539.433:539.389.4

二段二重重複繰返し応力の疲れに関する研究*

(第2報, 疲れ寿命と塑性ひずみおよび弾性履歴エネルギーとの関係)

河本 実**, 田中 道七***,

柴田俊忍****, 唐橋芳徳*****, 瀬戸達雄*****

Some Studies on the Fatigue Life under Double Stresses

(2nd Report, The Relation of Plastic Strain and
Elastic Hysteresis Energy to Fatigue Life)by Minoru KAWAMOTO, Tsuneshichi TANAKA,
Toshinobu SHIBATA, Yoshinori KARAHASHI, and Tatsuo SETO

In this paper, the relation between the fatigue lives and the plastic strains during all of the fatigue lives was investigated under the double stresses on the 0.55 C carbon steel. When the primary stress σ_1 is larger than the secondary stress σ_2 , the plastic strain on the secondary stress ϵ_{p2} is larger than the plastic strain on the mono stress level ϵ_p , and $\epsilon_{p2} < \epsilon_p$ for $\sigma_1 < \sigma_2$, and this phenomenon is analogous to the phenomena of the fatigue lives under the double stresses. Moreover, the phenomena of the plastic strains during all of the fatigue lives on the secondary stress are very different from those on the mono stress level. The relation between the elastic hysteresis energy and the fatigue life under the double stresses was also investigated.

1. 緒 言

著者らは先に、試験片に繰返し荷重を与えた場合、試験片に生ずる変形を 2000 倍強に拡大する装置を作
り⁽¹⁾⁽²⁾、これを用いて両振り引張圧縮疲れ試験を行な
い、疲れの進行に伴って現われるひずみの変化を測定
した。そのひずみを用いて弾性履歴と疲れ強さ⁽¹⁾、弾
性履歴エネルギーと疲れ強さ⁽²⁾⁽³⁾の関係を求めてきた。
それによると、疲れ寿命の 50% のところにおける塑
性ひずみ ϵ_p と破断までの繰返し数 N 、および弾性履
歴エネルギー $w(w=4\sigma\epsilon_p)$ と N との間には

$$\epsilon_p \cdot N^\alpha = C \quad (\alpha, C \text{ 定数}) \dots\dots\dots (1)$$

$$w \cdot N^\beta = C \quad (\beta, C \text{ 定数}) \dots\dots\dots (2)$$

なる関係が成立することが明らかになった。(1)式な
る関係はすでに多くの研究者が導いているが^{(4)~(12)}、
定数 α, C は実験方法、材料等によって異なってい
る。しかし既報⁽³⁾のごとく種々の炭素鋼および Cr-Mo-
V 鋼で α および β の値は一定であり、 C の値が材

料によって異なったものであることから、(1)、(2)
式の α および β は試験方法(引張り、圧縮、曲げ、
ねじりとか試験機の種類、ひずみ測定装置等)による
定数であろう。

材料が応力の繰返しを受ける時には、わずかではあ
るが塑性ひずみが生じ、このため応力繰返しの 1 サイ
クルにおいて応力-ひずみのヒステリシスループを描
く。そのヒステリシスループで囲まれた面積はエネル
ギの次元を有し、応力繰返し 1 サイクルで材料に与え
られた単位体積当りの仕事の量を表わしている。この
仕事の大半は熱となって外部に逃げ、残りは材料内部
に蓄積され組織の変化を起し、これが疲れの進行を促
進するものと考えられる。(2)式における弾性履歴エ
ネルギー w はもちろん応力繰返しによって外部から受
ける仕事の平均的な意味を持っているに過ぎない。
したがって、応力繰返しに伴う各サイクルの弾性履歴
エネルギーの変化を考慮する必要があるが、本研究に
おいては前報⁽²⁾⁽³⁾同様繰返し数比 50% のところにお
ける弾性履歴を考慮する。材料の応力履歴のいかに
かわらず w と N の間に(2)式で示す関係が成立
し、 α, β あるいは C が一定に保たれるかどうかは

* 昭和 37 年 4 月 2 日 第 39 期通常総会講演会において論文講
演として講演、原稿受付 昭和 36 年 11 月 27 日。

** 正員、京都大学工学部。

*** 正員、立命館大学理工学部。

**** 准員、京都大学工学部(京都市左京区吉田本町)。

***** 学生員、立命館大学理工学部。

疑問である。たとえば二段二重重複疲れ試験において一次応力が二次応力より小さい時には、一般に破断までの繰返し数が直線被害法則によって計算される繰返し数より大になるという結果⁽¹³⁾を(2)式の関係で説明できるであろうか。

前報⁽¹⁴⁾においては材料として黄銅を選んで二段二重重複ねじり疲れ試験を行ない、一次応力から二次応力に切換えた時および二次応力を 10^5 回繰返しした後におけるヒステリシスループを測定し、材料の巨視的性質に及ぼす一次応力の繰返しの影響と疲れ寿命の関係を追求した。しかしこれによると材料の巨視的な性質は一次応力の繰返しによる材料の硬化の度合を示すのみで、二段二重重複疲れ試験結果を直接的に説明するにはあまりにも複雑な挙動を示した。またヒステリシスループの囲む面積は一次応力の大きさ、繰返し数によって変化している。そのため、二次応力での寿命が極端に増大するところで、疲れ寿命が短いところよりもヒステリシスループが大になるという結果も出た。このことは応力一段の応力繰返しにおいて成立した(1)式あるいは(2)式が二段二重重複疲れ試験においては成立しないということを示唆するのではなかろうか。

