621.8.031.6 : 621-822

直動形油圧駆動機構におけるスティックスリップ*

松 崎 淳**, 橋 本 誠 也**

Theoretical and Experimental Analysis of Stick-Slip
in Hydraulic Driving Mechanism

by Atsushi MATSUZAKI and Seiya HASHIMOTO

Stick-slip is sometimes observed in the sliding surfaces of machine tool. In this paper the characteristic of 4-way valve, the equation of continuity for oil flow and the equation of motion for the sliding element are described. Stick-slip is analysed quantitatively under the assumptions that the characteristic of 4-way valve is linear and the friction is composed of static friction, coulomb friction and viscous friction. An experimental verification of the theoretical analyses is shown, using a model table which is same size of the table of no. 2 $1/2$ milling machine. It has become apparent that friction-velocity relation and oil compressibility are two major factors for the growth of stick-slip. It is shown that the motion of table in stick-slip can be described by 4-way valve pressure-flow characteristic, friction-velocity relation, oil compressibility and the sizes of the hydraulic driving elements.

1. 緒 言

工作機械などすべり面を有するテーブルを低速で駆動する場合、ときたまスティックスリップの発生が問題となる。工作機械ではスティックスリップの発生は加工物の精度を低下するばかりでなく、カッタの摩耗を増大し、さらに機械本体の精度をも劣化させる。また自動工作機械など駆動系がサーボで構成されている場合には、スティックスリップの発生はサーボ系の安定性をも乱すおそれがあり、その発生は極力さけるべきである。さらに油圧駆動機構では機械駆動に比べて剛性が低いいためスティックスリップが発生しやすい。

スティックスリップの現象はテーブルすべり面の摩擦特性と密接な関係があり、従来より定性的説明はなされているが、解析された例は少ない。特に油圧駆動機構においてその構成要素の特性をもととしてスティックスリップを解析したものはほとんどみあたらない。

本報告では四方弁を用いた直動形油圧駆動テーブルのスティックスリップについて、四方弁の特性、可動部分の摩擦特性、作動油の圧縮率および油圧回路の各部分寸法をもととして理論解析した。

また $2\frac{1}{2}$ フライス盤のテーブルと同大のモデルテ

ーブルを製作し、スティックスリップ発生中のテーブルの運動を測定し、理論解析結果と一致することを確かめた。

2. 記 号

本報で使用するおもな記号は次のとおりである。

A_p : ピストン有効断面積 cm^2

A_f : 配管の断面積 cm^2

$b = b_s + b_T$

b_s : 配管中の油の等価粘性係数 kg s/cm

b_T : 可動部分の粘性係数 kg s/cm

$c = \frac{1}{2} \left(k_s + \frac{V_i}{\beta} \right)$

F_s : 可動部分の静摩擦力 kg

F_d : 可動部分のクーロン摩擦力 kg

$f_N(v) = f_T(v) + b_s v$

$f_T(v)$: 可動部分の摩擦力 kg

g : 重力加速度 cm/s^2

i : サーボ弁の入力電流 mA

$k_i = \frac{\partial q_m}{\partial i}$: サーボ弁の流量利得 $\text{cm}^3/\text{s mA}$

$k_x = \frac{\partial q_m}{\partial x}$: 四方弁の流量利得 cm^2/s

$k_p = -\frac{\partial q_m}{\partial p_m}$: サーボ弁あるいは四方弁の出力圧力

差の単位圧力変化に対する出力流量の減少量
 $\text{cm}^3/\text{s kg}$

* 昭和 37 年 4 月 4 日 第 39 期通常総会講演会において論文講演として講演，原稿受付 昭和 36 年 11 月 29 日。

** 正員，日立製作所中央研究所（東京都北多摩郡国分寺町恋ヶ窪 280）。

k_e, k_{ea}, k_{eb} : 単位内圧に対するシリンダおよび配管の容積膨張 cm^3/kg

l : 配管の長さ cm

$m = m_e + m_T$

m_e : 配管中の油の等価質量 $\text{kg s}^2/\text{cm}$

m_T : 可動部分の質量 $\text{kg s}^2/\text{cm}$

p_m : 四方弁の出口の圧力差 kg/cm^2

p_S : 供給油圧 kg/cm^2

p_a, p_b : 四方弁の出口の油圧 kg/cm^2

p_{pa}, p_{pb} : シリンダ内の油圧 kg/cm^2

q_m, q_a, q_b : 四方弁出口の流量 cm^3/s

R, R_a, R_b : 配管の抵抗係数 $\text{kg s}/\text{cm}^5$

t : 時間 s

v : テーブル速度 cm/s

V_i : ピストンが中央にあるときのシリンダおよび配管中の容積 cm^3

V_a, V_b : シリンダおよび配管内の容積 cm^3

x : スプール位置 cm

y : テーブル変位 cm

β : 油の体積弾性係数 kg/cm^2

ρ, ρ_a, ρ_b : 油の密度 $\text{kg s}^2/\text{cm}^4$

μ : 油の粘度 $\text{kg s}/\text{cm}^2$

(注) 上の記号中 添字 a は高压側, 添字 b は低压側を表わす。

3. スティックスリップ

スティックスリップは駆動系および負荷の特性に起因するもので、いま最も簡単な場合として第1図のごとく平面上に置かれた物体 W をばねによって一定速度 u_i で引張る場合を考える。ここですべり面に働く摩擦力と物体 W の速度との関係を第2図のように仮定する。このとき、ばねの一端を引張る速度がある値

