532.582.7

容器内を流下する粒体の運動*

(第1報, 実験結果の定性的解釈)

上滝具貞**, 早野延男***, 新納研一****, 本松清明*****

Dynamical Behavior of Granular Materials

Flowing Down through a Vessel

(Part 1, Interpretation of the Experimental Results)

by Tomosada JYŌTAKI, Nobuo HAYANO,

Kenichi NIRO, and Kiyooki MOTOMATSU

The two dimensional motion of granular particles flowing out from a vessel through a small slit is analyzed. After the several experiments, we were able to recognize the following facts:

(i) It could be possible to say that we can recognize qualitatively the dynamical state of the materials by the aid of a so-called "moving state diagram".

(ii) Granular layers can be divided into two parts; the one depends largely on the form of the opening at the bottom and the other depends rather on the intrinsic properties of the material itself.

(iii) Average quantity of outflow varies with the width of the opening.

(iv) In non-stationary (without charge of material during the operation) and in stationary cases (with continuous feeding of materials compensating for the lost quantity), the dynamical state of the particle in the vessel remains in the so-called "stationary state" and for a short interval at the beginning of the experiment it becomes a real non-stationary (transient) state.

1. ま え が き

粉粒体の取扱いおよびその流動に関する研究はかなり古くから行なわれてきているが、いずれも現象の観察、実験式の作製にとどまり、流動現象自体を理論的に解析した報告はきわめて少ないように思われる^{(1)~(4)}。考え方としては、大別して(イ)粉粒体を全体としてはあくして流体力学的な、または塑性流動学的な類推を用いて解明しようとするものと、(ロ)もう一つの方法は個々の粒子の運動を追跡した後、その結果を統計的な手法をもちいて集合体に拡張しようとするものである。第1報は筆者らが最近行なった実験を基礎として、これにKvapil⁽⁵⁾およびBrown & Richards⁽⁶⁾らの報告を参考にして貯蔵タンクからの粉粒体の二次元的な排出現象を定性的に解明したものである。なお第2報では第1報の実験結果についてまず(イ)の立

場をもちいて現象を説明し、不十分なところを(ロ)の立場にたって検討する予定である。これらの問題は粉粒体をして閉そくをおこさずに円滑に供給することが一つの目的であるから、工業上の重要なプロセスと考えられる。いままで粉体、粒体または粉粒体などのように粉体と粒体の区別をつけずにもちいてきたが、混乱をさけるために以下では粒体とは粉体に比して付着力がほとんどなく、その上粒子の直径がかなり大きなものを意味することにする。したがって今後は温度や湿度の変化によって粒体の構成粒子は変わらないと考える。

2. 現象の解析

2.1 実験装置 粒体そうは第1図に示すように粒体の二次元運動を観察できる構造のもので、前面はガラス張り、三方はラワン材の壁である。底板は図に示すようにパンタグラフになっており、角度およびスリットの幅を連続的に変えることができる。写真撮影のための照明は(i)500Wの写真電球と(ii)ストロボフラッシュを用いた。電球は流線の軌跡の撮影に使用し、ストロボフラッシュは一定の時間間隔で点滅

* 昭和36年3月17日 関西支部第36期定時総会講演会において講演、原稿受付 昭和37年7月10日。

** 正員、九州工業大学。

*** 正員、福岡学芸大学(福岡市塩原町226)。

**** 三井造船会社玉造船所。

***** 安川電機会社小倉工場。

せ速度分布の測定に用いた。配線は第2図に示してある。フラッシュの接点を植えてある回転円板は2極のシンクロモータを歯車で減速し毎分10回転させる。円周に接点が10本ついているので、フラッシュは0.6秒ごとに発光する。また、接点を適当に折り曲げて水銀そうに触れないようにすれば、さらに時間間隔を1.2秒、3秒および6秒にすることができる。実験材料は完全球形に近いなたねを用いた。したがって粒体の形状による流量その他に対する影響はほとんど無視できると考えられる。使用したなたねの性質は第1表のとおりである。

2.2 実験方法 実験の条件として、まず考えられることは一定量の粒体を容器内にいれておき、これが流出してしまうまでの器内の粒体の運動を調べる場合と、器内に粒体を連続的に補給してヘッドをつねに一定に保つようにした場合の二つがある。前者を非定常実験とよび、後者を定常実験と呼ぶことにする。つぎに容器の形状にかんするものとして、底板傾斜角 θ 、および出口幅 E があるが、これら容器定数を連続的に変化させて粒体の運動状況を調べることである。

H : 粒体そうのヘッド

E : 出口幅

θ : 底板傾斜角

第1図 容器図面(寸法の単位はmm)