本研究においては前述のひずみ測定装置を用いて、二段二重重複引張圧縮疲れ試験を行ない、二段二重重複疲れ試験における疲れに伴うひずみ変化の挙動、および弾性履歴エネルギーと疲れ寿命の関係を求めた。S-N 曲線、 ϵ_p -N 曲線および w -N 曲線より疲れ被害曲線を求めこれらを比較し、最後に二段二重重複疲れ試験の結果を w と N の関係で表わす方法を試みた。

2. 試験材料、試験片形状および試験方法

本研究に用いた材料は 0.55 %C 炭素鋼で、その化学成分を第 1 表に、熱処理および機械的性質を第 2 表に示した。材料は焼なまし後機械加工した。試験片の形状および寸法を第 1 図に示した。なお本材料の応力一段での引張圧縮疲れ試験はすでに行なっており⁽³⁾、

第 1 表 材料の化学成分 (%)

C	Si	Mn	P	S
0.55	0.21	0.59	0.027	0.036

第 2 表 熱処理と材料の機械的性質

熱 処 理	上降伏点 σ_{S0} kg/mm ²	下降伏点 σ_{Su} kg/mm ²	引張強さ σ_B kg/mm ²	真破断力 σ_T kg/mm ²	伸び ϕ %	絞り ϕ %
800°C 1 時 間 焼なまし	34.6	34.2	71.2	98.1	25.0	32.9

本論文ではその結果をも用いた。

使用した試験機は Haigh 式引張圧縮疲れ試験機で、繰返し速度は 1800 c/min である。実験はすべて両振りで行なわれ、常温の下で行なわれた。ひずみの測定装置についてはすでに詳しく報告した⁽¹⁾⁽²⁾のでここには省略する。試験片にロンパスを取付ける位置は第 1 図の直径 10 mm の部分である。ひずみを計算する場合に必要なとする試験片の標点距離としては、平行部分両端の丸み部分を弾性的に平行部分直径と同一の直径に引き直した場合の長さを平行部分に加え、これを有効標点間距離とした。

ひずみ測定装置によって測定したひずみ ϵ は弾性ひずみ ϵ_e と塑性ひずみ ϵ_p を含んでいる定応力試験であるから、弾性係数 E を各試験片について測定することによって ϵ_e を求め、 ϵ から差引いた値を塑性ひずみ ϵ_p とする。したがって前報⁽¹⁴⁾の残留ひずみとは本質的に異なった値である。次に弾性履歴エネルギー w としては緒言に述べたごとく

$$w = 4\sigma\epsilon_p \dots\dots\dots (3)$$

とする。この値は前報⁽¹⁴⁾に述べたヒステリシスループの囲む面積 S とは本質的には異なっているが、ヒステリシスループの形状が疲れの進行とともに著しく変化しないとすれば、 w と S とどちらで論じても一般性は失われないといえる。ヒステリシスループの形状が著しく変化するのは、破断直前試験片に目に見えるき裂が生じた後⁽¹⁵⁾であり、定応力試験ではこのようなき裂発生後の繰返し数は少ないから、疲れ寿命の大部分を通して w の挙動と S の挙動とはほぼ比例するとみなしてよいであろう。なお二段二重重複疲れ試験における弾性履歴エネルギーの値としては、疲れ寿命(一次および二次応力ではそれらの繰返し数)の半分の繰返し数における塑性ひずみを用いて(3)式で計算した。以下に述べる ϵ_p および w はすべてこのようにして求めたものである。

3. 実験結果およびその考察

応力一段階の試験結果を第 3 表に示した。同結果の応力-破断までの繰返し数 (S-N) 曲線を第 2 図に示した。黒丸は前報⁽³⁾の結果であり、白丸 4 点は本研究

第 1 図 試験片の形状および寸法

で求めた結果である。同図において二つの結果はほとんど平行な二つの直線で表わされ、黒丸が応力値で 1.9 kg/mm^2 高くなっている。この差異は、試験機の荷重検定および実験者が変わったことによるものと考えられる。もちろん本論文では本研究で求めた白丸で表わされる応力を採用する。第3図は応力一段の場合の塑性ひずみ ϵ_p の応力繰返し数 n に対する変化のようすを示したものである。応力繰返しに伴って塑性ひずみは若干増加する傾向を示すがその変化は微少である。応力 23 kg/mm^2 ではかなりばらついているが、これは応力が高いために材料が不安定な状態にあるためであろう。第3表に示した塑性ひずみは破断までの繰返し数の50%の繰返しとところの塑性ひずみを示したもので、この ϵ_p と破断までの繰返し数 (ϵ_p - N) 曲線を第4図に、弾性履歴エネルギーと破断までの繰返し数 (w - N) 曲線を第5図に示した。第4図および第5図において黒丸は既報⁽³⁾の結果であり、白丸は本研究で求めた結果である。また ϵ_p - N 曲線および w - N

曲線は(1),(2)式にこだわることなく、実験点のほぼ中心を通るように描いた。 S - N 曲線に比較して ϵ_p - N 曲線および w - N 曲線では白丸と黒丸はよく一致し一つの曲線に載っており、ひずみの測定値は試験機の検定、実験者の相違等による誤差がないことを示している。

第4表に二段二重重複疲労試験の結果を示した。一次応力 σ_1 、二次応力 σ_2 には $21, 22$ および 23 kg/mm^2 を選び、かつ一次応力の繰返し数 n_1 としては第2図の S - N 曲線より求めた破断までの繰返し数 N_1 の $1/2, 1/6$ および $1/20$ とした。 S - N 曲線より求めた疲

