532.517:536.423.1

沸騰チャンネル内の水力学的不安定*

(第1報, 単一沸騰チャンネル系)

葉 山 真 治**

A Study on the Hydrodynamic Instability
in Boiling Channels

(1st Report, The Instability in a Single Boiling Channel)

by Shinji HAYAMA

An investigation is carried out on the hydrodynamic instability which has been observed in two-phase flow systems such as boiling water reactors or once-through boilers. In this paper a system having a single boiling channel is treated.

The equation of oscillation for the circulation flow rate is derived from the laws of conservation of mass, energy and momentum. The damping coefficient in this equation is given as the inclination of the characteristic curve which represents the relation between pressure losses and the circulation flow rate. As the results, it is found that, when the equilibrium of the hydrodynamic system lies in the range of negative inclination of the characteristic curve, the system is unstable and the hydrodynamic oscillation is generated. In the case of forced circulation, the system is expected to be more stable than the natural circulation system, owing to the positive damping caused by the pump included in the circuit.

1. ま え が き

沸騰を伴って流れる二相流系に生ずる水力学的不安定現象は、古くは貫流ボイラの流動の安定性などでよく知られているが、沸騰水形原子炉が作られその初期の段階でいずれも特有の振動を起し、その原因の一つとして二相流系の水力学的不安定が重大な影響を与えているのではないかと考えられ、最近人々の注目をひくようになった。一方、Lottes⁽¹⁾や Levy & Beckjord⁽²⁾の実験により原子炉とは関係のない電気加熱の単一沸騰チャンネル内でも水力学的不安定が起ることがわかり、この現象が二相流系特有の振動現象であることが明らかにされ、多くの研究者がその解析を行って来た。しかし、簡単な電気加熱のチャンネル内で起る水力学的不安定現象でも、それがどのような機構で起るかということに関してはまだ定説がない。この不安定現象はボイドの周期的変動を伴い、原子炉の核系へのフィードバックに影響し、原子炉の安定上きわめて有害なものであると同時に、バーンアウトの問題とも関連して原子炉の設計およびボイラの設計上非常に

重要な問題となっている。そこで筆者は最も簡単な電気加熱の単一沸騰チャンネルを作って水力学的不安定現象の解析を行なった。

2. 従来までの研究

水力学的不安定の原因についてはいろいろの説がある。

Lottesら⁽¹⁾は電気加熱の自然循環ループで実験を行ない、(a) 出口ボイド割合が 74% 以上になると流れが不安定になる。(b) 流量とボイドの振動は降水管を絞ると止むという結果を出している。また Levy と Beckjord⁽²⁾も同じような装置を用い、パラメータを変え一連の実験を行ない、(a) 出口ボイド割合が 60% くらいでも水力学的不安定が起りうる。(b) 降水管を絞ると安定になる。(c) 強制循環にすると安定になる。(d) サブクールが大きくなると不安定になるなど重要な実験事実を示している。これらは実験が中心で理論的な説明はあまりなされていない。これらの実験事実から考えて、出口ボイド割合の限界などでは水力学的不安定現象は説明できないことがわかる。

理論的な解析では Fleck⁽³⁾や Quandt⁽⁴⁾の論文がある。Fleck は質量、エネルギー、運動量の三つの保存則から、チャンネル内のボイド分布が直線であると仮

* 昭和 37 年 4 月 2 日 第 39 期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和 37 年 5 月 11 日。

** 准員、東京大学大学院(東京都文京区本富士町 1)。

定して、入口流速と出口ボイド割合に関する方程式を導びき、位相面を用いて安定性を吟味した。基本式を非線形のまま位相面上で解析した点では大きな進歩と思われるが、水力学的不安定の原因を、チャンネル上部反射体の全運動量がチャンネル入口流速に対し逆符号に作用するためであると説明しているの、入口流速が変動すると一方的に増加または減少しなければならなくなり、周期解になることの説明があいまいであると同時に、実験事実を十分説明できない。またサブクールなしとしているため、水力学的不安定に重要な影響をもつサブクールのことが説明されていない。

Quandt は二相流そのものに不安定の原因を求め、基本式を線形化して熱量変化に対する入口流速の伝達関数を求めて安定性を吟味した。しかし水力学的不安定は一定熱量、一定サブクールのときでも起こること、降水管を絞ったり、強制循環にしたとき安定になることなどについての説明はなされていない。

