621.941-752:534.13.01

び び り 発 生 の 理 論 的 研 究*

(第 3 報, ランチェスタダンパの防振効果)

加 藤 仁**, 栗 田 肇**, 山 田 喬**

On the Theoretical Research of Chatter Vibration

(3rd Report, Design of Lanchester Damper for Prevention of Chatter)

by Shinobu KATO, Hajime KURITA, and Takashi YAMADA

Chatter vibrations occurring in machining metals are of two kinds, forced and self-excited. The existence of each chatter is a serious problem, because it is detrimental to the life of tool, on the surface finish and etc. In order to prevent such chatter, some attempt has been made recently to apply a damper to machine tool.

In this paper, the effect of Lanchester Damper for the prevention of each chatter was first examined theoretically, and the procedure of designing damper by which each chatter was effectively eliminated was discussed for any vibratory system.

Then, the above theory was ascertained experimentally on a boring quill coupling with Lanchester Dampers.

Consequently, it was made evident that the damper which was designed in optimum conditions had a conspicuous effect on the prevention of each chatter.

1. 緒 言

切削作業中にしばしば発生するびり振動を防止する一手段として、最近、工作機械（たとえば中ぐり軸・フライス盤等）にランチェスタダンパを付加する方法が試みられ、かなりの防振効果をあげているようである^{(1)~(3)}。

しかしながら、固有振動数、剛性度、減衰性等の異なる振動系に対し、びり振動の発生を最も有効に防止できるダンパを設計するための手段は、必ずしも十分明らかにされていない。また、びり振動には強制振動と自励振動とがある。これら両振動のびりは、その発生機構が全く異なるものであるから、有効なダンパを設計するための基本的な考え方もそれぞれ異なるはずである。

本文は、従来の研究結果^{(4)~(6)}に基づき、強制・自励両振動のびりに対するランチェスタダンパの防振効果をそれぞれ検討するとともに、この両振動を最も有効に防止するためのダンパを設計する手段を検討したものである。

2. 計 算 結 果

2-1 強制振動のびりに対するダンパの防振効果

工作機械の種類および切削作業条件等によっては、切削作業中強制振動のびりが発生し、切削作業の障害となる場合がしばしばある。このびりは、たとえば、主軸あるいは被削材等回転体の不つりあいによる周期的外力とか、主軸受もしくは主軸駆動歯車の精度不良に基くもの、あるいは切欠きみぞを有する被削材を切削する場合およびフライス切削作用等のいわゆる周期的外力が作用し、機械各部の固有振動と共振して発生するものである。いまこれらの周期的外力を統一して最も代表的な形におき、強制振動のびりに対する、いわゆるランチェスタダンパの防振効果を検討することにする。

第 1 図に示すような、ダンパを付加した振動系に対

第 1 図

* 昭和 35 年 4 月 3 日 第 37 期通常総会講演会および昭和 36 年 11 月 12 日 第 39 期全国大会講演会において講演、原稿受付昭和 37 年 2 月 27 日。

** 正員、名古屋大学工学部（名古屋市中種区不老町）。

する強制振動のびびりの微分方程式を, つぎのように表わす.

$$\begin{cases} M\ddot{X} + C_0\dot{X} + C(\dot{X} - \dot{x}) + K(X + a) = P_0 + P \sin \omega t \dots\dots\dots (1) \\ m\ddot{x} + C(\dot{x} - \dot{X}) = 0, \quad Ka = P_0 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

ここに $P_0 + P \sin \omega t$ は, 切削力に相当する周期的外力をいっおうこの形で表わしたものである. これら (1), (2) 両式に基いてダンパの防振効果を検討する.