第3表 応力一段の引張圧縮疲れ試験結果

応力 σ kg/mm^2	破断までの繰返し数 N	寿命50%のところの塑性ひずみ ϵ_p %	弾性履歴エネルギー w kg mm/mm^3
23	0.94×10^5	0.0560	0.0515
22	5.84×10^5	0.0336	0.0295
21	47.3×10^5	0.0192	0.0161
20	$>10^7$	0.0114	0.0091

第2図 応力一段における S - N 曲線

第3図 応力一段の塑性ひずみの繰返し数に伴う変化

第4図 応力一段の ϵ_p - N 曲線

第5図 応力一段における w - N 曲線

第6図 S - N 曲線より求めた疲れ被害曲線

れ被害曲線を第 6 図に示した。なお第 4 表の n/N_s は S-N 曲線より求めた一次および二次応力の繰返し数比を示している。第 4 表の n/N_s を見れば $\sigma_1=22$, $\sigma_2=23 \text{ kg/mm}^2$, $n_1/N_1=0.05$ の試験片では $n_2/N_2=6.96$ となり普通の疲れ被害の表わし方では表わせないので、第 6 図では n_2/N_2 を対数で表わして、縦軸に示した。第 6 図より $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合には例外なく直線被害法則より求められる疲れ寿命より疲れ寿命は増大しているが、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合には $\sigma_1=22$, $\sigma_2=21 \text{ kg/mm}^2$ の 2 点および $\sigma_1=22$, $\sigma_2=20 \text{ kg/mm}^2$ の 1 点、計 3 点を除いて $\sum (n_i/N_{Si}) < 1$ となっている。またこれら 3 点の例外は二次応力において繰返し数が 10^7 を越えている。第 2 図より判断して耐久限度 (10^7) に近いために生ずるばらつきによるものと考えている。第 6 図の疲れ被害曲線では一次応力の大きさによる差はあまり見られず、このことは前報⁽¹⁴⁾ のねじり試験における結果と一致している。ただ $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合の寿命の増加はねじりの結果に比較して引張圧縮の結果は大であり、本材料の引張圧縮試験では一次応力

の繰返しが二次応力での疲れ寿命に及ぼす影響の大であることを示すものであろう。

第 7, 8 および 9 図は二段二重重複疲れ試験における応力繰返しに伴う塑性ひずみの変化を、横軸に繰返し数比をとって示したものである。ただし一次応力側の繰返し数比とは一次応力繰返し数 n_1 に対する塑性ひずみ測定時の繰返し数 n の比である。二次応力側の繰返し数比とは二次応力に切換えてから破断までの繰返し数 n_2 に対する塑性ひずみ測定時の二次応力に切換えた後の繰返し数 n の比である。第 7 図は $\sigma_1=23 \text{ kg/mm}^2$, 第 8 図は $\sigma_1=22 \text{ kg/mm}^2$ および第 9 図は $\sigma_1=21 \text{ kg/mm}^2$ に対するものである。これら 3 図において白丸は応力一段の時の塑性ひずみの変化を一次応力側に記入したものであるが、白丸の ϵ_p-n/N の変化の挙動と、二段二重重複疲れ試験の一次応力側の ϵ_p-n/n_1 の変化の挙動の間には著しい差はないようである。第 7 図の $\sigma_1=23 \text{ kg/mm}^2$ の場合に一次応力側の塑性ひずみの値が非常にばらついているが、これは前述のごとく、応力が高いために生ずる材料の

第 4 表 二段二重重複疲れ試験結果

	応 力 σ_1, σ_2 kg/mm^2	繰 返 し 数 n_1, n_2	S-N 曲線より $n_1/N_{S1}, n_2/N_{S2}$	塑 性 ひ ず み $\epsilon_p \%$	ϵ_p -N 曲線より $n/N_{\epsilon p}$	弾性履歴エネルギー w kg mm/mm^3	w-N 曲線より n/N_w
一 次	22	1×10^5	0.17	0.0312	0.185	0.0276	0.122
二 次	23	2.52 "	2.68	0.0508	1.812	0.0467	1.604
一 次	22	1 "	0.17	0.0320	0.200	0.0291	0.162
二 次	21	>98.8 "	>2.08	0.0187	>2.464	0.0157	>1.980
一 次	22	3 "	0.50	0.0350	0.792	0.0308	0.602
二 次	21	18.2 "	0.38	0.0190	0.479	0.0160	0.387
一 次	22	3 "	0.50	0.0297	0.480	0.0261	0.345
二 次	23	3.46 "	3.68	0.0463	1.955	0.0426	1.730
一 次	22	3 "	0.50	0.0287	0.424	0.0252	0.315
二 次	20	>100 "	>1	0.0130	>1	0.0104	>1
一 次	22	1 "	0.17	0.0218	0.050	0.0192	0.042
二 次	21	>100 "	>2.18	0.0134	>1	0.0113	>1
一 次	22	0.3 "	0.05	0.0214	0.014	0.0188	0.015
二 次	23	6.54 "	6.95	0.0337	1.522	0.0310	1.310
一 次	22	0.3 "	0.05	0.0460	0.166	0.0405	0.133
二 次	21	18.08 "	0.38	0.0241	1.360	0.0202	0.940
一 次	23	0.46 "	0.50	0.0850	1.070	0.0782	1.026
二 次	22	1.04 "	0.18	0.0500	0.697	0.0440	0.574
一 次	23	0.46 "	0.50	0.0618	0.517	0.0569	0.510
二 次	21	0.92 "	0.02	0.0259	0.092	0.0218	0.058
一 次	23	0.16 "	0.17	0.0710	0.250	0.0652	0.245
二 次	22	2.14 "	0.37	0.0368	0.665	0.0324	1.070
一 次	23	0.16 "	0.17	0.0491	0.107	0.0452	0.094
二 次	21	28.14 "	0.59	0.0187	0.702	0.0157	0.663
一 次	21	23.6 "	0.50	0.0200	0.797	0.0168	0.612
二 次	22	13.02 "	2.23	0.0286	1.830	0.0252	1.303
一 次	21	7.8 "	0.17	0.0212	0.346	0.0178	0.248
二 次	23	1.28 "	1.36	0.0620	1.450	0.0570	1.420
一 次	21	23.6 "	0.50	0.0210	0.983	0.0176	0.715
二 次	23	2.58 "	2.75	0.0421	1.217	0.0386	0.996
一 次	21	7.8 "	0.17	0.0258	0.864	0.0225	0.557
二 次	22	6.42 "	1.10	0.0375	2.080	0.0330	1.569