第 1 図

第 2 図

より小さいときにはスティックスリップが発生し、ばねの駆動点の変位を r 、物体 W の変位を y とすれば、諸量の変化状態は第3図に示すとおりである。すなわち、ばねの一端を引張り始めてから、ばね力が静摩擦力に等しくなるまで物体 W は静止している。この間ばね力は時間に比例して増加し静摩擦力に等しくなったとき、物体 W はすべり始める。物体 W の運動中摩擦力は $(by + F_d)$ で与えられ、物体 W は次式で規定される運動を行なう。

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + F_d = k(r - y) = ku_i t - ky \dots\dots\dots (1)$$

ここで再び $\dot{y} = 0$ となり得る場合には時間 t_2 で物体 W はいったん停止し、ばね力が静摩擦力に打勝つまで静止の状態を保つ。この間ばね力は時間に比例して増加し、再び上記の過程を繰り返す。かくして駆動速度 u_i は一定であるにもかかわらず物体 W は第3図(c)に示される階段状の運動、すなわちスティックスリップが発生する。一方(1)式で、再び $\dot{y} = 0$ となり得ない場合、すなわち $\dot{y}_{\min} > 0$ なる場合には物体 W の速度 $\dot{y}$ は駆動速度 u_i に近づきスティックスリップは発生しない。

上の例では物体をばねを介して駆動する場合を考えただが、これは工作機械を機械的に駆動する場合に相当する。すなわち機械的駆動系の弾性部分をばねに置換えれば、第1図と等価になる。ここで駆動系を完全剛体と考えれば、常に $r = y$ でスティックスリップは発生しない。

油圧駆動の場合には、負荷の摩擦特性と駆動系の剛性のほかに流量制御弁などの特性も関係してくるため問題はさらに複雑である。油圧駆動の場合でも油を非圧縮性流体、シリンダおよび配管は内圧により膨張し

(a) 駆動点の変位, (b) ばねの伸び, (c) 物体 W の変位, (d) 物体 W の速度

第 3 図

ないとすれば、スティックスリップは発生しない。一般に機械系の剛性に比べて油は圧縮しやすく、直動形油圧機構ではスティックスリップは発生されやすい。

4. 油圧駆動系の構成

工作機械の油圧駆動回路としては一般に第4図に示すものが多く用いられており、本報では第4図の直動形油圧駆動テーブルについて解析する。油はフィルタを通して電動機に直結したポンプにより吸上げられ、圧力調整弁により吐出圧力は一定値に制御され、流量制御弁に導かれる。供給側およびもどり側の配管その他の圧力降下は供給油圧に比べて十分小さいのが普通であり、本報では流量制御弁に供給される油圧は圧力調整弁の設定値に等しく常に一定で、もどり側の圧力は大気圧に等しいものとする。また流量制御弁は多くの場合四方弁あるいはサーボ弁が用いられるので、以下においてもそれらを対象とする。

4.1 四方弁の特性式 四方弁の特性は従来流量特性すなわち負荷一定（多くの場合無負荷）におけるスプール変位と出力流量（シリンダへ供給される流量）との関係で表わしていたが、工作機械のように負荷の大きい油圧駆動系では、無負荷時の流量特性のみで解析するのは十分でない。したがって、負荷にかかる有効圧力差すなわち四方弁の出力圧力差と出力流量との相互作用をも考慮した圧力流量特性で表現するのが適当である。圧力流量特性とは次式で示されるように、スプール変位 x 、出力流量 q_m および出力圧力差 p_m の関係を示すものである。

$$q_m = q_m(x, p_m) \quad (2)$$

また四方弁の零重合、負重合のときの圧力流量特性を第5図に示す⁽¹⁾。さらに x 、 p_m の変化の小さい範囲では、

$$q_m = k_x x - k_p p_m \quad (3)$$

第4図 油圧駆動回路

ここに

$$k_x = \frac{\partial q_m(x, p_m)}{\partial x} \quad k_p = -\frac{\partial q_m(x, p_m)}{\partial p_m} \quad (4)$$

で近似される。正重合四方弁はスプール変位の小さい範囲で不感帯を生ずるため、一般に負重合四方弁が多く用いられる。また零重合に近く作られた場合でもスプールとスリーブ間のもれなどのために負重合的特性を示しやすく、(3)式の近似は第5図からも明らかにように実用上かなりの範囲で使用できる。特にスティックスリップが発生するようなテーブル速度のおそい範囲、すなわち x 、 q_m の小さい範囲では良い近似を与える。