(1), (2) 両式から $\dot{x}$, $\ddot{x}$ を消去すると

$$\ddot{X} + \left(\frac{C_0}{M} + \frac{C}{M} + \frac{C}{m} \right) \dot{X} + \left(\frac{K}{M} + \frac{CC_0}{Mm} \right) X = \frac{CP}{Mm} \sin \omega t + \frac{P\omega}{M} \cos \omega t \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{また, } \frac{C_0}{M} = 2n_0, \quad \frac{C}{M} = 2n, \quad \frac{K}{M} = p^2, \quad \frac{m}{M} = \mu, \quad \frac{P}{K} = \delta \dots\dots\dots (4)$$

とおき, これらを (3) 式に入れると,

$$\ddot{X} + 2\left(n_0 + n + \frac{n}{\mu}\right)\dot{X} + \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu}\right)X = \frac{2np^2\delta}{\mu} \sin \omega t + p^2\omega\delta \cos \omega t \dots\dots\dots (5)$$

n_0 , n , p , μ は振動系およびダンパの特性を表わす量である.

(5) 式の解を次のようにおき,

$$X = A \sin(\omega t + \theta) \dots\dots\dots (6)$$

これを (5) 式に入れて整理すると, 次の 2 式が得られる.

$$\left\{ A \left[\omega^3 \sin \theta - 2\omega^2 \cos \theta \left(n_0 + n + \frac{n}{\mu} \right) - \omega \sin \theta \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu} \right) + \frac{2np^2 \cos \theta}{\mu} \right] = \frac{2np^2\delta}{\mu} \right. \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \left\{ A \left[-\omega^3 \cos \theta - 2\omega^2 \sin \theta \left(n_0 + n + \frac{n}{\mu} \right) + \omega \cos \theta \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu} \right) + \frac{2np^2 \sin \theta}{\mu} \right] = p^2\omega\delta \right. \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{さらに, } \frac{\omega}{p} = g, \quad \frac{n_0}{p} = \varepsilon_0, \quad \frac{n}{p} = \varepsilon, \quad \frac{A}{\delta} = \alpha \dots\dots\dots (9)$$

とおき, これらの無次元量を (7), (8) 式に入れると,

$$\left\{ g^3 \sin \theta - 2g^2 \cos \theta \left(\varepsilon_0 + \varepsilon + \frac{\varepsilon}{\mu} \right) - g \sin \theta \left(1 + \frac{4\varepsilon_0\varepsilon}{\mu} \right) + \frac{2\varepsilon \cos \theta}{\mu} = \frac{2\varepsilon}{\mu\alpha} \right. \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \left\{ -g^3 \cos \theta - 2g^2 \sin \theta \left(\varepsilon_0 + \varepsilon + \frac{\varepsilon}{\mu} \right) + g \cos \theta \left(1 + \frac{4\varepsilon_0\varepsilon}{\mu} \right) + \frac{2\varepsilon \sin \theta}{\mu} = \frac{g}{\alpha} \right. \right\} \dots\dots\dots (11)$$

(10), (11) 両式から, A/δ すなわち, α および θ を求めることができる.

$$\left\{ \left(\frac{A}{\delta} \right)^2 = \alpha^2 = \frac{4\varepsilon^2 + \mu^2 g^2}{\{\mu g^3 - g(\mu + 4\varepsilon_0\varepsilon)\}^2 + \{2g^2(\mu\varepsilon_0 + \mu\varepsilon + \varepsilon) - 2\varepsilon\}^2} \right. \dots\dots\dots (12)$$

$$\left. \left\{ \tan \theta = \frac{2\mu^2 g^3 (\varepsilon_0 + \varepsilon) + 8\varepsilon_0\varepsilon^2 g}{(4\varepsilon^2 + \mu^2 g^2)(g^2 - 1) + 4\mu\varepsilon^2 g^2} \right. \right\} \dots\dots\dots (13)$$

上の (12) 式を用いて強制振動のびびりに対するダンパの防振効果を検討することができる. いま, 後述の実験に使用した実際の振動系 (中ぐり軸, $p = 803/\text{s}$, $\varepsilon_0 = 0.085$) に, 質量比 $\mu = 0.62$ で, 減衰率が種々異なったダンパを付加した場合について, 振幅比 α と強制振動数比 g [(9) 式参照] との関係 (12) 式を用いて数値計算した一例を第 2 図に示す.