注：耐久限度以下においては $N_s, N_{\epsilon p}, N_w$ の値を 10^7 として計算した。

不安定性によるものである。しかし一次応力 $\sigma_1 = 22$ および 21 kg/mm^2 における一次応力側の塑性ひずみの変化は第3図に示した応力一段の場合と同様、応力繰返しによって著しい変化を示していないことがわかる。

二次応力においては、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合には一次応力における塑性ひずみ ε_{p1} に比較して二次応力における

塑性ひずみ ε_{p2} は小さくなっているが、その減少は n/n_2 が数%で ε_{p2} が ε_{p1} より激減した後 ε_{p2} の減少は $n/n_2 = 20\%$ まで徐々に生じ、 $n/n_2 > 20\%$ ではほぼ一定値に達しているといえる。 $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合には $\varepsilon_{p1} < \varepsilon_{p2}$ となっているが、 n/n_2 がほぼ 10% までは ε_{p2} は増加し、後破断まで ε_{p2} の値は徐々に減少している。前報⁽¹⁴⁾の黄銅の場合には $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合のみを研

究したが、いずれも一次応力から二次応力に切換えて後残留ひずみは増加する現象は見られなかったが、これは材料の相違によるものであろう。第3図に示した応力一段の場合には、応力繰返しに伴って塑性ひずみは若干ずつ増加したが、二次応力側では $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合にも $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合にも塑性ひずみは応力繰返しに伴って減少している。これらはいずれも一次応力の繰返しによるものである。 n/n_2 の値が小なところで $\sigma_1 < \sigma_2$ の時には ε_p が増加し、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の時には ε_p が減少するという現象は、一次応力から二次応力に切換えた時の過渡的現象であると同時に、二次応力での塑性ひずみが一次応力によって拘束されていることを示している。

第10図は二次応力における塑性ひずみ量(ただし $n/n_2 = 50\%$ における) ε_{p2} に及ぼす一次応力の大きさの影響を示したものである。試験結果は若干ばらついているが、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合には、上述のごとく ε_{p2} の値は応力一段の場合の塑性ひずみ量 ε_p より大になっているが、 $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合には ε_{p2} の値は応力一段の塑性ひずみ量 ε_p より小になっており⁽¹⁶⁾、一次と二次応力の応力差の大きいものほどその傾向は大である。また一次応力の繰返し数比には関係がないようである。この二次応力での塑性ひずみの一次応力の大きさによる傾向は第6図のS-N曲線より求めた疲れ被害曲線の傾向を説明するのに都合がよい。すなわち $\sigma_1 < \sigma_2$ の時、疲れ寿命が増加するが、この時は二次応力での塑性ひずみが減少するからであり、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の時は疲れ寿命は減少するが、この時には二次応力での

第7図 二段二重荷重下における $\varepsilon_p - n/n_1$, $\varepsilon_p - n/n_2$ 曲線

第8図 二段二重荷重下における $\varepsilon_p - n/n_1$, $\varepsilon_p - n/n_2$ 曲線

第9図 二段二重荷重下における $\varepsilon_p - n/n_1$, $\varepsilon_p - n/n_2$ 曲線

塑性ひずみが増加するからである、と。

今、 $n/n_1=50\%$ および $n/n_2=50\%$ のところの塑性ひずみ (第 4 表の ε_p の列) を求め、第 4 図の ε_p-N 曲線よりこれらの ε_p に相当する破断までの繰返し数を推定し、一次および二次応力の繰返し数比を計算したものを第 4 表の $n/N_{\varepsilon p}$ の列に示した。このようにして求めた疲れ被害の関係を第 11 図に示した。 $n/N_{\varepsilon p1}$ の値が $n_1/N_{\varepsilon p1}$ に比較してかなりばらつき $n_1/N_{\varepsilon p1} > 1$ の場合も生じている。しかし $\sigma_1 > \sigma_2$ の結果はほぼ直線被害法則に従うようである。かつ $S-N$ 曲線から求めた $\sum n_i/N_{\varepsilon p i}$ が ($\sigma_1 > \sigma_2$ の場合) 1 より大になった 3 点はこの場合にも 1 より大になっている。次に $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合には例外なく $\sum n_i/N_{\varepsilon p i}$ の値は 1 より大であるが、その値は $\sum n_i/N_{\varepsilon p i}$ の値よりもはるかに 1 に近い。このことは第 10 図の結果より十分説明されることである。しかし、塑性ひずみより計算した