以上は流量制御弁として四方弁を直接用いたときであるが、サーボ弁が使用されることも多い。サーボ弁も実際に流量を制御する部分は四方弁である。ただサーボ弁ではスプール変位 x を直接入力とせず、入力はい電流値 i で与えられ、その特性は

$$q_m = q_m(i, p_m) \quad (5)$$

$$\approx k_i i - k_p p_m \quad (6)$$

と表わされる。以下流量制御弁として四方弁を用いるとして解析を行なうが、サーボ弁を用いる場合には記号 x を i に、 k_x を k_i に置換えればよい。また(3)式および(6)式中の k_x 、 k_i および k_p の値は四方弁あるいはサーボ弁の圧力流量特性より求めれば、その内部構造および寸法を知る必要はない。

4.2 シリンダ内に流入する油の連続の式 前にも述べたとおり駆動系が完全に剛体であれば摩擦特性のいかにかわらずスティックスリップは発生せず、スティックスリップの解析には駆動系の剛性が問題となる。ピストンシリンダを用いた直動形油圧駆動機構では、この駆動系の剛性としてはシリンダ内の油

第5図 圧力流量特性

の圧縮性、およびピストンとテーブルとの結合部の弾性が考えられるが、一般に前者のほうが後者よりはるかに大きい。したがって本報ではピストンとテーブルは剛的に結合されているものとし、油は圧縮性流体として扱う。また油の圧縮性を考慮するとき正確には分布定数系として扱うべきであるが、スティックスリップの繰返し数に比べて油中の圧力伝ば速度はきわめて大きいので、四方弁の絞りであるポートより先の配管およびシリンダ内の圧力は一定と考えれば、第4図で高压側、低压側のおおのについての連続の式⁽²⁾は

$$q_a = \left(k_{ea} + \frac{V_a}{\beta} \right) \frac{dp_a}{dt} + A_p v \quad \cdots \cdots (7)$$

$$q_b = - \left(k_{eb} + \frac{V_b}{\beta} \right) \frac{dp_b}{dt} + A_p v \quad \cdots \cdots (8)$$

となる。ここで V_a 、 V_b はピストンの位置によって変るものであるが、ピストンが中央付近にある場合には近似的に両者は等しく、油圧駆動部の構造が左右対称ならば k_{ea} 、 k_{eb} もほぼ等しくなる。また第4図でA-A面よりの流入量 q_a とB-B面よりの流出量 q_b も近似的には等しく、次式が成立するものと仮定する。

$$V_a \doteq V_b \doteq V_i, \quad q_a \doteq q_b \doteq q_m, \quad k_{ea} \doteq k_{eb} \doteq k_e \quad \cdots (9)$$

さらに

$$p_m = p_a - p_b \quad \cdots \cdots (10)$$

と置けば、(7)式および(8)式は

$$q_m = A_p v + c \frac{dp_m}{dt} \quad \cdots \cdots (11)$$

ここに

$$c = \frac{1}{2} \left(k_e + \frac{V_i}{\beta} \right) \quad \cdots \cdots (12)$$

となる。これは油の圧縮性を考慮したシリンダに流入する油の連続の式であり、式中の p_m および q_m は四方弁の出力圧力差および出力流量に一致する。

4.3 可動部分の運動方程式 一般に作動油の質量および配管中の粘性抵抗は可動部分の質量およびしゅう動面の粘性抵抗に比べて小さいが、配管系統の長い場合にはそれらも考慮する必要がある。いま第4図について仮定(9)式のもとに考えれば、可動部分の運動方程式⁽³⁾は

$$\left[m_T + 2(\rho l A_f) \frac{A_p^2}{A_f^2} \right] \frac{dv}{dt} + f_T(v) + 2RA_p^2 v = A_p(p_a - p_b) \quad \cdots \cdots (13)$$

ここに配管の流れが層流の場合には

$$R = \frac{8\pi\mu l}{A_f^2} \quad \cdots \cdots (14)$$

である。これより配管の粘性抵抗および油の質量は次式により可動部分の等価粘性係数 b_e および等価質量

m_e に変換し得る。すなわち

$$m_e = 2(\rho l A_f) \frac{A_p^2}{A_f^2}, \quad b_e = 2RA_p^2 \quad \cdots \cdots (15)$$

それゆえ等価粘性抵抗および等価質量を加算した質量 m および摩擦抵抗 $f_N(v)$ を用いれば、可動部分の運動方程式(13)式は(10)式を考慮して

$$m \frac{dv}{dt} + f_N(v) = A_p p_m \quad \cdots \cdots (16)$$

ここに

$$m = m_T + m_e, \quad f_N(v) = f_T(v) + b_e v \quad \cdots \cdots (17)$$

と表わされる。

5. スティックスリップの解析

5.1 一般の場合 いま最も一般的な場合として、四方弁の特性は(2)式、シリンダ内に流入する油の連続の式は(11)式、可動部分の運動方程式として(16)式が成立する場合を考える。これらの式を整理すれば

I) $v=0$ の場合

$$\frac{dp_m}{dt} = \frac{1}{c} q_m(x, p_m) \quad \cdots \cdots (18)$$

II) $v \neq 0$ の場合

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{f_N(v)}{m} + \frac{A_p p_m}{m} \quad \cdots \cdots (19)$$

$$\frac{dp_m}{dt} = \frac{1}{c} q_m(x, p_m) - \frac{A_p v}{c} \quad \cdots \cdots (20)$$