第2図 ストロボフラッシュ配線図

る。流線の撮影方法は暗室内で写真電球をつけ、粒体層内に入れた目印の白球の移動を1枚のフィルムに感光させる方法を用いた。

速度分布の撮影も同様であるが、この場合は写真電球のかわりに第2図の装置を用いると、各瞬間の容器内の粒体の粒子の位置が1枚のフィルムにかさなって感光し、フラッシュの発光間隔ごとに粒体の変位がわかるので、これから速度分布を求めることができる。我々は、 θ 、 E および H を変化させ、それぞれ定常、非定常の場合について、流線の模様と速度分布の測定

第1表 実験材料の物理的性質

	平均直径	安息角	摩擦係数(粒対粒)	同左(板対粒)
なたね	1.78 mm	10°45'	0.543	0.222

第2表 E の影響 (非定常)

実験番号	θ°	H mm	E mm
NE 1	30	450	10
NE 2			20
NE 3			30
NE 4			40
NE 5	60	450	10
NE 6			20
NE 7			30
NE 8			40

第3表 θ の影響 (非定常)

実験番号	θ°	H mm	E mm
N θ 1	15	450	20
N θ 2	30		
N θ 3	45		
N θ 4	60		
N θ 5	75		
N θ 6	15	450	30
N θ 7	30		
N θ 8	45		
N θ 9	60		
N θ 10	75		

第4表 H の影響 (非定常)

実験番号	θ°	H mm	E mm
NH 1	30	200	20
NH 2		300	
NH 3		400	
NH 4		450	
NH 5	60	200	2
NH 6		300	
NH 7		400	
NH 8		450	

第5表 θ の影響 (定常)

実験番号	θ°	H mm	E mm
NC 1	15	400	10
NC 2	30		
NC 3	45		
NC 4	60		
NC 5	75		
NC 6	15	400	20
NC 7	30		
NC 8	45		
NC 9	60		
NC 10	75		

を行なった. 各パラメータの関係と実験番号は第2~5表にまとめてある.

2.3 運動状態図 我々の行なった実験に基づいてそう内粒体の運動状態を定性的に調べた結果第3図のような運動状態図を得た. 領域(zone) I は流速の最も早い層であり, この層内の粒子は落下時間とともに速度を増す. つまり x 方向に加速度をもっている. しかし, この層内では x が一定の断面では流速は y 方向にはあまり変化しない. このことは Zone III ときわめて対照的なところである. Zone II は矢印で示すように粒子を中央にすべらす力が働いている層である. つぎに Zone III を流れる粒子は x 方向に等速運動を行なっている. したがって加速度は0である. しかも Zone I に比較して速度がおそく, 等速運動をしているため x 方向の速度変化はないが, y 方向によって, 速度が大きく変るところが特徴である. Zone IV はいわゆる dead space とよばれる層で, この層内の粒子の速度は0である. 今 x 方向の速度を u , 加速度を $\dot{u}$ で表わし, y 方向の速度を v で表わして, 上記の各 zone における速度, 加速度を表にして示すと第6表のようになる.

次に定常と非定常の場合であるが, 後者では Zone II が時間とともに降下してくるので dead space は上部より

第3図 運動状態図

しだいに消えてゆくが, 残りの部分の dead space は前と同じ形になりヘッドの影響はうけない. また前者

第6表 各 zone における速度および加速度

Zone	u	v	$\dot{u}$	$\frac{\partial u}{\partial y}$
I	$\neq 0$	0	$\neq 0$	0
II	$\cong 0$	$\neq 0$	$\cong 0$	$\cong 0$
III	$\neq 0$	0	0	$\neq 0$
IV	0	0	0	0

(a) 0 秒

(b) 6 秒

(c) 12 秒

(d) 18 秒

(e) 24 秒

(f) 30 秒

(g) 36 秒

(h) 42 秒

(i) 48 秒

撮影データ 6 秒ごとの連続撮影
F=1.8 時間=1/8 s

第4図 非定常流動の模様

の場合では、Zone II の中央部に上方から常に粒子が補給されるため、非定常の場合のように周辺の粒子を中央にすべらす現象は認められないので Zone II は存在しなくなる。我々の実験によれば定常流でも非定常流でも dead space と Zone II を除けばほとんど同じ運動状態図を得ることがわかった。理論的な計算を行なう場合には Zone I, II および III によって作られるろと形の部分の速度分布を求めれば良いわけである。とくに粒体層が高く表層部分の Zone II が全体に比して無視できるような場合には、Zone I と Zone III が取扱いの対象となる。