第 10 図 二次応力における塑性ひずみに及ぼす一次応力の影響

$\sum n_i/N_{\varepsilon p i}$ の値が 1 に等しくないということは、一次応力の繰返しを受けた材料が二次応力の繰返しを受ける際に生ずる塑性ひずみが、第 4 図の応力一段の時の ε_p-N 曲線とは異なった挙動を示していることを意味するものである。すなわち、たとえば、 $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合に、二次応力での塑性ひずみの量が処女材の同一応力に対する塑性ひずみの量よりも小さくなっているが、二次応力での塑性ひずみ量を第 4 図にプロットすれば、応力一段の時の ε_p-N 曲線よりも上のほうにくることを意味する。この現象の解明は今後の研究に待つところであるが、これが二段二重重複疲れの場合の寿命の増加を説明するものであらうと思われる。

次に $n/n_1=50\%$ および $n/n_2=50\%$ における塑性ひずみ ε_p と応力 σ とより (3) 式を用いて求めた弾性履歴エネルギー w の値を第 4 表の弾性履歴エネルギーの列に示した。第 5 図の $w-N$ 曲線より、これらの w に相当する破断までの繰返し数 (疲れ寿命) N_w を推定し、一次および二次応力での応力繰返し数比 n_1/N_{w1} および n_2/N_{w2} を計算したものを第 4 表の n/N_w の列に示した。このように $w-N$ 曲線より求めた二段二重重複疲れの疲れ被害の関係を第 12 図に示した。第 11 図の ε_p-N 曲線より求めた疲れ被害曲線よりさらに $\sum n_i/N_{w i}$ の値は 1 に近くなっているが、その傾向は第 11 図の場合とまったくよく似ている。

ε_p-N 曲線および $w-N$ 曲線より求めた $\sum n_i/N_{\varepsilon p i}$ および $\sum n_i/N_{w i}$ の値が、 $\sigma_1 < \sigma_2$ のときは 1 より大きくなり、 $\sigma_1 > \sigma_2$ のときはほぼ 1 に近い値あるいは 1 よりわずかに小さい値になっているが、いずれのときにも $\sum n_i/N_{\varepsilon p i}$ の値よりも 1 に近い。いずれの場合にも 1 になっていないということは、疲れ寿命の算出

第 11 図 ε_p-N 曲線より求めた疲れ被害曲線

第 12 図 $w-N$ 曲線より求めた疲れ被害曲線

- $\sigma_1 \rightarrow \sigma_2$
- 23 → 22 kg/mm²
 - ① 23 → 21 "
 - ⊕ 22 → 21 "
 - ⊗ 22 → 20 "
 - 21 → 23 "
 - ⊙ 21 → 22 "
 - ⊖ 22 → 23 "
- $\left. \begin{array}{l} \text{○, ①, ⊕, ⊗} \\ \text{●, ⊙, ⊖} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \sigma_1 > \sigma_2 \\ \sigma_1 < \sigma_2 \end{array}$

に当って, ϵ_p - N 曲線あるいは w - N 曲線を用いても直線被害法則に従わないということを示すものであり, また, 二次応力における ϵ_p, w の値は一次応力の繰返しによって, 応力一段の場合における ϵ_p - N および w - N 曲線上には載ってこないことを意味する。

このことはすでに前報⁽¹⁴⁾でも述べたように一次応力の大きさおよび一次応力の繰返し数比によって, 二次応力での巨視的性質が変化することによるものである。したがって応力が二段の場合に限らず疲れ被害の応力繰返しに伴う進行を明らかにすること, 一次応力の繰返しに二次応力における塑性ひずみや弾性履歴エネルギー, その他巨視的変化の挙動あるいは組織学的変化の挙動を明らかにすることが, 二段二重重複疲れあるいはその他の実働荷重による疲れの現象を説明する有効な手懸りであろう。

さてすでに報告⁽²⁾⁽³⁾したように応力一段の引張圧縮疲れ試験における弾性履歴エネルギー w と破断までの

繰返し数 N との間には(2)式の関係, すなわち

$$w \cdot N^\beta = C$$

が成立した。定数 C は各材料によって異なるが, N のべき数 β は各種の炭素鋼, Cr-Mo-V 鋼に対して共通な $\beta=0.42$ という値であった。 $n/N=50\%$ のところの弾性履歴エネルギー w が定めれば破断までの繰返し数 N が求められることを(2)式は示している。それならば二段二重重複疲れ試験の場合, 弾性履歴エネルギー w と破断までの繰返し数の間にはいかなる関係が存在するであろうか。すでに述べたように二次応力における塑性ひずみは応力一段の w - N 曲線上には載らない。

まず最初に $N=n_1+n_2$ とおき

$$w_1 = 4 \left(\sigma_1 \epsilon_{p1} \frac{n_1}{N} + \sigma_2 \epsilon_{p2} \frac{n_2}{N} \right) \dots \dots \dots (4)$$