となる。上記のように直動形油圧駆動系のテーブルの応答は非線形連立一次微分方程式で表わされるため、 v 、 p_m を2軸とする位相面で解析するのが便利である。いま四方弁のスプールが中立点 $x=0$ からある位置 x_0 に急に動いた場合を考えれば位相面軌跡は第6図のようになる。すなわちピストンにかかる油圧が可動部分の静摩擦力に打勝つまでテーブルは動かず $v=0$ である。この間位相面軌跡は(18)式に支配され、原点より p_m 軸上を上方へ移動する。かくしてピストンにかかる油圧 p_m が増加し可動部分の静摩擦力 F_s に打勝つ瞬間、すなわち p_m が F_s/A_p に等しくなったときテーブルは動き始め、 $v>0$ となり、位相面軌跡は(19)式および(20)式に支配され、位相面上を時計

第6図 位相面軌跡

方向に回転する。この間の位相面軌跡は両式より t を消去した。

$$\frac{dp_m}{dv} = \frac{m}{c} \frac{q_m(x, p_m) - A_p v}{-f_N(v) + A_p p_m} \quad (21)$$

で表わされる。この位相面軌跡は安定な特異点に収束するか、あるいは再び p_m 軸に交わる。前者の場合(第6図でAに相当)にはテーブル速度は一定値に近づき振動は減衰する。後者では $p_m < -F_s/A_p$ で p_m 軸と交わる場合と $|p_m| < F_s/A_p$ で p_m 軸と交わる場合とに分けられる。 $p_m < -F_s/A_p$ で交わる場合はいわゆる自励振動を起し、 $|p_m| < F_s/A_p$ で交わる場合(第6図でBに相当)には、 p_m 軸と交わった点で $v=0$ となり、再び(18)式に従って p_m 軸上を上方へ進み上記の過程を繰返してスティックスリップを発生する。当然両者の間には第6図にCで示される限界の位相面軌跡が存在する。これがスティックスリップの発生限界であって、 $v_{\min}=0$ より求まる。

(21)式は一般に非線形であるため解析的に解くことは不可能であるが、 $dp_m/dv=k$ とおき、 k の種々の値に対する等傾斜曲線を位相面上に描き、この曲線上の位相面軌跡のこう配が k であることを用いて位相面軌跡は求められる⁽⁴⁾。すなわち、一般に(21)式は位相面上で図式解法することが可能である。

5.2 特別な場合 次に特別な場合として四方弁の特性および可動部分の摩擦特性として第7図および

第7図 四方弁の特性

第8図 摩擦特性

第8図、すなわち次式で表わされる場合につき解析する。すなわち、四方弁の特性として

$$q_m = q_m(x, p_m) = k_x x - k_p p_m \quad (22)$$

可動部分の摩擦特性として

$$f_N(v) = bv + f \quad (23)$$

ただし

$$f = \begin{cases} +F_d & : v > 0 \text{ のとき} \\ -F_s \sim F_s & : v = 0 \text{ のとき} \\ -F_d & : v < 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

を考える。ここで四方弁のスプール位置 $x=x_0$ =一定とすればテーブルの運動を規定する微分方程式(18)～(20)式は次式となる。

I) $v=0$ なる場合

$$c \frac{dp_m}{dt} + k_p p_m = k_x x_0 \quad (24)$$

II) $v>0$ なる場合

$$\frac{dp_m}{dt} = \frac{k_x x_0}{c} - \frac{A_p}{c} v - \frac{k_p}{c} p_m \quad (25)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{F_d}{m} - \frac{b}{m} v + \frac{A_p}{m} p_m \quad (26)$$

これより、特異点 (v_s, p_{ms}) は(25)式および(26)式より

$$v_s = \frac{k_x x_0 A_p - k_p F_d}{A_p^2 + b k_p}, \quad p_{ms} = \frac{k_x x_0 b + A_p F_d}{A_p^2 + b k_p} \quad (27)$$

で与えられ、

$$v = v_s + \xi, \quad p_m = p_{ms} + \eta \quad (28)$$

を(25)、(26)式へ代入すれば、特異点の特性方程式は

$$cm s^2 + (bc + m k_p) s + (A_p^2 + b k_p) = 0 \quad (29)$$

となる。ここで

$$\mu = (bc + m k_p), \quad \lambda = (A_p^2 + b k_p) cm \quad (30)$$

とおけば、 $\lambda \sim \mu$ 面上で特異点は第9図のように分類される。特異点が安定結節点 ($\lambda > 0, \mu > 0, \mu^2 > 4\lambda$) になるとき、位相面軌跡は特異点のまわりをまわることなく特異点に収束し、スティックスリップは発生しない。特異点がくら形点 ($\lambda < 0$) あるいは不安定結節点 ($\lambda > 0, \mu < 0, \mu^2 > 4\lambda$) になるとき、位相面軌跡は特異