一方、わが国では寺野⁽⁵⁾や杉野⁽⁶⁾の研究があり、流量と損失水頭の曲線（以下特性曲線と呼ぶ）のもつ負性抵抗に基く自励振動として説明され、水力学的不安定の原因がかなりはっきりして来た。これらの論文では特性曲線の記述関数を求め、ナイキストの判定法で自励振動の発生機構を説明しているの、前の二つに比するとかなり一般性があるように思われるが、ボイド応答の伝達関数がかなり複雑になることから、いろいろの場合についてみとおしのいいものとはいえないように思われる。

実際自然循環の場合は、平衡点はボイドによる循環水頭と損失水頭が等しくなる点であるから、熱量とサブクールを一定と仮定して定常状態での循環水頭と損失水頭を流量の関数として描き、その交点を求めれば

それが平衡点である。たとえば、第1図のように特性曲線の負の傾斜のところに平衡点があったとする。これを静的に考えるならこの平衡点は安定ということになるだろう。しかし動的に安定であるかどうかということは何も言えない。ここで動的に安定というのは、平衡点近傍での変動が時間とともに減衰して十分時間がたった後では、再びもとの平衡点に落ち着くことをいう。従来までの研究では第1図のように負の傾斜のところにある平衡点が、どうして不安定な平衡点になるかということについての力学的な説明がまだ十分なされていないように思われる。

3. チャンネル内のボイドの増減とその性質

自然循環の場合、循環力は昇水管と降水管との密度差に基くもので、それはボイドによるものと温度差による水の比重量の差によるものとからなるが、後者は前者に比して非常に小さいので無視できる。したがって循環力はチャンネル内の全ボイド容積に比例すると考えてよい。ボイド容積が増すと循環力は増し、減少すれば循環力は減少する。一方、流量がふえるとチャンネル内のボイド容積は減少し、したがって循環力は減少して流量を減少させようとする。逆に、流量が減少すると単位時間に発生するボイドが増しチャンネル内のボイド容積は増し、循環力は増加して流量を増加させようとする。したがって流量の増減に対してボイドの増減はちょうど復原力として作用していることがわかる。筆者はこれに注目して、循環流量に関する振動方程式を導びき、水力学的不安定を平衡点の力学的安定問題に帰着させてその安定性を論じた。

4. 問題の取扱いと仮定

ここで取扱うのは、第2図のように降水管1本、昇水管1本それに蒸気ドラムから成る単一沸騰チャンネル系である。昇水管に加熱器を入れ加熱する。管路は垂直に取付けられているものとする。

解析に当り次の仮定を置く。

- (1) 一様加熱とする。(2) ボイドの核系へのフィードバックは考えない。(3) 蒸気ドラムの圧力は一定とする。(4) 蒸気を持つ運動量は無視する。(5) 流体の持つ運動エネルギーは外から加わる熱エネルギーに比して小さいので無視する。(6) 物性値は飽和温度のそれを使って一定とする。(7) 流体は非圧縮性とする。

第 1 図

5. 基礎方程式の導出

基礎方程式は質量、エネルギー、運動量の三つの保存則から導びかれる。はじめに自然循環の場合を考える。降水管を下って発熱部入口にはいつて来た非飽和水は熱を受けつつ上昇し、 x_1 で飽和温度になり、それから沸騰が始まる。それ以上では蒸気と水が混合して流れる。二相流の部分は第 3 図のように、ある x 断面で管路面積の $f(x)$ の割合を蒸気が占め、 $1-f(x)$ の割合を水が占めるものとする。水と蒸気はそれぞれ $w_f(x)$, $w_s(x)$ m/s なる流速で流れており、外から単位長さ当り $q(x)$ kcal/ms なる熱量を受けているとすると、上の三つの保存則は次のように表わされる。

質量の保存則

$$\frac{\partial}{\partial t}[\gamma_s f(x) + \gamma_f \{1-f(x)\}] + \frac{\partial}{\partial x}[\gamma_s f(x) w_s(x) + \gamma_f \{1-f(x)\} w_f(x)] = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