の関係で二段二重重複疲れの場合の弾性履歴エネルギー w_1 と破断までの繰返し数 $N (=n_1+n_2)$ の関係を表わすことにする。(4)式における弾性履歴エネルギー

w_1 は一次応力と二次応力における弾性履歴エネルギー $4\sigma_1 \epsilon_{p1}$ および $4\sigma_2 \epsilon_{p2}$ を繰返し数 n_1 および n_2 の比で内分したものの和である。(4)式によって求められた結果を第13図に示した。図において白丸は応力一段における結果(第3表)であり, 黒丸は $\sigma_1 < \sigma_2$ の結果および半黒丸は $\sigma_1 > \sigma_2$ の結果を示している。また曲線は第5図の曲線と同一のものである。第13図において弾性履歴エネルギー w_1 の高いところでは実験結果に若干のばらつきがあるが, 一次応力と二次応力の差 $|\sigma_1 - \sigma_2|$ が 1 kg/mm^2 の時にも 2 kg/mm^2 の時にも, また $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合にも $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合にも, 応力一段の時の w - N 曲線の周囲に同じ程度にばらついており, 有意な差があるとはいえないようである。

次に一次応力の繰返しによって直線的に被害を受けていると考え, 一次応力の繰返し数を二次応力での繰返し数に換算し, 弾性履歴エネルギー w と破断までの繰返し数 N の関係式として

$$w_2 = 4 \left(\sigma_1 \epsilon_{p1} \frac{n_1}{N_1} + \sigma_2 \epsilon_{p2} \frac{n_2}{N_a} \right) \dots \dots \dots (5)$$

$$N_a = N_2 \frac{n_1}{N_1} + n_2 \dots \dots \dots (6)$$

を仮定する。破断までの繰返し数として(6)式の N_a を採用する。(5)式は主として二次応力における弾性履歴エネルギーを考えて導いたもの

第13図 二段二重重複試験における w_1 - (n_1+n_2) 曲線

第14図 二段二重重複試験における w_2 - N_a 曲線

第15図 二段二重重複試験における w_3 - n_2 曲線

である。(5)式によって求められた w_2 と N_a との関係を図14に示した。図14において $\sigma_1 > \sigma_2$ の結果は N_a の大きいほうに、 $\sigma_1 < \sigma_2$ の結果は N_a の小さいほうにかたよっているが、それは(6)式のためである。 $\sigma_1 > \sigma_2$ 、 $\sigma_1 < \sigma_2$ いずれの場合にも弾性履歴エネルギー w_2 は応力が一段の場合の w - N 曲線よりも上方にきている。この理由は前述のごとく、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合には(5)式における ϵ_{p2} が応力一段の場合の塑性ひずみ ϵ_p より大きくなっていること、および $\sigma_1 < \sigma_2$ の時には ϵ_{p2} は ϵ_p より小ではあるが、(5)式において n_2/N_a が寿命増大のため1に近づいているため、いずれも応力一段の場合の w - N 曲線よりも上のほうにくるのである。

次に、二次応力における塑性ひずみは一次応力の繰返しの影響を受けて処女材の塑性ひずみの挙動とは異なっていた。今一次応力側を無視して、二次応力側の弾性履歴エネルギーと破断までの繰返し数のみを考えて

$$w_3 = 4\sigma_2 \epsilon_{p2} \dots \dots \dots (7)$$

とする。この関係を図示したものが図15である。横軸の破断までの繰返し数は応力一段の場合は N 、応力二段の場合は n_2 を用いた。 $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合には ϵ_{p2} が応力一段の場合の同一応力に対する塑性ひずみ ϵ_p より大で、かつ二次応力の疲れ寿命が直線被害法則より計算される疲れ寿命より小であるが、これらのことは互に打消し合わず、 w_3 - n_2 の関係は応力一段の場合の w - N 曲線より下に出ている。また $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合には逆に w_3 - n_2 の関係は応力一段の結果より上にきている。このことは塑性ひずみの挙動について述べたごとく、疲れ寿命が増加するか減少するかによって、二次応力における塑性ひずみの挙動が応力一段の場合の ϵ_p - N 曲線および w - N 曲線とは異なった挙動を有していることを示すものである。

したがって二段二重重複疲れ試験において弾性履歴エネルギーと破断までの繰返し数の関係は(4)式で表わすほうが、現在の段階では、適当であることがわかる。

4. 結 言

0.55% C 炭素鋼を用い、二段二重重複疲れ試験を引張圧縮で行なうて、応力繰返しに伴う試験片のひずみの変化の挙動を研究した。その結果

(1) 本研究に用いた材料では応力一段の時の塑性ひずみの変化は、寿命の大部分を通じてほぼ一定で若

干増加する傾向が見られた。

(2) 二段二重重複試験において、二次応力における塑性ひずみは、 $\sigma_1 > \sigma_2$ の場合には n/n_2 がほぼ20%まで減少し、後破断まで一定の値を保つが、 $\sigma_1 < \sigma_2$ の場合には n/n_2 がほぼ10%まで増加し、後破断まで徐々に減少するという傾向を示した。応力一段の場合の塑性ひずみの挙動と対照的である。

(3) S - N 曲線より求めた疲れ被害曲線よりも、 ϵ_p - N 曲線あるいは w - N 曲線より求めた疲れ被害曲線のほうが $\sum n_i/N_i$ の値が1に近い。このことは二次応力における塑性ひずみあるいは弾性履歴エネルギーが一次応力の繰返しを受けて処女材の示すそれらとは異なったものになっており、この変化量と二次応力における寿命の増大あるいは減少とが密接な関係を持っていることを示すものである。すなわち本研究では一次応力 σ_1 が二次応力 σ_2 より大なときには、二次応力での塑性ひずみ ϵ_{p2} は応力一段の場合の塑性ひずみ ϵ_p より大となる傾向を示し、 $\sigma_1 < \sigma_2$ の時には $\epsilon_{p2} < \epsilon_p$ となる傾向を示した。