第9図 特異点の分類

点のまわりをまわることなく発振し、いわゆる自励振動を起す。特異点がうず状点 ($\lambda > 0$, $\mu^2 < 4\lambda$) になるとき、位相面軌跡は特異点のまわりをとりまき、前節で述べたようにスティックスリップを発生する場合が考えられる。本報では特異点がうず状点である場合、すなわち

$$\lambda = A_p^2 + bk_p > 0 \quad (31)$$

$$\mu^2 - 4\lambda = (bc + mk_p)^2 - 4(A_p^2 + bk_p)cm < 0 \quad (32)$$

なる場合を取扱う。ピストンに働く油圧 p_m が静摩擦力 F_s に打勝つ瞬間に $t=0$, $v=0$, $p_m = F_s/A_p$ として (25) 式および (26) 式を解けば

$$v = -A + e^{\alpha t} \{A \cos \omega t + B \sin \omega t\} \quad (33)$$

$$p_m = \frac{k_x x_0 b + A_p F_d}{A_p^2 + bk_p} + e^{\alpha t} \left\{ \frac{\alpha mA + bA + \omega mB}{A_p} \cos \omega t + \frac{\alpha mB + bB - \omega mA}{A_p} \sin \omega t \right\} \quad (34)$$

ここに

$$\alpha = -\frac{bc + mk_p}{2cm} \quad (35)$$

$$\omega = \frac{1}{2cm} \sqrt{4(A_p^2 + bk_p)cm - (bc + mk_p)^2} \quad (36)$$

$$A = -\frac{k_x x_0 A_p - k_p F_d}{A_p^2 + bk_p} \quad (37)$$

$$B = \frac{1}{m\omega} \left\{ F_s - F_d - \frac{k_x x_0 A_p - k_p F_d}{A_p^2 + bk_p} \frac{bc + mk_p}{2c} \right\} \quad (38)$$

(33) 式より、 $t=0$ で $y=0$ とすればテーブルの変位 y は

$$y = \int_0^t v dt = -At + A \frac{\alpha \cos \omega t + \omega \sin \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} e^{\alpha t} + B \frac{\alpha \sin \omega t - \omega \cos \omega t}{\alpha^2 + \omega^2} e^{\alpha t} - A \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + B \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (39)$$

となる。スティックスリップを発生する場合には (33) 式でテーブル速度 v が再び零になる t_1 が存在する*。すなわちテーブルの動いている時間 t_1 は (33) 式より

$$-A + e^{\alpha t_1} \{A \cos \omega t_1 + B \sin \omega t_1\} = 0 \quad (40)$$

を満足し、 ωt_1 は $\pi \sim 2\pi$ の間の角である。このときピストンに働いている圧力差 p_{m1} は (34) 式より

$$p_{m1} = \frac{k_x x_0 b + A_p F_d}{A_p^2 + bk_p} + e^{\alpha t_1} \left\{ \frac{\alpha mA + bA + \omega mB}{A_p} \cos \omega t_1 + \frac{\alpha mB + bB - \omega mA}{A_p} \sin \omega t_1 \right\} \quad (41)$$

で与えられる。次にテーブルの停止している時間 t_2 は初期条件 $t=0$ で $p_m = p_{m1}$ として、(24) 式を解いて求まる。すなわち

$$t_2 = \frac{c}{k_p} \log \frac{p_{m1} - \frac{k_x x_0}{k_p}}{\frac{F_s}{A_p} - \frac{k_x x_0}{k_p}} \quad (42)$$

以上よりスティックスリップを発生する場合には、1 ステップの時間 T (第 3 図参照) は

$$T = t_1 + t_2 \quad (43)$$

で与えられる。また 1 ステップのテーブル変位 Y (第 3 図参照) は (39) 式より次式で表わされる。

$$Y = -At_1 + A \frac{\alpha \cos \omega t_1 + \omega \sin \omega t_1}{\alpha^2 + \omega^2} e^{\alpha t_1} + B \frac{\alpha \sin \omega t_1 - \omega \cos \omega t_1}{\alpha^2 + \omega^2} e^{\alpha t_1} - A \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} + B \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2} \quad (44)$$

6. 実 験

6.1 実験装置 スティックスリップの発生は前述のとおり可動部分の質量および摩擦特性によって影響される。したがって、工作機械を対象とする場合には可動部分は実物と同じであることが望ましい。特に摩擦の問題は理論的に解明されておらず、小試験片を用いた実験より実際の摩擦特性を算出することは困難であり、スティックスリップの実験には $2\frac{1}{2}$ フライス盤のテーブルと同大のモデルテーブルを製作して使用した。

* (33) 式で $v=0$ となる $t_1 > 0$ が存在しない場合は第 6 図 A のようにテーブル速度 v は一定値に収束する。また $t_1 > 0$ が存在しても、 $t=t_1$ で $p_{m1} < -F_s/A_p$ なるときにはテーブルは普通の自励振動を起す。いずれの場合もスティックスリップは発生しない。

モデルテーブルの概略を第10図に示す。シリンダはベッドに固定されており、またテーブルに鋳鉄製負荷を積みボルト締めして可動部分の質量および摩擦特性を変えることも容易である。油圧駆動回路は第4図に示したのと同じで、作動油は D. T. E Oil Light を使用し、供給油圧 70 kg/cm² で実験した。また各油圧要素の特性は油温によって影響をうけるため、油温は 50±3°C の範囲に制御した。