以上のような Zone に区分する考え方を用いて流出しつつある粒体の写真を説明する(第4図(a)~(i)参照)。なたねに石灰粉をつけた白色層を第4図(a)のように薄い層状に4本ならべておく。これらの目印の層がどのように形を変えて流出して行くかを調べるわけである。第4図の各図の両端の全く移動しない水平部

第5図 Zone II の作用説明図

分は Zone IV である。急こう配の部分は Zone III の y 方向の速度こう配による部分であり、中央の平坦なところは、Zone I の性質によって y 方向の違いによる速度の変化があまりないことを示している。また、第4図(g)と(h)で白線がくびれ第4図(i)でループを作っているのは第5図に示すように目印の白線が降下してきた Zone II の中にはいったために中央にすべりを起し、そのまま流速の大きい Zone I を通って流れ落ちるためである。写真からわかるように非定常流では最上層から先に流出し最下層が最後に流出する。これは Zone II の性質のためである。

つぎに第6図(a)~(c)の写真は定常流の実験で、この場合は目印の層は dead space に属する部分を残して下のほうから順に消えて行き、第6図(c)に示されている形は時間とともに変らない。結局定常流の場合には Zone II が消滅し dead space は変らないので、粒体はあたかも第7図のような仮想的な容器の内を液体が流れ落ちるのと同じような現象になる。したがって容器の幅や高さは摩擦角や dead space によって定めるのが理想であって、これより大きくしても粒子の運動には影響がないと考えられる。

2.4 流跡線の撮影 第8図(a)は粒体の運動の軌跡を撮影したものである。これは非定常流の写真であるが非定常流の写真の特徴として流跡線が交差している。この理由は Zone I にあった粒子が先に流出し、その後に dead space の粒子がすべり込んで来るため、実際には両者の軌跡の間には時間的なずれがある。流跡線のろと形の部分は最上段の粒子が Zone II の影響を受けて中央にすべり、このすべりの速度と自由表面の降下速度とが合成された結果である。

第8図(b)はフラッシュを1.2秒ごとに点滅して撮

第6図 定常流動の様相：時刻は流動開始後の経過時間

第7図 理想容器図

第8図 非定常流動の流線

第9図 流線の速度曲線(非定常流)

第10図 定常流動の流線

影したもので、これより速度分布曲線を求めることができる。図の流跡線①、②および③について流動開始後の時間 t と速度 u の関係を求めたものが第9図に示

第11図 流線の速度曲線 (定常流)

(a) $x=360$ mm での速度分布 (出口幅の効果): 非定常流

(b) $x=80$ mm での速度分布 (出口幅の効果): 非定常流

第12図

されている。これら3本の流跡線はともに Zone I を通っているから速度は時間とともに増加している。第8図(c)は(b)と同じ条件で撮影したものであるが、ただ目印の白球の位置を下方にずらし、Zone II の影響がおよばないように配慮されているため流跡線はある種の半だ円になっている。

第10図(a)~(c)はいずれも定常流の写真である。非定常流の写真とくらべると流跡線は半だ円で、流跡線どうしの交差は全く認められない。このことは前に述べたように定常流の場合には Zone II の影響がないためである。第10図(b)をもとにして $u-t$ の関係を示したのが第11図である。流跡線③は Zone III を通っているため速度は一定である。第8図(c)と第10図(c)を比較して見ると、前者は非定常流であり、後者は定常流であるにもかかわらず流跡線はともに半だ円になっているので、両者とも Zone II の影響が及んでいないことがわかる。要するに Zone II の効果が及ばないところでは、定常流でも非定常流でも粒子の運動は原則的に変わらないわけである。

2.5 速度分布の解析

容器内粒子の流動に直接の影響をもっと考えられるのは、出口の幅 E 、底板傾斜角 θ 、および粒体層のヘッド H の三つであろう。以下にこれら三つの量と流速 u との関係をまず非定常の場合について調べる。

(i) E と u との関係 出口幅が大きくなるにつれて流速は増加するが、その模様は第12図(a),

第12図(a), (b) の速度分布曲線を積分したもの

第13図 平均流量曲線 (出口幅の効果): 非定常流

(b)に示されている。図の速度分布曲線を積分して平均流出量 Q を求め、出口幅 E との関係を示すと θ が一定の場合第 13 図のようになり、 Q はほとんど一定とみなし得る。

(ii) θ と u との関係 我々の実験によれば θ と流速 u 、および θ と平均流出量 Q との間にはそれぞれしきい(閾)値(threshold value= θ_{th})があるように思われる。すなわち $60^\circ < \theta_{th} < 75^\circ$ の間の θ_{th} 以