エネルギーの保存則*

$$\gamma_s h_v \frac{\partial}{\partial t} f(x) + \gamma_s h_v \frac{\partial}{\partial x} [f(x) w_s(x)] = \frac{1}{A} q(x) + \frac{1}{J} \frac{\partial P}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (2)$$

運動量の保存則

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} [\gamma_s f(x) w_s(x) + \gamma_f \{1-f(x)\} w_f(x)] + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} [\gamma_s f(x) w_s^2(x) + \gamma_f \{1-f(x)\} w_f^2(x)] \\ = -[\gamma_s f(x) + \gamma_f \{1-f(x)\}] - \frac{\partial p(x)}{\partial x} - R(x) \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで γ_f , γ_s : 飽和水および飽和蒸気の比重量 kg/m³, h_v : 気化の潜熱 kcal/kg, A : 流路断面積 m², J : 熱の仕事当量 kg m/kcal, g : 重力加速度 m/s², P : 蒸気ドラムの圧力 kg/m², $p(x)$: x 点での圧力 kg/m², $R(x)$: x 点での単位長さ当りの摩擦その他の損失 kg/m³ である。

(1), (2), (3) 式は時間と場所に関する偏微分方程式であるが、このままでは解析が困難であること、また水力学的不安定にはループ全体の特性が関係するので、ループ全体にわたって積分して時間だけに関する常微分方程式とする。

仮定 (3) より $\partial P / \partial t = 0$ として (1), (2) 式を x につき積分すると、 $\gamma_f \gg \gamma_s$ として

$$-A \gamma_f \frac{d}{dt} \oint_L f(x) dx = A \gamma_f w_{fi} - A \gamma_f (1-f_0) w_{f0} - A f_0 \gamma_s w_{s0} \quad \dots\dots\dots (4)$$

第 2 図

第 3 図

* これは熱力学の第一法則から導びかれる。系のエネルギーの増加のうち運動エネルギーは無視してある。内部エネルギーとエンタルピーの関係を使つて書きなおすと (2) 式のように右辺に $(1/J)(\partial P / \partial t)$ が出てくる。これを 0 とするため仮定 (3) をおいた。大気圧開放でも水力学的不安定は起るのでこの仮定は妥当。

$$A\gamma_s \frac{d}{dt} \oint_L f(x) dx = \frac{Q}{h_v} \left(1 - \frac{x_1}{L}\right) - Af_0 \gamma_s w_{s0} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここで $\oint_L$ はループ一周積分を示す。また

$$\frac{x_1}{L} = \frac{A\gamma_f \Delta h w_{fi}}{Q} \quad \dots\dots\dots (6)$$

で、 x_1 は沸騰開始点 m 、 L は加熱部長さ m 、 Q は全加熱量 ($Q=qL$) kcal/s、 Δh は加熱部入口サブクール kcal/kg、 f_0 は管路出口ボイド割合、 w_{fi} は加熱部入口非飽和水流速 m/s 、 w_{f0} 、 w_{s0} は管路出口の飽和水および飽和蒸気の流速 m/s である。

$f=0$ のところは積分に関与しないので、実際には積分は二相流のところだけでよいが、後との関連上一周積分としておく。(4) 式の左辺はチャンネル内の質量の変化率で、これは加熱部入口に単位時間にはいつてくる水の質量と、単位時間に管路からドラムへ出て行く水と蒸気の質量との差に等しい。(5) 式の左辺はチャンネル内のボイドの増加率で、それは沸騰部で単位時間に発生するボイド量(右辺第1項)から、単位時間に管路からドラムへ出て行って失われるボイド量(右辺第2項)との差に等しく、これが正であれば、チャンネル内のボイドはふえつつあり、負であれば減少しつつあることを示す。(4)、(5) 式において

$$H = \oint_L f(x) dx \quad \dots\dots\dots (7)$$

とおけば、 AH はチャンネル内全ボイド容積、 $A(\gamma_f - \gamma_s)H \doteq A\gamma_f H$ は循環力で H は循環水頭である。(4)、(5) 式は同じ $\oint_L f(x) dx$ を含み、しかも(4)、(5) 式は同時に成り立たねばならない。これは Q 、 Δh 、 w_{fi} が与えられたとき出口での流速 w_{f0} 、 w_{s0} が勝手な値を取りえないことを示す。ここですべり率 $\lambda (=w_{s0}/w_{f0})$ を導入して、(4)、(5) 式より w_{f0} 、 w_{s0} を消去すると