(4) 弾性履歴エネルギー w を(4)式で表わした時には、二段二重重複疲れ試験の結果が、応力一段の場合の w - N 曲線とほぼ一致することが明らかになった。

文 献

- (1) 河本・田中, 機械学会論文集, 26-167 (昭35-7), 963.
- (2) 河本・田中, 材料試験, 10-88 (昭36-1), 28.
- (3) 河本・田中・中村・中井, 材料試験第10期総会講演会前刷, 前刷番号 I-25, (昭36-5), 89.
- (4) 菊川・沼田, 第36期通常総会講演会前刷集, No. 2, (昭34-4), 11.
- (5) L.F. Coffin, *Trans. ASME*, 76-6 (1954-8), 931.
- (6) L.F. Coffin, *ASTM, STP*, No. 165 (1954), 31.
- (7) E.E. Baldwin, G.J. Sokol, & L.F. Coffin, *Proc. ASTM*, 57 (1957), 567.
- (8) L.F. Coffin & J. Tavernelli, *G.E. Research Laboratory Report*, No. 58-RL 2100 (1958).
- (9) J. Tavernelli & L.F. Coffin, *Trans. ASM*, 51 (1959), 438.
- (10) A. Johansson, *Colloquium on Fatigue, Proc. Stockholm*, (1955), 112.
- (11) A.C. Low, *Intern. Conf. on Fatigue of Metals*, Session 2, Paper 15 (1956).
- (12) 河本・田中・赤松・堀川, 材料試験, 8-74 (昭34-11), 837.
- (13) 日本材料試験協会疲労部門委員会, 材料試験, 8-72 (昭34-9), 683.
- (14) 河本・柴田, 本論文集 31 ページ.
- (15) 河本・中川・柴田, 機械学会論文集, 27-182 (昭36-10), 1559.
- (16) D.S. Dugdale, *J. Mech. & Phys. of Solids*, 7-2, (1959), 135.

討 論

〔質問〕 (1) 二段二重重複繰返し応力の疲れの下で塑性ひずみの変化を測定され、特に結言の(3)に述べられているように、二次応力における塑性ひずみあるいは弾性履歴エネルギーが、一次応力の繰返しを受けたために、処女材の示すそれらとは異なったものになるという点を興味深く感じた。すなわち二次応力だけの破壊までの繰返し数は、当然 N_2 ではなくて N_2/α となると考えられる。私は前に

$$\frac{n_1}{N_1} + \alpha \frac{n_2}{N_2} = 1$$

なる式を発表したが、この式を

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{(N_2/\alpha)} = 1$$

と表わしたときの α の意味を実験的に追究されたように思う。

(2) 第3図によれば、塑性ひずみは繰返し数とともにやや増加しているが、定応力試験の場合塑性ひずみは繰返し数とともに減少するのが従来の結果のように思う。この違いをどう考えられるか。

(3) 第7図で一次応力 $\sigma_1 = 23 \text{ kg/mm}^2$ のもとで繰返し数とともに塑性ひずみが増加するもの、ほぼ一定のもの、減少するものなどがあるが、この理由は何か。

(4) 第7図と第8図で同じ一次応力のもとでも、塑性ひずみが著しく異なっている理由は何か。たとえば、かたさのばらつきと関係があるか。また寿命のばらつきの原因になるのではないか。(川田雄一)

〔回答〕 (1) 御指摘のごとく結果的には

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{(N_2/\alpha)} = 1$$

と表わした場合の α の意味を実験的に追求した形になった。しかし本研究結果においては、二次応力における塑性ひずみあるいは弾性履歴エネルギーと寿命との関係は、応力一段の場合のそれらと同一視したが、必ずしも同一視することはできないと思われる。一次応力の繰返しを受けて材料は新しい S-N 曲線を描くから、繰返し数を修正する方法では特に耐久限度の変化を説明することが困難のように思う。

(2) 焼なまし材では一般に繰返し数とともに塑性ひずみは減少するが、き裂発生後かなり時間が経過して塑性ひずみが増加する。本実験のごとく全寿命の数%からひずみ振幅 ϵ_p が増大しており、こんなに早くから平滑材で疲れき裂が発生しているとは考えられない。試験片が非常に細いために加工硬化を受け、それが応力繰返しに従って軟化してくるため、塑性ひずみが漸増したものと考えている。

(3) 本文中に述べたごとく、 $\sigma = 23 \text{ kg/mm}^2$ の場合には、応力が高いために生ずる材料の不安定性によるものと考えている。

(4) かたさとひずみ振幅 ϵ_p との関係は調べていないので何ともいえないが、塑性ひずみ振幅 ϵ_p が同一応力に対してばらついているのは、御指摘のごとく寿命のばらつきの原因になるものと考えている。

〔質問〕 (1) 繰返し比 50% の ϵ_p なる一つの因子で整理し、それを疲れの機構解明と関係付けるならば、最初または応力変更後の過渡的時期と、ある大きさ以後のき裂の成長時期を分離した残りの繰返し数に対して整理したほうがよいのではないか。試験片全体のひずみ測定結果に現われない程度のき裂でも、その先端は試験片全体の塑性ひずみの影響を受けることは少ないと思う。私の経験では、有効き裂成立後の領域に関しては直線法則がよく成立した。