図において, ダンパのない場合 (A 曲線, $\varepsilon = 0$ に相当) およびダンパ質量 m を振動系に固定し一体とした場合 (B 曲線, $\varepsilon = \infty$) に比し, ダンパを付加した系はいずれも共振振幅が小さく, かなりの防振効果が得られることがわかる. また図の場合には, ダンパの減衰率 $\varepsilon = 0.15$ 付近 (D 曲線) で共振振幅が最も小さく, この意味でダンパの防振効果が最も大である

第 2 図

ことが明らかである。

次にこの防振効果の最も大きい ε の値すなわち最適減衰率 ε_{opt} を(12)式から求めることにする。第 2 図にみられるように、付加したダンパ減衰率 ε の値により、共振点の位置が変化する。また質量比 μ の値によっても同様のことが考えられる。この共振点 g_p の値は、 $\partial\alpha/\partial g=0$ の条件から次のように求められる。

$$\mu^2[\{\mu g_p^3 - g_p(\mu + 4\varepsilon_0\varepsilon)\}^2 + \{2g_p^2(\mu\varepsilon_0 + \mu\varepsilon + \varepsilon) - 2\varepsilon\}^2] \\ = (\mu^2 g_p^2 + 4\varepsilon^2) [\{\mu g_p^2 - (\mu + 4\varepsilon_0\varepsilon)\} \{3\mu g_p^2 - (\mu + 4\varepsilon_0\varepsilon)\} + 8(\mu\varepsilon_0 + \mu\varepsilon + \varepsilon) \{g_p^2(\mu\varepsilon_0 + \mu\varepsilon + \varepsilon) - \varepsilon\}] \cdots (14)$$

したがって上式を(12)式に入れることにより共振振幅 α_{max} は、

$$(\alpha_{max})^2 = \frac{\mu^2}{\{\mu g_p^2 - (\mu + 4\varepsilon_0\varepsilon)\} \{3\mu g_p^2 - (\mu + 4\varepsilon_0\varepsilon)\} + 8(\mu\varepsilon_0 + \mu\varepsilon + \varepsilon) \{g_p^2(\mu\varepsilon_0 + \mu\varepsilon + \varepsilon) - \varepsilon\}} \cdots (15)$$

防振効果の最も大きい ε_{opt} の値は、(15)式を用いて $\frac{\partial\alpha_{max}}{\partial\varepsilon}=0$ の条件から近似的に次のように求められる。

$$\varepsilon_{opt} = \frac{-2\mu\varepsilon_0(1+\mu) + \sqrt{2\mu^2\{(2+\mu)^2+2\} - 4\mu^2\varepsilon_0^2\{2(2+\mu)+1\}}}{2\{(2+\mu)^2+2\}} \cdots (16)$$

上式をみると、最適減衰率 ε_{opt} の値は、振動系の減衰率 ε_0 およびダンパの質量比 μ の値に影響されることがわかる。

いま(16)式を用いて、振動系の減衰率 ε_0 の値が種々異なる場合について、質量比 μ をいろいろ変えて

第 3 図

第 4 図

最適減衰率 ε_{opt} の値を数値計算すると第 3 図のようになる。図において、 μ が大きいほど ε_{opt} が大で、また ε_0 が大きいほど ε_{opt} はわずかに小さくなることがわかる。

次に上述の最適減衰率 ε_{opt} の値をもつダンパを、振動系に付加した場合の共振振幅 α_{max} を(15)式から計算した結果を第 4 図に示す。

さらにダンパの防振効果をより明らかにする意味で、ダンパなしの場合の共振振幅に対する各 ε_{opt} をもつダンパを付加した場合の共振振幅の比を求めたものを第 5 図に示す。第 4、5 図をみると、振動系の減衰率 ε_0 の値が小さいほど、また一般に、ダンパの質量比すなわち μ が大きいほど防振効果が大きいことが明らかである。第 5 図によれば、最適のダンパを付加することによって、共振振幅はダンパを付加しない場合の 1/4~1/5 あるいはそれ以下にもなりうるということがみられ、かなり大きな防振効果が期待できることがわかる。