$$A \frac{dH}{dt} = \frac{Q}{\gamma_s h_v} \left(1 - \frac{x_1}{L}\right) - f_e \left\{ \frac{Q}{\gamma_s h_v} \left(1 - \frac{x_1}{L}\right) + V \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここで $V = Aw_{fi}$ でこれは循環流量 m^3/s である。また f_e は

$$f_e = f_0 / \left(f_0 + \frac{\gamma_s}{\gamma_f} f_0 + \frac{1-f_0}{\lambda} \right) \doteq f_0 / \left(f_0 + \frac{1-f_0}{\lambda} \right) \quad \dots\dots\dots (9)$$

で定義されるもので等価出口ボイド割合と呼ぶことにする。 f_e は f_0 と同じ性質のもので $\lambda=1$ では $f_e = f_0$ 、 $\lambda \rightarrow \infty$ では $f_e \rightarrow 1$ となり、これは水が流れていない場合に当る。 f_e を用いると $\lambda=1$ としたときと全く同じ式となり、水と蒸気は常に一体となって流れていると考えることができる。 $\lambda > 1$ では $f_e > f_0$ となり、

λ が1より大きくなったことは、それだけ出て行く蒸気の量がふえたことで、等価的には、出口のボイド割合がふえたことに相当する。(8) 式で $x_1/L \geq 1$ では、沸騰が起きないから、 $(1-x_1/L) < 0$ となったらすべてこれを0とおくものとする。(8) 式の右辺の符号を変えたものを ϕ とおくと、(8) 式は次のように書ける。

$$A \frac{dH}{dt} = -\phi(V, Q, \Delta h, f_e) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで

$$\phi = - \left\{ f_e + (1-f_e) \frac{\gamma_f \Delta h}{\gamma_s h_v} \right\} V + \frac{Q}{\gamma_s h_v} (1-f_e) \quad \dots\dots\dots (11)$$

である。(10) 式が循環水頭の変化を規定する方程式である。

次に、(3) 式の左辺第1項の積分において蒸気を持つ運動量を無視し水だけの持つ運動量を計算する。二相流の部分では水の流速は変化するが、降水管部の持つ運動量に比して、その変化が流体の全運動量に寄与する値は小さいので、流速は循環流量 $V = Aw_{fi}$ で代表させると次のように近似できる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \frac{d}{dt} \oint_L [\gamma_f \{1-f(x)\} w_f(x)] dx \\ \doteq \gamma_f \frac{d}{dt} \left(V \oint_L \frac{dx}{gA} \right) = \gamma_f m \frac{dV}{dt} \end{aligned}$$

ここで、 $m = \oint_L dx/gA$ s^2/m^2 、これは管路の慣性を示すもので管路定数と呼ぶことにする⁽⁷⁾。また

$$\begin{aligned} - \oint_L [\gamma_s f(x) + \gamma_f \{1-f(x)\}] dx \\ = \gamma_f \oint_L f(x) dx = \gamma_f H \\ \oint_L \frac{\partial p(x)}{\partial x} dx = 0 \end{aligned}$$

となる。次に

$$\begin{aligned} \gamma_f \Psi(V, Q, \Delta h) = \oint_L R(x) dx \\ + \oint_L \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\gamma_s}{g} f(x) w_s^2(x) \right. \\ \left. + \frac{\gamma_f}{g} \{1-f(x)\} w_f^2(x) \right] dx \end{aligned}$$