(a) $x=360$ mm での速度分布
(θ の効果): 非定常流

(b) $x=100$ mm での速度分布
(θ の効果): 非定常流

第 14 図

上では中心部の流速が急増する。この状態は第 14 図 (a), (b)に示されている。 Q と θ の関係も流速と同様に θ_{th} が 60° と 75° の間にあるようである。この模様は第 15 図に示されている。このように θ にしきい値が表われる原因は Zone I の外縁が傾斜した底基板に直接触れるようになり、摩擦係数の変化が起り、Zone III に相当する部分が新たに生れるためと考えられる。このことは第 2 報において dead space の形に関連して触れたいと思う。

(iii) H と u との関係 ヘッドがある値以上になれば u および Q に対する H の影響はほとんど認められない。この模様は第 16 図(c)に示されている。またこのことは粒体層のヘッドがある値以上であれば粒体層の示す圧力は、ある深さより深いところでは、飽和値を示すことにも関係していると思われる⁽⁷⁾。さらに我々は、速度分布曲線を積分して求めた第 13 図および第 15 図の流量曲線を調べるために、次のような実験を行なった。まずヘッド H まで粒体をみたしておき、粒体がそう内から全部排出されるまでの時間 t を測り (ただし dead space の部分は残っている)、 t で排出量 Q を割ってやれば非定常実験の場合の平均流出量 $\bar{Q}$ が得られる。第 16 図(a), (b)は(c)の場合と同様にこの $\bar{Q}$ を縦軸にとり、 E および θ をそれぞれ横軸にとったものである。第 16 図(a), (b)と第 13, 15 図を比較して見ると両者の傾向は良く一致しており、 Q - θ 曲線において θ のしきい値が表われる場所も同じである。

第 15 図 平均流量曲線 (θ の効果): 非定常流

次に定常流動の速度分布については底板傾斜角 θ の影響のみについて実験を行なった[第 17 図(a)~(c)]. これらの図と前に掲げた非定常流の場合とを比較すれば, 速度分布曲線の形はほとんど変わらないことがわかる. この場合の Q と θ の関係は第 18 図に示されている. 図の縦軸は第 17 図 (a)~(c) の速度分布曲線の積分値であり, θ を横軸にとってある. 積分値はそれぞれの出口幅について二つのグループに分かれるが, 流量の急増する角度 θ_{th} は 60° と 75° の間に表われ, 非定常流でも定常流でも θ のしきい値は変わらないことがわかる.

第 16 図 平均流出量と E , θ および H の関係

2.6 定常-非定常問題

いままでの諸節においては, 我々は主として粒子速度の空間的な分布について考察してきたが, この節では一つの粒子の時間的経過—歴史—を調べることにする.

第 19 図は NC 4 の実験で, $y=0$ すなわち中心線上の目印の白球には①を, そのすぐ外側の白球には②を, その次には③の番号をつけそれぞれ NC 4-V 1-①, NC 4-V 1-②, NC 4-V 1-③として, 横軸に実験開始後の経過時間 t を取り, 粒子速度 u の変化を時間的に追跡したもので, 記号中の V 1 は目印の白球を最初に粒体層の上部においた場合であり, V 2 は白球を低いところにおいた場合である. 図から層の下部, すなわち出口に近い粒子は早く加速され, また中心に近いほど加速が大きいことがわかる. 第 20 図は $\theta=30^\circ$, $E=10$ mm の時の定常 (NE 1) と非定常 (NC 2) の場合

第 17 図

を, 第 21 図は $\theta=60^\circ$, $E=10\text{ mm}$ の時の定常(NC 5)と非定常(NC 4)の場合を比較したものである。これら 3 枚の図面に共通した特徴は中心からはずれた No. ③の粒子, つまり Zone III 内の粒子はほとんど等速運動を行なっていることがわかる。なお, 第 19 図で V1 の粒子が V2 の最初の高さまで降下するに要する時間だけ V2 曲線群をずらせば, V1, V2 両速度曲線は重ね合わせることができる。これは定常流であるから当然のことといえる。

つぎに第 20 図と第 21 図においても, 第 19 図の

場合と同様に粒子が V1-V2 間を流下する時間だけ V2 曲線群をずらせば両者を一致させることができる。このことは, 粒子の速度が出口からの位置によって決められる傾向を示しており, 注目に値する事実と思われる。すなわち, 容器定数が同じであれば, Zone II の影響を受けないところでは, 定常流と非定常流を区別する必要はないことになる。いいかえれば, 一つの粒子の運動を時間的に追跡すれば, そう内の各位置で u は変化するが, もし測定断面を本実験のように二次元的に限定した場合, この断面が Zone II に含まれないかぎり, すべての粒子はどのような高さから降下してきても, また測定時刻にも関係なく, 各点の x 方向の速度は各位置によってそれぞれ一定の速度を持つということが出来る。定常ということばは上に述べ