第 5 図

2・2 自励振動のびびりに対するダンパの防振効果

切削作業中に発生する自励振動のびびりは、その発生原因がきわめて複雑多岐にわたり、工作機械の種類、振動系の性質および切削作業条件等によって、びびりの性質およびその発生機構が異なるものである。しかしながら、土井ならびに筆者らが従来しばしば報告しているように^{(4)~(6)}、切削力の遅れがびびり発生の一主原因をなすものとする。この考え方に基いて自励振動のびびりに対するダンパの防振効果を検討することにする。しかし、以下の取扱いの基本的な考え方は一般に適用されうるものとする。

切りくず厚さの変化を生ずる方向の振動が、自励振動のびびり発生のもとをなすものである⁽⁴⁾から、この方向の振動のみについて取扱う。したがって、第1図に示したランチェスタダンパを付加した振動系に対す

る自励振動のびびりの微分方程式は、前報の結果^{(4)~(6)}を参照して次のように表わされる。

$$M\ddot{X} + C_0\dot{X} + C(\dot{X} - \dot{x}) + K(X + a) = P(d - X_h) \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$m\ddot{x} + C(\dot{x} - \dot{X}) = 0 \quad \dots\dots\dots(18)$$

ここに、 $P(d - X_h)$ は切削力を表わす。すなわち、振動中の切りくず厚さ $(d - X)$ に比例した切削力が一定時間 h だけ遅れて作用するものとした⁽⁵⁾。

ただし

$$Ka = Pd \quad \dots\dots\dots(19)$$

(17), (18)両式から $\dot{x}$ を消去し、(4), (19)の関係および

$$\frac{P}{M} = \lambda$$

を用いると

$$\ddot{X} + 2\left(n_0 + n + \frac{n}{\mu}\right)\dot{X} + \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu}\right)X + \frac{2np^2}{\mu}X + \lambda\dot{X}_h + \frac{2n\lambda}{\mu}X_h = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

この λ は切削条件に関係した量である。(20)式の解を

$$X = Ae^{Zt}, \quad Z = \alpha + j\omega, \quad j = \sqrt{-1} \quad \dots\dots\dots(21)$$

とおき、これらを(20)式に入れ実虚部にわけると、

$$\begin{cases} (\alpha^3 - 3\alpha\omega^2) + 2\left(n_0 + n + \frac{n}{\mu}\right)(\alpha^2 - \omega^2) + \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu}\right)\alpha + \frac{2np^2}{\mu} \\ + \lambda e^{-\alpha h}(\alpha \cos \omega h + \omega \sin \omega h) + \frac{2n\lambda}{\mu}e^{-\alpha h} \cos \omega h = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\begin{cases} (3\alpha^2\omega - \omega^3) + 4\left(n_0 + n + \frac{n}{\mu}\right)\alpha\omega + \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu}\right)\omega \\ + \lambda e^{-\alpha h}(\omega \cos \omega h - \alpha \sin \omega h) + \frac{2n\lambda}{\mu}e^{-\alpha h} \sin \omega h = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(23)$$

(22), (23)両式において、 $\alpha = 0$ とすると、

$$\begin{cases} -2\left(n_0 + n + \frac{n}{\mu}\right)\omega^2 + \frac{2np^2}{\mu} + \lambda\omega \sin \omega h + \frac{2n\lambda}{\mu} \cos \omega h = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$\begin{cases} -\omega^3 + \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu}\right)\omega + \lambda\omega \cos \omega h - \frac{2n\lambda}{\mu} \sin \omega h = 0 \end{cases} \quad \dots\dots\dots(25)$$

いま、 n_0, p, n, μ, h は振動系あるいはダンパの性質に関係した量であるから決まった値と考え、(24), (25)両式から $\alpha = 0$ となるための λ の値すなわち λ_d と振動数 ω_d が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_d &= \lambda(n_0, p, n, \mu, h) \\ \omega_d &= \omega(n_0, p, n, \mu, h) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(26)$$

すなわち、 $\lambda = \lambda_d$ をみたす切削条件のとき $\alpha = 0$ となり、振動系は ω_d の振動数で定常振動を行なう。もし、 λ の値が λ_d から $\Delta\lambda$ だけ増減し、

$$\lambda = \lambda_d \longrightarrow \lambda = \lambda_d + \Delta\lambda$$

となれば、 $\alpha \neq 0$ となり、 Z の値も

$$Z = j\omega_d \longrightarrow Z = j\omega_d + \Delta Z, \quad (\Delta Z = \Delta\alpha + j\Delta\omega)$$