とおけば、右辺第1項が摩擦その他の損失*、第2項が加速損失であるから、 Ψ はこの管路全体での全損失水頭となる。よって次の式を得る。

$$m \frac{dV}{dt} = H - \Psi(V, Q, \Delta h) \quad \dots\dots\dots (12)$$

(10)、(12) 式が単一チャンネル系の水力学的不安定を論ずる基礎方程式である。

* 摩擦損失の他に管の曲り断面変化および入口出口の諸損失を含めて考える。

6. 水力学系の平衡点とその安定性

水力学系の平衡点は, (10), (12) 式で $dH/dt=0$, $dV/dt=0$ を満たす点である. この点での流量を V_0 とすると

$$\left. \begin{aligned} \phi(V_0, Q, \Delta h, f_e) &= 0 \\ H &= \Psi(V_0, Q, \Delta h) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となる. すなわち, 平衡点では, 単位時間に発生するボイドはちょうど管路から出て行くボイドに等しく, かつ, 循環水頭は損失水頭に等しい. 平衡点は, H と Ψ の曲線の交点で与えられる. H , Ψ , ϕ はいずれも V , Q , Δh の関数となるが, 水力学的不安定は, 一定熱量, 一定サブクールするときでも起るので, Q , Δh は一定と仮定しても, 水力学的不安定の本質を見失うことはない. したがって, これらはいずれも V だけの関数と考えることができる. そこで Q を一定とし V を変数, Δh をパラメータとして, 定常状態での H^* と $\Psi^{(9)}$ の曲線を描くと第 4 図のようになる. 入口サブクール Δh が小さいときは, Ψ は単調増加関数となるが, Δh が大きくなると, 極大極小点が生じ負の傾斜を有する部分ができて, そこに平衡点が来るようになる. 第 4 図の A および B なる平衡点が動的に安定であるかどうかを調べるために, 平衡点近傍の振動の状態を調べてみる.

$V = V_0 + v$ とおいて, $\phi(V_0 + v, f_e) = \phi(v, f_e)$, $\Psi(V_0 + v) = \Psi(v)$ と書くと, (10), (12) 式は,

$$A \frac{dH}{dt} = -\phi(v, f_e) \dots\dots\dots (14)$$

$$m \frac{dv}{dt} = H - \Psi(v) \dots\dots\dots (15)$$

となる. (15) 式を t で微分して, (14) 式を使って dH/dt を消去すると,

$$m \frac{d^2 v}{dt^2} + a(v) \frac{dv}{dt} + \frac{1}{A} \phi(v, f_e) = 0 \dots\dots\dots (16)$$

となる. ただし $a(v) = d/dv \phi(v)$ である.

ところで, $\phi(v, f_e)$ は平衡点の近傍で考えると, f_e が v の微小変動に対してそれほど敏感でないので, 微小な v に対して

$$\phi(v, f_e) \doteq \{f_e + (1-f_e)\gamma_f \Delta h / \gamma_s h_v\} v$$

と近似できる. f_e の物理的性質から, $\{f_e + (1-f_e) \times \gamma_f \Delta h / \gamma_s h_v\} > 0$ であるから,

$$\left. \begin{aligned} v > 0 \quad \phi(v, f_e) > 0 \quad dH/dt < 0 \\ v = 0 \quad \phi(v, f_e) = 0 \quad dH/dt = 0 \\ v < 0 \quad \phi(v, f_e) < 0 \quad dH/dt > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

となる. すなわち流量がふえると $dH/dt < 0$ となり循

* H の曲線は (1), (2) 式の定常解から求める.

第 4 図

環力は減少し, 逆に, 流量が減少すると $dH/dt > 0$ となり循環力は増加する. $\phi(v, f_e)$ は正の復原力を与えている. したがって (16) 式は, v についての振動方程式となっており, 第 1 項が慣性項, 第 2 項が減衰項で特性曲線の傾斜 $a(v)$ が減衰係数となり, これは v の関数である. また第 3 項が復原項である. 流量が変わればもちろん, f_e も変って来るからばね定数に相当するものは一定ではないわけで, それを示すため f_e をパラメータとして入れておく. しかし復原力としての性質は保たれる. なお, (17) 式からわかるように, $\phi(v, f_e)$ は正の復原力を与えるのでこの系は静的には安定である⁽⁹⁾.

以上の考察と振動学の教えにより⁽⁹⁾ (16) 式は,

$$a(v)_{v=0} = \Psi'(V_0) > 0 \dots\dots\dots (18)$$

であれば安定な解をもち, 平衡点近傍の変動はすべて時間とともに減衰して動的にも安定である. したがって, 第 4 図 B 点のように特性曲線の正の傾斜のところにある平衡点は安定な平衡点である. また

$$a(v)_{v=0} = \Psi'(V_0) < 0 \dots\dots\dots (19)$$

であれば (16) 式は不安定な解をもち, 平衡点近傍のどんな小さな変動でも時間とともに大きくなり, もとの平衡点に落ち着くことはない. すなわち, 動的に不安定である. したがって第 4 図 A 点のように特性曲線の負の傾斜のところにある平衡点是不安定な平衡点であることが結論される.

