2 - \bar{t}_2) + \frac{\Phi_w}{(\gamma c_p)_w K_w s} = \frac{s}{K_w} \bar{\theta}_2 \quad (42)$$

となる。(41), (42) 式を $\bar{t}_2(x, s)$ について解くと

$$\frac{d\bar{t}_2}{dx} + \frac{K}{u} \left(1 + \frac{s}{K} - \frac{1}{1 + \frac{Ms}{K}} \right) \bar{t}_2 = \frac{M\Phi_w}{(\gamma c_p)_w u s \left(1 + \frac{Ms}{K} \right)} \quad (43)$$

(43) 式と境界条件 $\bar{t}_2(0, s) = 0$ から

$$\bar{t}_2(x, s) = \frac{\Phi_w}{(\gamma c_p)_w K_w s^2 \left(\frac{M+1}{M} + \frac{Ms}{K^2} \right)} [1 - e^{-(Kx/u) \{ 1 + s/K - 1/(1 + Ms/K) \}}] \quad (44)$$

あるいは

$$\begin{aligned} \frac{\bar{t}_2(x, s)}{t_2(x, \infty)} &= \frac{M}{\frac{Kx}{u} (M+1)^2} \left[-\frac{1}{s} + \frac{(M+1)K}{Ms^2} + \frac{1}{s + \frac{(M+1)K}{M}} \right] \\ &\quad - \frac{Me^{-Kx/u}}{\frac{Kx}{u} (M+1)^2} \left[\frac{K}{s} - \frac{K}{s + \frac{(M+1)K}{M}} + \frac{(M+1)K^2}{M^2 s^2} \right] e^{-sx/u} \frac{e^{[(Kx/u)(K/M)]/(s+K/M)}}{s + \frac{K}{M}} \quad (45) \end{aligned}$$

を求めた。同様にして

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\theta}_2(x, s)}{\theta_2(x, \infty)} &= \frac{K^2}{M \left(1 + \frac{Kx}{u} \right) s^2 \left(s + \frac{M+1}{M} K \right)} + \frac{K}{M \left(1 + \frac{Kx}{u} \right) s \left(s + \frac{M+1}{M} K \right)} \\ &\quad - \frac{K^3 e^{-Kx/u} e^{-xs/u} e^{[(Kx/u)(K/M)]/(s+K/M)}}{M^2 \left(1 + \frac{Kx}{u} \right) s^2 \left(s + \frac{M+1}{M} K \right) \left(s + \frac{K}{M} \right)} \quad (46) \end{aligned}$$

ただし

$$t_2(x, \infty) = \frac{\Phi_w \frac{Kx}{u}}{(\gamma c_p)_w K_w} \quad (47)$$

$$\theta_2(x, \infty) = \frac{\Phi_w \left(1 + \frac{Kx}{u} \right)}{(\gamma c_p)_w K_w} \quad (48)$$

である。(47), (48) 式は時間が無限大になったときの動特性を表わす式

$$\frac{u}{K} \frac{dt_2}{dx} = \theta_2 - t_2 \quad (49)$$

$$\text{と} \quad \theta_2 - t_2 = \frac{\Phi_w}{(\gamma c_p)_w K_w} \quad (50)$$

から求められた。第 1 表のラプラス変換公式を使って (45), (46) 両式をラプラス逆変換をすると (6)~(9) 式が得られる。

B. (22), (23) 式の積分 (22), (23) 式を τ についてラプラス変換をすると

$$\frac{1}{K} [s\bar{t}_2 - t_2(x, 0)] + \frac{u}{K} \frac{d\bar{t}_2}{dx} = \frac{d_i \Phi}{4\alpha s} - (\bar{t}_2 - \bar{\theta}_2) \quad (51)$$

$$\frac{1}{K_W} [s\bar{\theta}_2 - \theta_2(x, 0)] = \bar{t}_2 - \bar{\theta}_2 \quad (52)$$