となる。この λ, Z の値を(22), (23)両式に入れて、 $\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\lambda$ の二次以上の高次の項を省略して計算すると、

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda} = \frac{\left(\omega_d^2 + \frac{4n^2}{\mu^2}\right)\{\lambda_d^2 h + 2n_0(\omega_d^2 + p^2)\}}{\lambda_d(\xi^2 + \eta^2)} \quad \dots\dots\dots(27)$$

ただし

$$\begin{cases} \xi = 3\omega_d^2 - \left(p^2 + \frac{4n_0n}{\mu}\right) - \lambda_d \cos \phi_d + \lambda_d \phi_d \sin \phi_d + \frac{2n\lambda_d h}{\mu} \cos \phi_d \\ \eta = 4\omega_d \left(n_0 + n + \frac{n}{\mu}\right) - \lambda_d \phi_d \cos \phi_d - \lambda_d \sin \phi_d + \frac{2n\lambda_d h}{\mu} \sin \phi_d \\ \phi_d = \omega_d h \end{cases}$$

(27)式の右辺は常に正であるから、 $\Delta\lambda$, $\Delta\alpha$ は常に同符号をとる。すなわち $\Delta\lambda \leq 0$ に対し、 $\Delta\alpha \leq 0$ となる。しかし $\Delta\lambda = 0$ (すなわち $\lambda = \lambda_d$) のとき $\alpha = 0$ であるから、 $\Delta\lambda \leq 0$ に対し $\alpha \leq 0$ となる。したがって (20)式で表わされる振動系の発振条件すなわち $\alpha \geq 0$ の条件は次のように表わされる。

$$\Delta\lambda \geq 0 \quad \text{あるいは} \quad \lambda \geq \lambda_d \quad \dots\dots\dots (28)$$

すなわち、 λ の値がある臨界値 λ_d より大きい値をとるような切削条件のとき自励振動のびびりが発生することがわかる。この臨界値 λ_d は(26)式にみられるように、振動系の性質およびダンパの特性によってきまるものである。このびびり振動の発生を防止するためには、この λ_d の値をできるだけ大きくすべきである。

次に(24), (25)両式から λ_d の値を計算する。いま、

$$\frac{n_0}{p} = \varepsilon_0, \quad \frac{n}{p} = \varepsilon, \quad \frac{\lambda}{p^2} = \frac{P}{K} = S, \quad \frac{\omega}{p} = r, \quad \frac{m}{M} = \mu \quad \dots\dots\dots (29)$$

とすると、 ε_0 , ε , S , r , μ はすべて無次元の量である。 λ_d を求めることは S_d すなわち $S_d = \lambda_d/p^2$ を求めることに外ならない。また近似的に、

$$\left. \begin{aligned} \sin \omega h &= \sin \{ph + (\omega - p)h\} \approx \omega h \cos ph = r\phi_0 \cos \phi_0 \\ \cos \omega h &\approx 1 - \omega h \sin ph = 1 - r\phi_0 \sin \phi_0 \\ \phi_0 &= ph \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

とおいてさしつかえない。(29), (30)の關係を用いると、

$$\mu^2 q S^2 + \{\mu^2 q + 4\varepsilon q(\varepsilon + \mu\varepsilon + 2\mu\varepsilon_0) - 2\mu^2(\varepsilon + \varepsilon_0)\} S - 2\{\mu^2(\varepsilon + \varepsilon_0) + 4\varepsilon\varepsilon_0(\varepsilon + \mu\varepsilon + \mu\varepsilon_0)\} = 0 \quad \dots\dots\dots (31)$$