7. 振動系のエネルギーと周期解

振動が成長するためには, 振動系にエネルギーが与えられねばならない. いま振動系の 1 サイクルごとのエネルギーの増加を E とすると E は,

$$E = - \oint a(v) \frac{dv}{dt} dv = - \oint a(v) \left(\frac{dv}{dt} \right)^2 dt \dots\dots (20)$$

で与えられる。 $a(v) > 0$ であれば $E < 0$ となり、1サイクルごとに系のエネルギーは減少して最後には平衡点に落ち着いてしまう。もし $a(v) < 0$ であれば $E > 0$ となり、振動系のエネルギーは1サイクルごとに増加し、振幅は大きくなっていく。振動系には負性抵抗を通じてエネルギーが注入されるわけで、これが振動を成長させるものである。 $a(v) < 0$ である限り振幅は増大する。しかし $|v|$ が十分大きくなると特性曲線の性質から必ず $a(v) > 0$ となるところに至るので、そこでは $E < 0$ となる。すなわち、大振幅の振動は減衰的である。そして1サイクル中でのエネルギーの出入りがちょうど等しくなると、 $E = 0$ となるところで一定振幅、一定周期の定常振動となる。

8. 位相面上での解析

循環水頭 H と流量 v との関係をよりめいりようにはあくするために、 $H-v$ 平面上で状態点の動きを追跡してみる。(14), (15)式から

$$dH = -\frac{1}{A} \varphi(v, f_e) dt \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$dv = \frac{1}{m} \{H - \phi(v)\} dt \quad \dots\dots\dots (22)$$

これより dt を消去して

$$\frac{dH}{dv} = -\frac{m}{A} \frac{\varphi(v, f_e)}{H - \phi(v)} \quad \dots\dots\dots (23)$$

を得る。(23)式は時間 t を含まず H と v の関係のみを示す。等傾線法により状態点の動く方向を考えると、 $H = \phi(v)$ 上では、 $dH/dv \rightarrow \infty$ となり、 $H-v$ 平面上で状態点は特性曲線上を H 軸に平行に横切る。 $v = 0$ では、 $\varphi(v, f_e) = 0$ だから $dH/dv = 0$ となり、状態点は $v = 0$ のところを v 軸に平行に横切る。 $v > 0$ では、特性曲線の上方で $dH/dv < 0$ 、下方で $dH/dv > 0$ 。また $v < 0$ では、特性曲線の下方で $dH/dv < 0$ 、上方

第 5 図

で $dH/dv > 0$ となる。状態点は平衡点のまわりを時計方向にまわる。

まず、特性曲線の正の傾斜のところに平衡点がある場合。第5図で、はじめ、状態点が A_0 にあったとする。ここでは $v = 0$ であるから、この瞬間では $dH/dt = 0$ であり、循環水頭は変わらないが、 $H - \phi(v) > 0$ であるから水は加速される。 Δt 時間後に $\Delta v (> 0)$ だけ流量が増したとすると $dH/dt < 0$ となり、この間に循環水頭は(21)式から定まる ΔH だけ減少して、 Δt 時間後に状態点は A_1 点に来る。 A_1 点で状態点が進む方向は、(23)式の v のところに Δv を代入したもので定まる。このような操作を続けていけば、 A_0 から始まった状態点の軌跡 $A_0 A_1 A_2 \dots$ を追跡することができる。これは A_0 から始まる一つの連続な曲線となり、第5図に示すようにもとの平衡点へ落つき系は安定である。

特性曲線の負の傾斜のところに平衡点がある場合は、第6図に示すように平衡点のごく近傍の A_0 から始まる状態点は前と同じ操作を行なうと、平衡点のまわりを時計方向にまわりながら、一定の閉曲線 C (リミットサイクル)に収束する。 C の外側の点 D から始まる状態点も、やはり、同じ閉曲線 C に収束する。状態点が C を一周する時間は定常振動の周期を与え、 C