各点は第 16 図 (a), (b), (c) の速度分布曲線を積分したもの
第 18 図 平均流量曲線 (θ の効果): 定常流

$\theta=30^\circ$, $E=10\text{ mm}$ は定常, 非定常とも共通
第 20 図 定常流(NC 2)と非定常流(NC 1)の流線の比較

$\theta=60^\circ$, $E=10\text{ mm}$
第 19 図 定常流の流線の二つの測定断面
[V1 ($x=360\text{ mm}$) と V2 ($x=80\text{ mm}$)] での比較

$\theta=60^\circ$, $E=10\text{ mm}$
第 21 図 定常流(NC 4)と非定常流(NC 5)の流線の比較

第22図 粒子速度の時間的変化(測定断面固定)

たような意味で用いることが望ましいと考えられるので、いままで用いてきた非定常ということばはこの意味では適当でないわけである。すなわち、これまでの定常流および非定常流は粒体の運動からなめると全く同じでともに定常流となり、非定常実験はむしろ非補給実験という表現を用いるほうが適当であると考えられる。

以上のことをさらに明確に理解する手段として定常、非定常(非補給)ならびにヘッドのいかんを問わず、今までの全実験のデータの中から、容器定数(θ と E)のみを等しくするものを一つのグループとしてまとめておき、底面より一定の高さの断面($x=80\text{mm}$ と $x=180\text{mm}$)を通過する粒子速度 u を縦軸に、観測時間 t (経過時間)を横軸に取って図を描いて見ると、結果は第22図のようになり、初期の曲線の立上りの部分を除けば u は時間に無関係となっている。

これらの図面の実験開始時における曲線の立上がりは、流出口の真上のすい体部分の崩落と密接な関係がある。したがってこの立上りの時間 Δt (図では約1秒)が真の意味での非定常(過渡)状態を表わしている。すなわち、いま状態変数を x, y および t とし、

状態量を u と考えれば u は一般に $u \equiv u(x, y, t)$ である。もし $u = u(x_1, y_1, t)$ (x および y にある特定の値を代入=空間的に測定位置を固定)とすれば、我々の実験では t のいかんにかかわらず、 u が決まるわけであるから $u \equiv u(x, y)$ と書くことができ、 u は状態変数 x, y のみの関数となり、この状態は定常状態である。これが図の中での平たん部を表わすことになる。一方、時間 Δt 内では変数 x, y を固定しても、関数 u はやはり t に依存している。さらに第21図を注意して比較すると、 E の大なるものほど、また軌跡③→②→①の順に Δt が長くなっている。この Δt の長短および傾きは、容器定数 θ, E の関数であり、また上述したすい体部分の崩落による密度変化波(dilatational wave)の伝ば機構と密接に結びついている。この問題にかんしては、さらに第2報において詳細に論ずる予定である。

3. む す び

(i) 容器内の粒体を四つの層に区分し、運動状態図なるものを考える時、粒体の運動は定性的に理解できる。

(ii) dead space および Zone II の形は容器の形状によらず、むしろ粒子の固有の性質による。したがって dead space と Zone II の研究は粒体の動的な性質を知るのに役立つと考えられる。

(iii) 平均流出量はヘッドおよび底板傾斜角 θ には無関係で、出口幅 E によって変化する。 θ についてのしきい値は動摩擦係数の変化が原因と考えられる。

(iv) 定常流動であっても非定常(非補給)流動でも、そう内粒子の運動は定常である。ただし流動開始後 Δt 時間内は粒子の流動状態は非定常である。

文 献

- (1) 上滝・地頭蘭, 九州支部鹿児島講演会前刷, 講演番号3(昭33-6); 松井・白木, 岐阜大学工学部報告, 第1号(昭33).
- (2) 植松, 化学機械技術, 第5集(昭28).
- (3) 上滝・早野, 関西支部第36期定時総会講演会前刷, 講演番号309(昭36-3).
- (4) 堀, 土木学会誌, 28-6(昭17-6).
- (5) 田中, 化学工学, 26-7(昭37), 835.
- (6) Brown & Richards, *Trans. Inst. Chem. Engrs.*, (London), 37(1959), 108; 38(1960), 243.
- (7) Janssen, *VDI-Z*, 39-35(1895), 1045.