6.2 サーボ弁の特性

サーボ弁の出力端を短絡したとき、すなわち無負荷時の流量特性の実測値を第11図に、また数種の固定オリフィスを負荷として求めた圧力流量特性を第12図に示す。前章の解析で仮定したサーボ弁の特性(22)式の k_i は第11図より、 k_p は第12図より

$$k_i = 7.5 \text{ cm}^3/\text{s mA}$$

$$k_p = 0.20 \text{ cm}^5/\text{kg}$$

と求まる。この場合の(22)式で表わされる直線は両図に併記したようにサーボ弁の特性を十分よく近似している。

6.3 可動部分の摩擦特性

モデルテーブルの摩擦特性はサーボ弁の入力電流によってテーブルの送り速度を調節し、送り速度が一定となつてのちの摩擦力と送り速度との関係として求めた。摩擦力は左右シリンダ内の油の圧力差より算出し、速度は2点間を通過する時間より求めた。かくして求めた実測点を第13図に示す。以下の数値計算では摩擦特性は実線で表わされるものとする。

6.4 油の圧縮性とシリンダの膨張

作動油 (D. T. E Oil Light) の体積弾性係数 β は丈夫な容器に小さいプランジャを押込み、その押込量と押込みに要し

た力を測定して求めた。その結果

$$1/\beta = 0.6 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kg}$$

であった。またシリンダおよび配管の体積膨張係数 k_e は

$$k_e = 2\pi a_s \left(\frac{l_s}{2} \right) \frac{a_s}{E} \left(\frac{a_s^2 + b_s^2}{b_s^2 - a_s^2} + \mu \right) + 2\pi a_f l_f \frac{a_f}{E} \left(\frac{a_f^2 + b_f^2}{b_f^2 - a_f^2} + \mu \right)$$

ここに a は内径、 b は外径、 l は長さ、 E は縦弾性係数、 μ はポアソン比を表わし、添字 s はシリンダを、 f は配管を表わす。いま実際の数値 $a_s = 3 \text{ cm}$, $b_s = 4.2 \text{ cm}$, $l_s = 88 \text{ cm}$, $a_f = 0.63 \text{ cm}$, $b_f = 0.895 \text{ cm}$, $l_f = 160 \text{ cm}$, $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\mu = 0.33$ を用いれば

$$k_e = 5.0 \times 10^{-3} \text{ cm}^5/\text{kg}$$

またシリンダおよび配管中の容積 V_i は、ピストンロッドの半径 $a_r = 2 \text{ cm}$ であるから

$$V_i = \frac{l_s}{2} (\pi a_s^2 - \pi a_r^2) + \pi a_f^2 l_f = 867 \text{ cm}^3$$

となり、(12)式より

$$c = \frac{1}{2} \left(k_e + \frac{V_i}{\beta} \right) = 0.03 \text{ cm}^5/\text{kg}$$

第11図 無負荷流量特性

第12図 圧力流量特性

第10図 モデルテーブル

である。さらに配管中の油の可動部分に換算した等価

質量 m_e および等価粘性係数 b_e は(15)式より

$$m_e = 0.05 \text{ kg s}^2/\text{cm} \quad b_e = 0.2 \text{ kg s/cm}$$

第 1 表 実験条件

実験	I	II	III	IV	V	VI
すべり面潤滑油	D.T.E Oil Light	"	"	タービン油 #180	"	"
テーブル荷重	440 kg	650 kg	945 kg	440 kg	650 kg	945 kg
$A_p \text{ cm}^2$	15.2	15.2	15.2	15.2	15.2	15.2
$c \text{ cm}^5/\text{kg}$	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
$k_i \text{ cm}^3/\text{s mA}$	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
$k_p \text{ cm}^5/\text{kg-s}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$m \text{ kg s}^2/\text{cm}$	0.56	0.78	1.08	0.56	0.78	1.08
$m_T^* \text{ kg s}^2/\text{cm}$	0.51	0.73	1.03	0.51	0.73	1.03
$m_e \text{ kg s}^2/\text{cm}$	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
$b^{**} \text{ kg s/cm}$	-34	-35	-36	-33	-34	-35
$b_T \text{ kg s/cm}$	-34	-35	-36	-33	-34	-35
$b_e \text{ kg s/cm}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$F_d \text{ kg}$	215	252	315	206	238	296
$F_s \text{ kg}$	240	330	430	230	300	380
$i \text{ mA}$	0.7~2.4	1.0~2.3	0.9~3.1	0.7~2.2	0.7~3.0	0.8~2.9

注 *I【テーブル荷重にピストンおよび結合部(0.06 kg s²/cm)の質量も加算されている。
** b_e は b_T の誤差範囲であるので省略した。

第 13 図 摩擦特性

第 14 図 スティックスリップの実測値 (●印○印) と理論値 (実線) の比較

となる。
6.5 テーブル変位の測定 テーブル変位の測定には 2 枚の長方形極板間の電気容量変化を利用した。す

なわち、1 枚の極板はテーブルに移動方向と平行に取付け、他の 1 枚を固定ベッドに取付け、極板間隔を一定に保つとき、2 枚の極板の電気容量が両板の重なり部分に比例することを利用した。この容量を電気的に検出し、ブラウン管オシロ上にテーブル変位を描かせた。