第 6 図

第 7 図

の H , v 軸への射影は循環水頭および流量の振幅を与える。

つぎに、特別の場合として m/A が非常に小さい場合、すなわち、慣性項の影響が減衰項や復原項に比して非常に小さいときは、特性曲線のごく近傍を除いては、 $dH/dv \approx 0$ とみなすことができ、状態点はほとんど水平に、特性曲線の上方では右に、下方では左に動く。状態点が特性曲線のごく近傍にあるときは、 dH/dv は有限値をとり特性曲線から離れると、特性曲線に近づく方向に向くから、 $m \rightarrow 0$ の極限では第 7 図のようなリミットサイクルとなる。 $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$ 間は、流量はほとんど跳躍的に変化する。したがって、 $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$ 間を通過する時間を 0 として、 $\widehat{BC}$, $\widehat{DA}$ 間を状態点が動く時間を 1 周期としてもさしつかえない。この場合周期は

$$T = A \left[- \int_B^C \frac{a(v)}{\varphi(v, f_e)} dv - \int_D^A \frac{a(v)}{\varphi(v, f_e)} dv \right] \quad \dots\dots\dots (24)$$

で与えられる。

逆に m/A が非常に大きいとき、すなわち慣性項の影響が減衰項や復原項に比して非常に大きいときは、振動は正弦波に近づき、周期は系の固有振動周期に近づく。振動の振幅は (20) 式で $E=0$ となる振幅として求められる。また (16) 式で $a(v) = \alpha - \beta v^2$ と近似すれば、振幅は $2\sqrt{\alpha/\beta}$ となる⁽¹⁰⁾。

以上では熱的慣性を無視して来たが、熱的慣性の影響が大きい場合、たとえば、低出力の場合とか、サブクールが大きい場合など、ひとたび流量が増加すると管路内のボイドを全部押流してしまって、たとえば第 7 図の C 点まで流量が減少して来ても、直ちに沸騰が起らず水だけで流れている状態が長く続く場合がある。ボイドが押流されてしまって沸騰が起らないときは、負のボイドはないから $H=0$, かつ $dH/dt=0$ である。沸騰が起っていないときは Ψ は第 8 図の点線の値をとるが、 $dv/dt < 0$ であるから、状態点は v 軸上

第 8 図

を左方へ動く。しかし流量が減少していくと、やはり沸騰が始まるので $dH/dt > 0$ となり、状態点は v 軸から離れる。沸騰が起ると抵抗のほうもふえるので、 v 軸から垂直に上方には行かず、 $dv/dt > 0$ となるまでは流量は減少して第 8 図の C_I のようなリミットサイクルとなる。

さらにボイドの発生がおくると状態点は原点 O へ達する。原点 O は加熱を行っていないときの平衡点で水は流れず、ボイドも発生しない場合に相当する。加熱を行なっているときはたとえ原点まで来ても、原点は平衡点でないから有限時間内に再びボイドが発生し始め、 $dH/dt > 0$ となり H は増加し、 OAC のような軌道をたどり C_{II} のようなリミットサイクルとなる。熱的慣性が大きくなればなるほど振動の周期は長くなり、振幅も大きくなる。

また、たとえ特性曲線に負の傾斜のところがあっても、負の傾斜のところに平衡点がなく、正の傾斜のところであれば不安定にならないことはいうまでもない。

9. 強制循環の場合

強制循環の場合は、ポンプは管路に直列にはいるのでポンプの流量も、加熱部にはいる流量も同一で、ポンプの特性は運動量の式にはいつてくる。これは自然循環の場合、(3) 式の積分で $\oint_L [\partial p(x)/\partial x] dx = 0$ としたが、ポンプを加えた場合はポンプの水頭を加えたものがちょうど 0 となるからである。すなわち

$$\oint \frac{\partial p(x)}{\partial x} dx + \gamma_f F(V) = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

である。ここで $F(V)$ はポンプの特性で H と同じ単位で示す。 $F(V)$ が、たとえば、第 9 図のような特性をもつものとする、運動量の式は

$$m \frac{dV}{dt} = H + F(V) - \Psi(V) \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。 dH/dt のほうはそのままである。前と同様な論法により、平衡点からの変動 v についての式に書き

第 9 図

て dH/dt を消去すると,

$$m \frac{d^2 v}{dt^2} + \{a(v) - f'(v)\} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{A} \varphi(v, f_0) = 0 \quad \dots\dots\dots(27)$$