ただし、

$$q = \phi_0 \cos \phi_0, \quad \phi_0 = ph \quad \dots\dots\dots (32)$$

(31)式から S_d を求めると、

$$S_d = \frac{\lambda_d^2}{p^2} = \frac{1}{2\mu^2 q} \left[2\mu^2(\varepsilon + \varepsilon_0) - 4\varepsilon q(\varepsilon + \mu\varepsilon + 2\mu\varepsilon_0) - \mu^2 q \right. \\ \left. + \sqrt{\{2\mu^2(\varepsilon + \varepsilon_0) + 4\varepsilon q(\varepsilon + \mu\varepsilon + 2\mu\varepsilon_0) + \mu^2 q\}^2 - 32\mu^2 q \varepsilon \{\mu\varepsilon_0^2 + \varepsilon(\varepsilon + \mu\varepsilon + 2\mu\varepsilon_0)\}} \right] \quad \dots\dots\dots (33)$$

(33)式において、 $\varepsilon = 0$ とすると $S_d = 2\varepsilon_0/q$ となり、ダンパを付加しない振動系固有の臨界値 S_1 と一致する。すなわち、すでに報告したように⁽⁴⁾, S_1 あるい

は λ_1 の値は次のように求められる。

$$S_1 = \frac{\lambda_1}{p^2} = \frac{2n_0\omega_1}{p^2 \sin \omega_1 h} \approx \frac{2\varepsilon_0}{\phi_0 \cos \phi_0} = \frac{2\varepsilon_0}{q} \quad \dots\dots\dots (34)$$

したがって(24), (25)式は一般性ある妥当な結果と考えられる。

まず、自励振動のびびり発生についての臨界値を表わす S_d の値を、後述の実験に用いた実際の振動系 $q = 0.36$ (中ぐり軸 $p = 803/s$, $h = 0.0005s$), $\varepsilon_0 = 0.085$ について、(33)式から数値計算した一例を第6図に示す。

図において、 S の値が各曲線の上側の値をとるような切削条件のとき各振動系は発振する。また図から、質量比 μ の大きいダンパを付加した振動系ほど S_d が大きく、したがって防振効果が大きいことがわかる。またそれぞれの μ に対し S_d を最大ならしめる ε の値が存在することがわかる。

したがって、ダンパを設計する場合には、 S_d を最大 (S_{max}) ならしめるような、ダンパの減衰率 ε の値、

第 6 図

の軸方向のすきまは、便宜上 0.03~0.05 mm に一定とした。

これらのダンパ質量を実験に用い、中ぐり軸の自由振動を測定した一例が第 10 図である。図は上から、(1)ダンパなし、(2)、(3)、(4)はそれぞれすきまの大きさが 0.17, 0.335, 0.505 mm のダンパを用いた場合のものである。

これらの測定結果より、ダンパの減衰性を表わす ε の値を求めたものを第 11 図に示す。図において、曲線 A はダンパのすきまが空気層の場合、曲線 A₀ はス

第 1 表

	振 動 系 A	振 動 系 A'
K kg/mm	240	240
Mg kg	3.42	5.38
P /s	803	661
ε_0	0.085	0.087
mg kg	2.12	2.12
μ	0.62	0.40
ε_{opt}	0.15	0.10
ε_{opt}'	0.390	0.264
S_1	0.472	0.580
S_{max}	1.432	1.331

第 10 図

第 11 図

ピンドル油の場合である。なお曲線 A' は、質量比 μ の異なった振動系について実験するため、中ぐり軸先端に荷重を付加し、第 1 表に示すように振動系の質量 M を増し、質量比 μ を 0.62 から 0.4 と減じたもので、すきまは空気層の場合である。第 11 図をみると、ダンパの減衰性はすきま C の大きさおよびすきま層の物質によって大きな影響をうけることがわかる。すなわち、(1)最も減衰性の大きい最適すきまがあること、(2)一般に質量比 μ の値が大きいほど、ダンパの減衰性が大きいこと、(3)振動系の特性によっては必ずしも断定できないが、一般にすきまが空気層の場合のほうがダンパの減衰性が大きいこと、(4)質量比 μ が大きいほど最適すきまが大きい傾向にあること等がわかる。

なお中ぐり軸の寸法を変えた別の振動系について、同様実験した結果も上述と全く同様であった。

つぎに、これらのダンパを用い、前述の計算結果を実験によって確かめた。

3.2 強制振動のびびりについて

第 9 図右に示すような、切欠きみぞを有する軟鋼被削材を、同図左に示す中ぐり軸先端 P に取付け、片刃バイトにより外周切削した。中ぐり軸の回転数を変えることにより、切欠きの作用数すなわち強制外力の周期を変化させた。