が得られる。これに初期条件 $t_2(x, 0)=0$, $\theta_2(x, 0)=0$ を代入すると

$$\frac{s}{K} \bar{t}_2 + \frac{u}{K} \frac{d\bar{t}_2}{dx} = \frac{d_i \Phi}{4\alpha s} - (\bar{t}_2 - \bar{\theta}_2) \quad (53)$$

$$\frac{s}{K_W} \bar{\theta}_2 = \bar{t}_2 - \bar{\theta}_2 \quad (54)$$

となる。(53), (54) 両式を $\bar{t}_2(x, s)$ について解くと

$$\frac{d\bar{t}_2}{dx} + \frac{K}{u} \left(1 + \frac{s}{K} - \frac{1}{1 + \frac{Ms}{M}} \right) \bar{t}_2 = \frac{K d_i \Phi}{4u\alpha s} \quad (55)$$

が求められ、これと境界条件 $\bar{t}_2(0, s)=0$ から

$$\begin{aligned} \frac{\bar{t}_2(x, s)}{t_2(x, \infty)} = & \frac{1}{\frac{Kx}{u} \frac{M}{K^2}} \left[\frac{1}{s^2 \left(s + \frac{M+1}{M} K \right)} + \frac{M/K}{s \left(s + \frac{M+1}{M} K \right)} \right] - \frac{1}{\frac{Kx}{u} \frac{M}{K^2}} \left[\frac{K}{Ms^2 \left(s + \frac{M+1}{M} K \right)} \right. \\ & \left. + \frac{2}{s \left(s + \frac{M+1}{M} K \right)} + \frac{M}{K \left(s + \frac{M+1}{M} K \right)} \right] \frac{e^{-Kx/u} e^{-xs/u} e^{-[(Kx/u)(K/M)]/(s+K/M)}}{s + \frac{K}{M}} \quad (56) \end{aligned}$$

を得た。同様にして求められた $\bar{\theta}_2/\theta_2(x, \infty)$ は (45) 式の右側と同じである。第1表を使って (56) 式をラプラス逆変換をすると (24), (26) 式が得られる。ただし

$$t_2(x, \infty) = \theta_2(x, \infty) = \frac{d_i \Phi}{4\alpha} \frac{Kx}{u} \quad (57)$$

である。これは時間が無限大に達したときの動特性を表わす式

$$\frac{u}{K} \frac{dt_2}{dx} = \frac{d_i}{4\alpha} \Phi - (t_2 - \theta_2) \quad (58)$$

$$t_2 - \theta_2 = 0 \quad (59)$$

から求められた。

文 献

- (1) 楊, 機械学会論文集, 27-180 (昭 36-8), 1276. (2) 楊, 機械学会論文集, 27-183 (昭 36-11), 1892.
(3) J.A. Clark, et al., *Trans. ASME*, 80(1958), 612, 625; *Trans. ASME*, Ser. C, 81-4 (1959), 253.

国鉄の蒸気機関車廃車計画

国鉄は動力近代化計画にしたがい昭和50年までに蒸気機関車をなくす予定であるが、このほどその新規転用廃車計画がまとまった。

それによるとこんご昭和40年までは年間平均200両、41年以降は平均300両の割合で廃車する予定である。国鉄がいま保有している蒸気機関車は約3900両で、全機関車両数の約78%を占めている。

また、蒸気列車は電車、ディーゼル動車などを含めた全車両の50%を占めており、電気機関車列車28%、ディーゼル機関車2%、電車列車15%、ディーゼル動車列車5%にくらべ、いぜん大きな勢力を占めている。一方、蒸気機関車は昭和23年以降、新造されておらず、その後輸送増加に対する所要車、老朽廃車に対する代用車に動力近代化によってうみだされた蒸気機関車を転用することでまかなわれてきたが、

動力近代化の遅れのために早急にとりかえを望まれる老朽車がふえている状況である。

このために国鉄では、このほど新5箇年計画に基づく新規蒸気機関車転用廃車計画をまとめ、40年までは年間平均200両、41年以降は年間平均300両を廃車、昭和50年には無煙化を終えることにしている。

なお、この蒸気機関車の廃車計画の裏付けとなる電化、ディーゼル車化については次のとおり。

電化計画=昭和40年まで全面電化となるのは東北本線、常磐線、信越本線、中央本線、北陸本線、山陽本線、鹿児島本線。

ディーゼル機関車化計画=新5箇年計画では、本線用大形ディーゼル機関車150両、入替用中・小形ディーゼル機関車250両を新造増備する予定である。

(服部敏夫)