となる. ここで $f(v) = F(V_0 + v)$ で, $f'(v)$ は $f(v)$ を v について微分したものである. したがって v について安定な解をもつためには,

$$\{a(v) - f'(v)\}_{v=0} = \{\Psi'(V_0) - F'(V_0)\} > 0 \quad \dots\dots\dots(28)$$

でなければならない. ポンプを第9図の V_0 のように特性曲線の右下がりのところで使用していれば, $-f'(v) > 0$ であるから, 系に正の減衰を与え系を安定化させることになる. たとえ $a(v) < 0$ であっても, $-f'(v) > 0$ によって負の値が打消されて安定になるわけである. しかしポンプを加えても $\{\Psi'(V_0) - F'(V_0)\} < 0$ となれば水力学的不安定が起りうる.

10. 降水管に絞りを入れた場合

この場合もポンプの場合と同様に, 絞りの特性が運動量の式にはいつてくる. 絞りの特性を $S(V)$ とすると運動量の式は,

$$m \frac{dV}{dt} = H - \Psi(V) - S(V) \quad \dots\dots\dots(29)$$

となる. 平衡点からの変動 v についての式に書いて dH/dt を消去すれば

$$m \frac{d^2 v}{dt^2} + \{s'(v) + a(v)\} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{A} \varphi(v, f_0) = 0 \quad \dots\dots\dots(30)$$

となる. ただし, $s(v) = S(V_0 + v)$ で $s'(v)$ は s を v に関して微分したものである. v について安定な解を持つためには,

$$\{s'(v) + a(v)\}_{v=0} = S'(V_0) + \Psi'(V_0) > 0 \quad \dots\dots(31)$$

でなければならない. 一般に絞りによる圧力降下は流量に関して単調に増加するから, $s'(v) > 0$ である. したがって絞りは系に正の減衰を与え系を安定化させる働きをもつ. しかし絞りを入れても $S'(V_0) + \Psi'(V_0) < 0$ となれば水力学的不安定が起りうる.

11. む す び

以上沸騰チャンネル系の水力学的不安定現象のうち, 単一チャンネルの場合を解析した. 循環流量に関する振動方程式を導びくことにより, 平衡点の安定問題に帰着させ, 水力学的不安定を平衡点近傍の力学的不安定性に基く自励振動として論じた. これによると, いままで実験的に認められた現象に一貫した説明を与えることができる.

水力学的不安定を論ずる場合, ボイドの発生そのものが不安定であり, 流量の変動は付随的に起るものであるという説があるが, これは逆のようである. 二相流の部分だけでなく, 系全体をひっくり返して考えなければいけないと思われる. そうでないと, 強制循環にしたり, 降水管に絞りを入れたとき, どうして安定化されるかということが説明できなくなる.

ボイラや原子炉など, 実在のものでは, 1自由度の単一チャンネル系というものはほとんどなく, 多自由度の並列チャンネル系である. しかし, このような多自由度系を論ずる基礎として, 1自由度の場合はやはり重要である. 多自由度系となると, 解析は困難になるので, 次報にゆずる. また管路は本来は集中定数のものではなく, 分布定数として扱わねばならないが, これについては後の機会に述べる.

終りに, 本研究を行なうに当り終始御指導を賜わった東京大学工学部 藤井教授に厚くお礼申上げる.

文 献

- (1) P.A. Lottes, et al, 2nd U.N. Inter. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, (1958), P/1983.
- (2) S. Levy & E.S. Beckjord, ASME paper 60-HT-27 (1960).
- (3) J.A. Fleck, J. Nuclear Energy, 11-2/4 (1960-2), 114.
- (4) E.R. Quandt, 4th National Heat Transfer Conf., (1960-8).
- (5) 寺野, 第10回応用力学連合講演会論文抄録集, N(昭35-9), 37.
- (6) 杉野, 機械学会誌, 64-508 (昭 36-5), 736.
- (7) 藤井, 機械学会論文集, 13-44 (昭 22-5), 184.
- (8) R.C. Martinelli & D.B. Nelson, Trans. ASME, 70 (1948), 695.
- (9) Den Hartog, Mechanical Vibration, (1956), 238, McGraw-Hill.
- (10) 古屋・南雲, 非線形振動論 (岩波現代応用数学講座), B.6-b. 岩波書店.