ダンパなしの場合および種々のダンパを付加した場合について、切欠きの作用数を種々に変えて切削し、中ぐり軸の上下振動を測定することによってダンパの防振効果を検討した。

第 2 表

ダンパ No.	C mm
A 0	—
A 1	0.085
A 2	0.170
A 3	0.255
A 4	0.335
A 5	0.410
A 6	0.505

いま、この上下振動を光学的に測定⁽⁶⁾した一例を第 12 図に示す。

図において、(1)はダンパなしの場合で、強制外力が 91/s の場

第 12 図

合の上下振幅を示す。また(2), (3), (4)は, 第10図(3)に示すダンパ($\epsilon=0.17$)を用いた場合の測定結果で, 強制外力はそれぞれ65, 91, 129/sの場合である。この振動系に対する ϵ_{opt} の値を(16)式から計算すると $\epsilon_{opt}=0.15$ となる。したがってこの実験に用いたダンパは最適のものといえてよく($\epsilon \approx \epsilon_{opt}$), 大きな防振効果が期待される。

第13図は, 第12図などの測定結果をまとめたものである。図において, ○印はダンパなしの場合, ●印はダンパ($\epsilon=0.17$)を用いた場合の測定結果である。これに対し曲線B, Dは, 比較検討のために(12)式から求めた計算結果であり, 第2図のB, D曲線に相当するものである。第13図をみると, 実験結果は計算結果とほぼ一致した傾向を示すことがわかる。また, ダンパなしの場合の共振振幅は, ダンパを付加した場合のそれに比し2~2.5倍であり, このダンパの防振効果はかなり大きいことがわかる。

3.3 自励振動のびびりについて 次に, 自励振動のびびりに対するダンパの防振効果を実験によって検討した。前実験同様, 第9図の中ぐり軸先端に軟鋼製円板を取付け, この円板を片刃バイトにより横送りで切削した。このとき発生する中ぐり軸の上下振動を測

第13図

第14図

定した一例を第14図に示す。図は空気層のすきまが0.335 mmのダンパ($\epsilon=0.204$)を付加したA4振動系(第2表参照)の場合である。図は上より, 円板の幅すなわち切削幅がそれぞれ2.4, 3, 4, 5 mmのものである。この場合には切削幅が3~4 mmの間でびびり振動を発生することがわかる。

ダンパなしの場合および種々のダンパを付加した場合について, 同様の測定を行なって得られた結果をまとめたものを第15図に示す。図中の曲線A0はダンパなしの場合である。また曲線A1, A2, A3, A4は, 空気層のすきまがそれぞれ0.085, 0.17, 0.255, 0.335 mmのダンパを付加した場合のもので, 各ダンパの ϵ の値はそれぞれ0.035, 0.107, 0.171, 0.204である(第2表および第11図参照)。

図において, 各曲線とも, 切削幅が大きくなると急にびびりを発生するが, ϵ の大きいダンパを付加した場合ほどびびりを発生し難く, ダンパの防振効果はかなり大きいことがわかる。

いま第15図から, びびりを発生する限界の切削幅を求め, これを $S(S=P/K, P=bk_s, k_s$: 比切削抵抗)に換算した結果を第16図●印で示す。また, ○印はA'振動系について全く同様の実験を行なって得られ

第15図

第16図

第 17 図

た結果である。これに対し、曲線 A, A' はそれぞれ振動系 A, A' に対する自励振動のびびり発生 の臨界値 S_d を(33)式から計算した結果であり、これは第 6 図の各曲線に相当するものである。図をみると、A, A' 両振動系の場合とも実験結果は計算結果とよく一致した傾向を示している。また、図中に示した S_1 の値(第 1 表参照)を参照すれば、この実験に用いたダンパは、自励振動に対してもかなり大きな防振効果をもつことがわかる。しかしながら、この A, A' 両振動系について、自励振動のびびりに対する ε_{opt}' を(35)式から求めると、振動系 A に対し、 $\varepsilon_{opt}'=0.39$, A' に対し $\varepsilon_{opt}'=0.26$ である(第 1 表)。したがって上述の実験に用いたダンパは、いずれも $\varepsilon < \varepsilon_{opt}'$ のものである。さらに減衰性の大きいダンパを用いることによって、より大きな防振効果が期待できる。