7. 実験結果および検討

実験としてはスティックスリップを発生した第 1 表に示す 6 種の各場合につき、サーボ弁の入力電流 i_0 を変えてテーブルの動きを測定した。第 1 表中 A_p はピストン寸法より、 b_T , F_d , F_s は可動部分の摩擦特性 (第 13 図) より求めたもので、他はすべて前章で算出したとおりである。

スティックスリップの周期 T および 1 ステップの変位 Y の実測値を第 14 図に●印および○印で示す。図には第 1 表の数値を(43), (44)式に代入して算出した理論解析値をも実線で併記してあり、実測値とかなりよく一致している。また各実験において同一条件のもとではサーボ弁の入力電流 i_0 の増加とともに Y は比例的に増加しており、 T は i_0 の小さいところで急激に減少するがその減少の割合は i_0 の増大とともにゆるやかになる。

次に一例として実験 V のテーブル変位のブラウン管オシロによる記録を第 15 図に示す。図中(c), (d)で示される $i_0 = 1.1 \text{ mA}$ および $i_0 = 1.4 \text{ mA}$ における実測値と(39)式による理論値との比較を第 16 図に示す。これでも両者は大局的にはよく一致している。

上の理論値の算出に用いた第 1 表の数値のうち、静摩擦力 F_s は測定値のばらつきが大きく第 1 表および第 13 図には平均値のみを示したが、そのばらつきの最も大きかった実験 III の場合につき、測定値の最大値

460 kg, 最小値 400 kg を用いた計算結果を第 17 図に示す。静摩擦力 F_s を大きく選べば、周期 T , 1 ステップの変位 Y はともに多小大さくなるが、その差は T , Y のばらつき程度であり、逆に T , Y の実測値のばらつきはこの F_s のばらつきによると思われる。

次に摩擦特性が低速まで測定し得ない場合には b , F_d の選定が問題となる。いま実験 III の場合につき摩擦特性を第 13 図の実線および点線で仮定したとき

第 15 図 テーブル変位

第 16 図 テーブル変位

第 17 図

第 18 図

の計算結果を第18図に実線および点線で記す。第13図で点線は極端な場合を仮定したが、第18図では両者の間にほとんど差異はない。これは b を小さく採れば ($F_s - F_d$) が大きくなり双方の効果が打消すためと考えられ、低速における摩擦特性が測定し得ないときは、テーブル速度の大きいところの摩擦特性より適当に b および F_d を決めればよい。

8. 結 言

四方弁またはサーボ弁を用いた直動形油圧駆動テーブルについて、四方弁あるいはサーボ弁の圧力流量特性、シリンダ内に流入する油の連続の式および可動部分の運動方程式をもととしてスティックスリップの理論解析を行なった。また $2\frac{1}{2}$ フライス盤のテーブルと同等のモデルテーブルを製作して実験的に理論解析結果の検討を行ない、理論解析値と実測値が一致することを確かめた。これより

- (1) 直動形油圧機構のスティックスリップは油の圧縮性および摩擦特性に起因する。
- (2) 四方弁の特性、可動部分の摩擦特性が(22)、(23)式で表わされるとき、テーブルの運動は(39)式により与えられ、9個のパラメータ A_p, c, k_a (また

は k_i), k_p, m, b, F_d, F_s および α (または i) により完全に規定される。

(3) スティックスリップが発生するときその周期 T および1ステップの変位 Y は(43)式および(44)式により求まる。

(4) 数値計算を行なうにあたって、 F_s は測定値の平均値を用いられたい。また、低速における摩擦特性が実測し得ない場合に、 b および F_d はテーブル速度の大きいところの摩擦特性より適当に推察すればよい。

以上のことが明らかとなり、従来定性的に論じられていた問題が定量的に解明された。

終りに終始御べんたつ御助言をいただいた本研究所明山部長、須藤部長および実験、数値計算にその労をわずらわした森野、中村両君に深謝の意を表する。

文 献

- (1) J.F. Blackburn, *Trans. ASME*, **75** (1953), 1163.
- (2) J.L. Shearer, *Trans. ASME*, **76** (1954), 895.
- (3) 池辺, 自動制御, **4** (昭32), 191.
- (4) N. Minorsky, *Introduction to Non-Linear Mechanics*, (1947), 20.