(2) 第7, 8図を見ると、同一応力に対する ϵ_p の絶対値はかなり大きくばらついている。それが第13図のように驚くほどきれいにまとまったのは、エネルギーを近似的に積分して平均を取ったこと、 w_1 に対数目盛を採用し、かつ 21 kg/mm^2 に対する ϵ_p の値がかなり安定していることのためであると思う。

したがって、実際上は ϵ_p の値の処理には何かの対策が必要ではないか。第2図を見るとやむを得ないが、実験された応力範囲は 2 kg/mm^2 である。上昇階段荷重による影響は、疲れ限度直上で大きいと思うが、この点も影響しないか。(北川英夫)

〔回答〕 (1) 繰返し数比 50% のところの塑性ひずみ ϵ_p と全繰返し数における塑性ひずみ ϵ_p の平均の値とはほとんど一致したので、便宜上 $n/N = 0.5$ のところの塑性ひずみを採用した。本材料のごとく比較的安定した塑性ひずみの変化を示す材料では、このような便宜的方法でよいと思っている。しかし複雑な塑性ひずみ変化を示す場合には、御指摘のごとく応力繰返しの初期、過渡的時期あるいはき裂成長時の塑性ひずみを分離して考慮すべきであると考えている。

(2) 第7, 8図がかなりばらついているのに第13図で非常に良くまとまっているのは、御説のとおり w_1 に対して対数目盛をとったことにもよるが、第2図と第4, 5図を比較すれば、疲れ寿命のばらつきと ϵ_p , w のばらつきが対応しており、したがって本論文の大きな結論として、応力の代りに弾性履歴エネルギーを用いることによって、二段二重重複繰返し応力の結果を処理することが、実用上は無理としても学問上はお

もしろいということを述べた次第である。第 11, 12 図に示したように ϵ_p - N 曲線および w - N 曲線から求めた累積繰返し数が 1 からずれることは、二次応力で示す ϵ_p および w と N との関係が、応力一段の

ときのそれと同一にならず、新しい ϵ_p - N 曲線および w - N 曲線になっていて、したがって實際上二次応力における ϵ_p あるいは w には何らかの処理を施してやる必要があると思っている。

539.4.019.1:534.211

縦衝撃を受けた丸棒に生じる応力およびその伝ば*

松本浩之**, 三室 弘***, 松森保雄****, 中原一郎*****

The Propagation of Stress Waves and the Stresses in Cylindrical Bars Due to a Longitudinal Impact

by Hiroyuki MATSUMOTO, Hiroshi MIMURO, Yasuo MATSUMORI,
and Ichiro NAKAHARA

In this paper, the elastic stress produced in a cylindrical bar due to a longitudinal impact is described. A steel bar vertically rests on a lead block. A striking bar, being 'guided' by three cylindrical guides, collides with the test bar axially.

The effect of the shape of striking bars on the strain-time records and the reflection of stress waves from a discontinuous plane are studied.

Strains in the bar were measured as a function of time by germanium strain gages cemented to the surface of the test bar.

The impact stresses are theoretically computed according to the elementary theory for longitudinal waves. The theoretical predictions show excellent agreement with experimental results.

1. 緒 言

静的平衡状態にある物体に生じる応力は、これに作用する荷重を定義することによって求められるけれども、動的平衡状態においては、静荷重と同じような荷重を定義できない。通常フックの法則が成立するものと仮定して、弾性体内に生じる垂直応力はその作用方向における変位速度に比例すると考えられている。いま半無限長弾性棒の一端が急に v_0 の速度で変位すれば、その材料の縦弾性係数を E 、単位体積の重量を γ 、重力加速度を g として

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{E\gamma}{g}} v_0 \dots \dots \dots (1)$$

の大きさの応力を生じ、この応力 σ^* は $c = \sqrt{g \cdot E / \gamma}$ の速度をもつ波として棒を伝ばする。そして固定端に

達すると同符号の応力波として、自由端に達すると異符号の応力波として反射され、時間 t に任意の断面に生じる応力は、その時間にその断面に達した応力波を重ね合わせたものとして表わされる⁽⁴⁾。このような考え方によって、動荷重によって生じる応力はもちろん、静荷重によって生じる応力も矛盾なく説明できる。

水平につられた 2 本の弾性棒の縦衝撃によって、棒を伝ばする応力が炭素片ひずみゲージ、あるいは電気抵抗線ひずみゲージによって測定され、現在においては(1)式は十分正しいことが実験的にも確認されている⁽¹⁾⁽⁵⁾。しかし、抵抗線ひずみゲージによって応力波を測定する場合には、ひずみによるゲージの抵抗変化が小さいため、通常ブラウン管オシログラフを作動させるには、前置増幅器を必要とし、そのために雑音が混入されやすく、正確な波形を記録することは、技術上非常にむずかしい⁽⁷⁾。最近、五十嵐は金属線ひずみゲージに比べて、抵抗値およびゲージ率のはるかに大きいゲルマニウム (Ge) ひずみゲージを用いることによって前置増幅器なしにブラウン管オシログラフを作動させ、正確な応力波が容易に測定できることを示し

* 昭和 37 年 4 月 2 日 第 39 期通常総会講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和 36 年 11 月 30 日。

** 准員、東京工業大学大学院 (東京都目黒区大岡山 1)。

*** 准員、東京芝浦電気会社。

**** 准員、住友金属工業会社。

***** 正員、東京工業大学。