4. 強制・自励両振動のびびりに対する防振効果の比較

以上によって、適当に設計されたランチェスタ形ダンパは、強制・自励両振動のびびりに対してかなり大きな防振効果をもつことが明らかにされた。しかしながら、最も大きな防振効果が期待される、いわゆるダンパの最適減衰値 ε_{opt} (強制振動) および ε_{opt}' (自励振動) の値は、防振の対称となる振動系の性質によってはかなり大きな差を生ずる場合が考えられる。たとえばこの実験に用いた第 9 図の振動系 A に対する ε_{opt} , ε_{opt}' の値は、それぞれ 0.15 および 0.39 である。このように一般には $\varepsilon_{opt} < \varepsilon_{opt}'$ の場合が多い。したがって、強制あるいは自励個々の振動に対する防振を目的とする場合は別として、両振動が共存する場合の防振を目的としてダンパを付加する場合には、切削作業条件あるいは両振動の切削作業に対する障害の程度等を考慮しつつ、 ε_{opt} と ε_{opt}' との間の適当な値

の減衰率をもったダンパを選択することになる。

このように、やむを得ず ε_{opt} あるいは ε_{opt}' からかなりずれた減衰値 ε をもつダンパを付加した場合、その防振効果がどの程度減少するかを求めた一例を第 17 図に示す。図は強制振動に対するもので、 ε の値が ε_{opt} に達するまでは共振振幅 α_{max} は急激に減少し、 ε_{opt} において α_{max} は最小となり防振効果が最大である。 ε が ε_{opt} より大きくなると、 α_{max} は再び増大し防振効果は減少するが、 α_{max} の増加はきわめてわずかである。ダンパの質量比 μ が大きい場合ほど、この α_{max} の増加の傾向が著しく少ないことがみられる。この意味においても、 μ の大きいダンパを用いることが望ましい。この傾向は、強制・自励両振動の防振を目的として ε_{opt} と ε_{opt}' との間の適当な値の減衰率を選ぶ際に、一般に $\varepsilon_{opt} < \varepsilon_{opt}'$ であることを考えるときわめて都合なことと考えられる。

次に自励振動に対して第 6 図についてみると、 ε の値が ε_{opt}' に達するまでは、びびり発生 の臨界切削条件を表わす S_d の値がしだいに増加し、 ε_{opt}' において S_d は最大となり最大防振効果が得られる。この ε_{opt}' 付近における S_d の変化率 $dS_d/d\varepsilon$ は一般にきわめて小さく(第 6 図の横軸の ε は、第 17 図のその約 3.3 倍である)。第 6 図にみるように μ の大きい場合ほどこの傾向が著しい。この点も、強制・自励両振動の防振を目的とする場合には、きわめて都合なことである。

5. む す び

強制・自励両振動のびびりに対するランチェスタダンパの防振効果をそれぞれ理論的に検討し、両振動に対し最も防振効果の大きいダンパを付加するために考慮すべき諸点を明らかにした。

さらに、この結果を実験によって確かめるとともに、最適に設計されたランチェスタダンパが強制・自励両振動に対してもかなり大きな防振効果をもつことを明らかにした。

本研究遂行に当り、御懇切な御教示を賜った名古屋大学 土井静雄教授に深謝する。なお、この研究は一部文部省科学研究費の援助によるものである。

文 献

- (1) R.S. Hahn, *Trans. ASME*, **73**-3 (1951-4), 331.
- (2) C.L. David, *Machinery (E)*, **93**-2385 (1958-7), 243.
- (3) 土井・栗田, 機械学会論文集, **26**-172 (昭 35-12), 1740.
- (4) 土井・加藤, 機械学会論文集, **21**-102 (昭 30-2), 110.
- (5) 土井・加藤, 機械学会論文集, **21**-110 (昭 30-10), 727.
- (6) 加藤, 機械学会論文集, **24**-138 (昭 33-2), 115.