討 論

【質問】 (1) 第1表の F_d, F_s は第13図からどのようにしてきめられたのか。第13図で $f_N(v)$ は v に関して、だいたい対数的な関係があるが、付図1で v_0 を中心とした小さなスティックは考えられないか。第15図のオシログラムを微分してみればどうか。

(2) サーボ弁の機械的出力インピーダンスがスティックスリップの発生におよぼす影響は考えられないか。

(3) 本論文の結論として、具体的にどのようにすればスティックスリップの発生がおさえられるか説明して下さい。

(富 成 襄)

【回答】 (1) F_s は静摩擦力の測定値の平均値を用い、 F_d は動摩擦力と速度との関係を表わす摩擦特性曲線を速度零まで延長して、縦軸との交点として求めた。 F_s, F_d の選び方は実際の数値計算上問題であるので第17図および第18図に検討してある。ある速度 v_0 のまわりの小さい振動は四方弁の圧力流量特性の

付 図 1

非線形および摩擦特性の非線形によって特別な場合として考えられるが、速度が零とならない範囲でスティックは考えられない。

(2) サーボ弁の機械的出力インピーダンスのスティックスリップにおよぼす影響は、静的にはサーボ弁の特性としてピストンにかかる圧力差を考慮した圧力流量特性(6)式を用いているため、本解析中に考慮されている。すなわち定数 k_p によって表わされている。しかしスプールに働く軸力の変化等、動的なインピーダンスの影響については考慮していない。

(3) スティックスリップの発生限界およびテーブルが安定に動作するための条件については後報で発表する予定である。

【質問】 (1) α の正負(うず状点の安定性)により、実験の際の振動の発生状況、不規則さに差異がみられたか。

(2) 第14図 T について実測値と理論値の差は F_s のばらつきによると結論されていると解したが、

(a) 第16図テーブル変位図(b)の場合、実験のほうの T が大となる原因が実測と計算を比べスティックしている時間に差があるためではなく、運動速

付図 2

度の差のためであること。

(b) 第 14 図の T の差の出方が i_0 の変化に対していずれも同じ傾向を示すこと。の 2 点から F_d もしくは b (それも i_0 すなわち α の直接かあるいは q_m を介しての影響として b が変化するなど) が変化するためではないかと思うが、どうか。 F_s のばらつきによるならば第 14 図の実測値がもっとそれ自体ばらつくと思う。

(柴田 碧)

【回答】 (1) α の正負により、実験の際、差異がみとめられたかとのことだが、本実験では実物の工作機械と同大のモデルテーブルを使用したため、パラメータを自由に選択することが困難で、 $\alpha > 0$ でかつスティックスリップが発生するようにパラメータを選

ぶことはできなかった。実験 I ~ VI に示したものはすべて $\alpha < 0$ の場合である。しかしスティックスリップが発生しているときのテーブルの運動は $\alpha > 0$ あるいは $\alpha < 0$ によって本質的に変るとは考えられない。ただ $\alpha > 0$ のときはサーボ弁の入力電流を増加する場合と減少する場合で、同じ入力電流に対してスティックスリップが発生する場合と発生しない場合が考えられる。すなわち付図 2 でテーブルが停止の状態よりサーボ弁の入力電流を i_0 に設定するときは、位相面軌跡は A のようになりスティックスリップが発生するが、テーブルが一定速度 v_1 ですべっている状態から i_0 に設定するときは、位相面軌跡は B となりテーブルは安定に動作する。これは本実験に使用した実験装置では $\alpha < 0$ なるため観測できなかったが他の装置では経験したことがある。

(2) 実測値と理論値との差異が F_s のばらつきによるというのではなく、実験値自体のばらつきが F_s のばらつきによるのではないかということ、これとても結論としてでなく推測として述べたものである。実測値と理論値の差は指摘のとおり摩擦特性、サーボ弁の圧力流量特性を線形で近似したことにあると思われる。

運輸省・航空白書発表 (その 1)

運輸省はこのほど「民間航空の現況」と題する「航空白書」を発表した。それによると昭和 36 年度は国際線国内線とも前年度にくらべ運航キロ数で 33.2%, 旅客キロ数で 51.3%, 貨物、郵便キロ数で 54.7%, という著しい増加を示しており、とくに旅客輸送量で前年度世界第 15 位であったのが、一躍第 10 位に進出したことは、わが国民間航空の世界航空界における地位を一段と高めたものとして注目される。しかし国際線でジェット化による航空機の大形化、高速度にともなう輸送力の過剰状態は日本航空の採算を悪化し、北日本航空などローカル路線 6 社は過当競争で各社とも欠損となっている。こんご強力な国家助成と各社の協調態勢により、民間航空の健全な発展をはからねばならない点を強調している。白書の大要は次のとおり。

36 年度は国際、国内線を通じ運航キロ数 4665 万キロ、旅客 19 億 5452 万人キロ、貨物、郵便物 4244 万トンキロ、と前年度にくらべ著しい増加を示した。

「国際航空」 世界の輸送量をみると 36 年末において ICAO (国際民間航空機構) 加盟 90 箇国のうち、日本を含めた上位 10 箇国の旅客輸送量は 975 億人キロと 90 箇国合計の 1165 億人キロの 84% を占めている。これによって先進諸国の航空の発達度合いがいかにか大きいかかわかる。航空はいまや近代国家に欠かせないもので、航空の発達が経済の発達、文化の向上に大きく貢献し、国際航空が国際社会における外交、貿易上の地位のパラメータともなっている。

最近、国際航空でもっとも注目されるのはジェット機の出現で、ジェット化は輸送力の供給過剰を生み出し、各国とも国際線の収支は悪化している。しかし先進諸国は国家的見地から多額の国費を投入し、年間エールフランス 40 億円、ルフトハンザ 38 億円などのように国家助成を積極的に実施している。

(1422 ページへつづく)

(服部 敏夫)